

重力式架空索道の垂曲線理論に據る研究 : 第二報 曳索曲線と其の索線張力に就て

渡邊, 治人
九州帝國大學農學部造林學教室

<https://doi.org/10.15017/20845>

出版情報 : 九州帝國大學農學部學藝雜誌. 5 (3), pp.236-253, 1933-02. 九州帝國大學農學部
バージョン :
権利関係 :



重力式架空索道の垂曲線理論に據る研究

第二報 曳索曲線と其の索線張力に就て

渡 邊 治 人

(昭和七年十月二十八日受理)

I 緒 言

重力式架空索道の曳索は、盈搬器に對しては主として制動の作用を爲し、空搬器に對しては之を曳上ぐる働を爲す。而して曳索を使用する様式には循環式と往復式の二種ありて、前者にては上方曳索と下方曳索とを使用して搬器を環狀に進行せしめ、後者にては多くは上方曳索のみを使用して搬器を釣瓶狀に往復せしむ。

第二報にては曳索曲線の方程式を求め、之が内容を限定すべき條件式を各様式に對して誘導し、曳索曲線圖と力多角形圖を求め、荷重點に及ぼす曳索の影響と、曳索の索線張力の解法に就て述べべし。

第二報に於ても第一報と同様の假定と條件を設くれども、只第一報と異なるは假定(6)を廢して制動力の正しき作用方向を求めしにあり。

此の研究は九州帝國大學農學部林學教室にて行へるものにして、御指導を賜はりたる蓮見助教授並びに中村講師に謹みて深謝の意を表す。

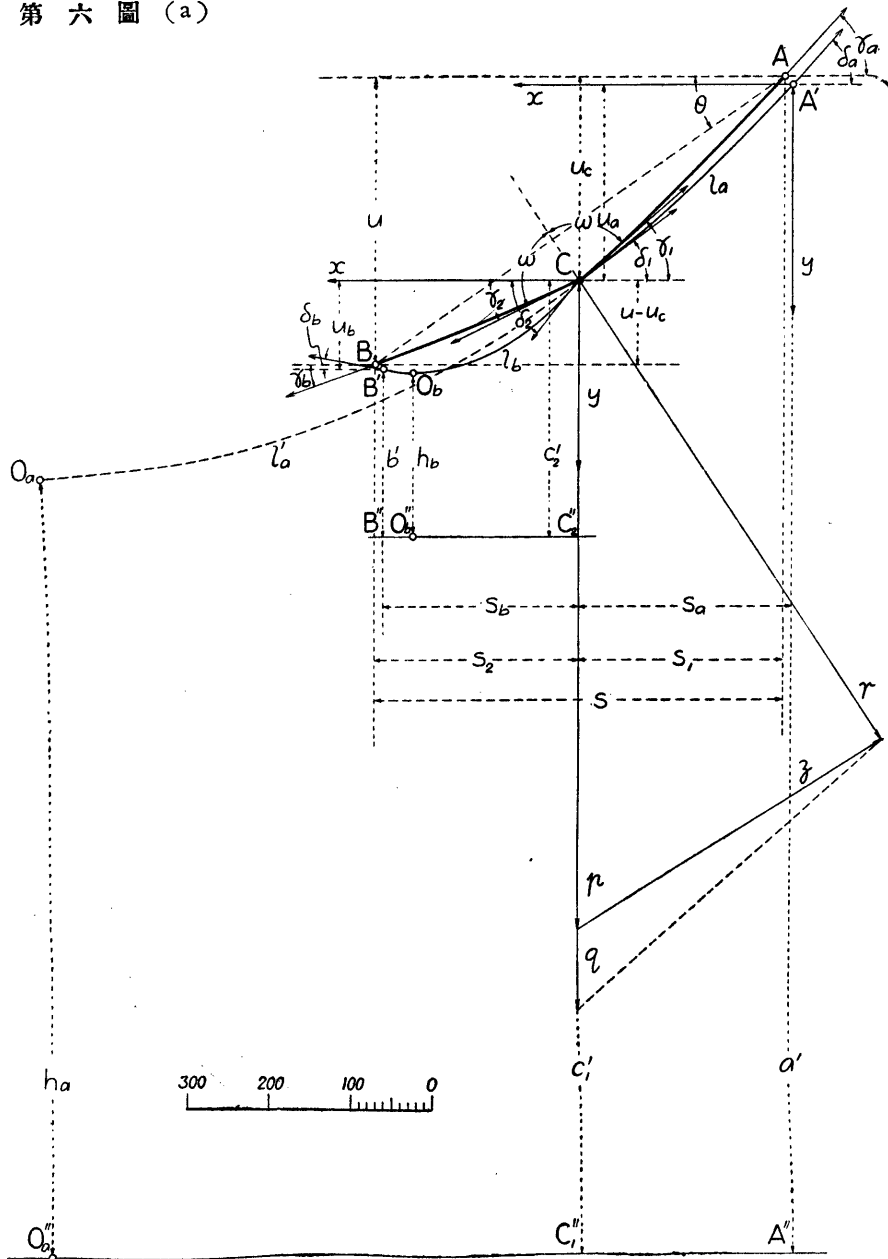
II. 曳索曲線の方程式

第六圖(a)は第五圖(a)(第一報参照)の軌索曲線圖に上方曳索 $\widehat{A'C}$ と下方曳索 $\widehat{B'C}$ を附加せる圖にして、 A' 點を曳索 $\widehat{A'C}$ の上方支點、 B' 點を曳索 $\widehat{B'C}$ の下方支點、 C 點を荷重點とす。第七圖(a)は第五圖(a)に上方曳索 $\widehat{A'C}$ を附加せる圖にして、 A' 點を曳索 $\widehat{A'C}$ の上方支點、 C 點を荷重點とす。従つて軌索に關する記號は總て第五圖(a)及び第五圖(b)(第一報参照)に相等し。

(a), 上方曳索曲線の方程式。

上方支點 A' を原點とし、 A' 點を通る水平線を x 軸、鉛直線を y 軸とし、矢の示す方向を正號とす。

第 六 圖 (a)



l_{ax} = 原点より任意点 (x, y) 迄の索線長, δ = 任意点に於ける曳索曲線の傾斜角, δ_a = 上方支点 A' に於ける曳索曲線の傾斜角, $A' =$ 上方支点 A' に於ける索線張力, H_a = 索線張力の水平分力, w_t = 曳索の単位長當りの重量,

$$a' = \frac{A'}{w_t}, \quad h_a = \frac{H_a}{w_t} \circ$$

(7) 式 (第一報参照) より,

$$l_{ax} = h_a (\tan \delta_a - \tan \delta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (79)$$

(8) 式 (第一報参照) より,

$$x = h_a (gd^{-1} \delta_a - gd^{-1} \delta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (80)$$

(9) 式 (第一報参照) より,

$$y = h_a (\sec \delta_a - \sec \delta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (81)$$

(10) 式 (第一報参照) より,

$$y = h_a \left\{ \tan \delta_a \sinh \frac{x}{h_a} - \sec \delta_a \left(\cosh \frac{x}{h_a} - 1 \right) \right\} \dots \quad \dots \quad (82)$$

(14) 式 (第一報参照) より,

$$y = \sqrt{a'^2 - h_a^2} \sinh \frac{x}{h_a} - a' \left(\cosh \frac{x}{h_a} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (83)$$

(b), 下方曳索曲線の方程式。

荷重點 C を原点とし, C 点を通る水平線を x 軸, 鉛直線を y 軸とし, 矢の示す方向を正號とする。

l_{bx} = 原点より任意点 (x, y) 迄の索線長, δ = 任意点に於ける曳索曲線の傾斜角, δ_2 = 荷重點 C に於ける曳索曲線の傾斜角, C'_2 = 荷重點 C に於ける索線張力, H_b = 索線張力の水平分力, w_t = 曳索の単位長當りの重量,

$$c'_2 = \frac{C'_2}{w_t}, \quad h_b = \frac{H_b}{w_t} \circ$$

(7) 式 (第一報参照) より,

$$l_{bx} = h_b (\tan \delta_2 - \tan \delta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (84)$$

(8) 式 (第一報参照) より,

$$x = h_b (gd^{-1} \delta_2 - gd^{-1} \delta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (85)$$

(9) 式 (第一報参照) より,

$$y = h_b (\sec \delta_2 - \sec \delta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (86)$$

(10) 式 (第一報参照) より,

$$y = h_b \left\{ \tan \delta_2 \sinh \frac{x}{h_b} - \sec \delta_2 (\cosh \frac{x}{h_b} - 1) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (87)$$

(14) 式 (第一報参照) より,

$$y = \sqrt{c'^2 - h_b^2} \sinh \frac{x}{h_b} - c'_2 (\cosh \frac{x}{h_b} - 1) \quad \dots \quad \dots \quad (88)$$

III 條件式と其の應用

s_a = 上方支點 A' と荷重點 C との水平距離, s_b = 下方支點 B' と荷重點 C との水平距離,
 u_a = 上方支點 A' と荷重點 C との高低差, u_b = 下方支點 B' と荷重點 C との高低差, $A' =$ 上
 方支點 A' に於ける曳索 $\widehat{A'C}$ の張力, $B' =$ 下方支點 B' に於ける曳索 $\widehat{B'C}$ の張力, $C_1 =$ 荷重
 點 C に於ける曳索 $\widehat{A'C}$ の張力, $C_2 =$ 荷重點 C に於ける曳索 $\widehat{B'C}$ の張力, $H_1 =$ 軌索 $\widehat{AC}$ に
 於ける索線張力の水平分力, $H_2 =$ 軌索 $\widehat{BC}$ に於ける索線張力の水平分力, $H_a =$ 曳索 $\widehat{A'C}$ に
 於ける索線張力の水平分力, $H_b =$ 曳索 $\widehat{B'C}$ に於ける索線張力の水平分力, $w_c =$ 軌索の單位
 長當りの重量, $w_t =$ 曳索の單位長當りの重量,

$$a' = \frac{A'}{w_t}, \quad c'_1 = \frac{C'_1}{w_t}, \quad c'_2 = \frac{C'_2}{w_t}, \quad b' = \frac{B'}{w_t}, \quad h_a = \frac{H_a}{w_t}, \quad h_b = \frac{H_b}{w_t},$$

$$h_1 = \frac{H_1}{w_c}, \quad h_2 = \frac{H_2}{w_c}, \quad \epsilon = \frac{w_c}{w_t}.$$

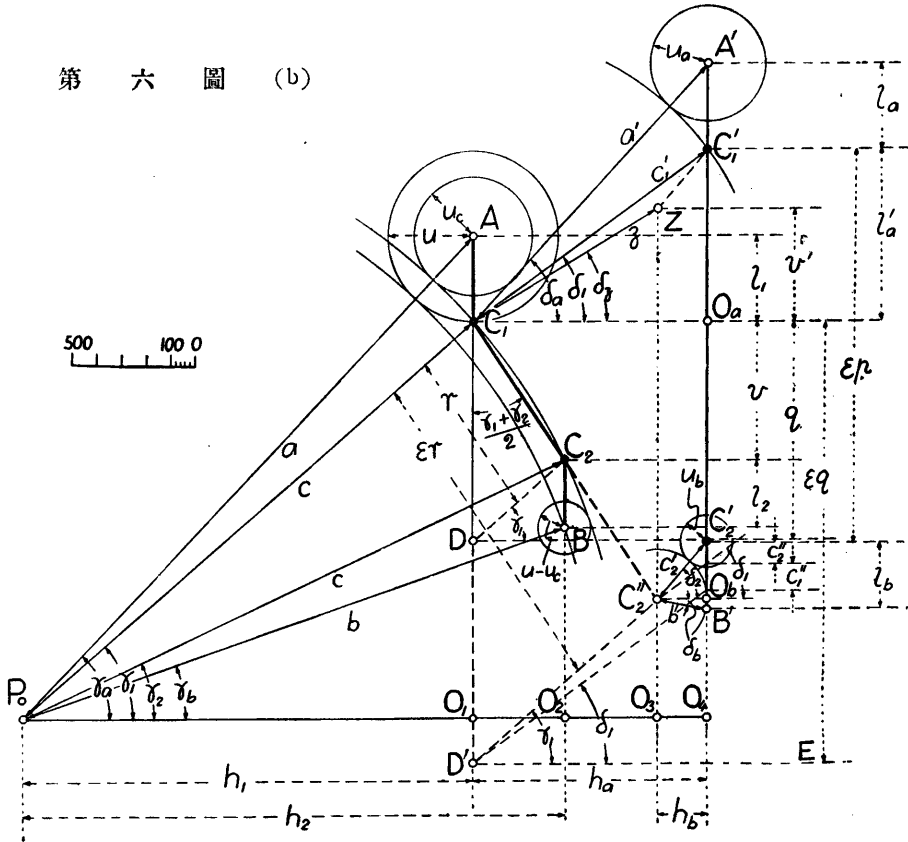
$\gamma_1, \gamma_2 =$ 荷重點 C に於ける軌索曲線 $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の傾斜角。 $\delta_a, \delta_1 =$ 上方支點 A' 及び荷重
 點 C に於ける曳索曲線 $\widehat{A'C}$ の傾斜角。 $\delta_b, \delta_2 =$ 下方支點 B' 及び荷重點 C に於ける曳索曲
 線 $\widehat{B'C}$ の傾斜角。

(A), 上方曳索と下方曳索を使用する場合。

第六圖 (a) の曳索曲線圖と第六圖 (b) の力多角形圖を参照すべし。

$$u_a = \sqrt{a'^2 - h_a^2} \sinh \frac{s_a}{h_a} - a' (\cosh \frac{s_a}{h_a} - 1) \quad \dots \quad \dots \quad (C_1)$$

第 六 圖 (b)



$$a' = \frac{u_a}{2} + \left\{ \left(\frac{u_a}{2} \right)^2 + \frac{u_a^2 + \left(h_a \sinh \frac{s_a}{h_a} \right)^2}{2 \left(\cosh \frac{s_a}{h_a} - 1 \right)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad (C_1)'$$

$$a' = h_a \sec \delta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_2)$$

$$c'_1 = a' - u_a = h_a \sec \delta_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_3)$$

$$h_a - h_b = \varepsilon (h_2 - h_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_4)$$

$$u_b = \sqrt{c'^2_2 - h_b^2} \sinh \frac{s_b}{h_b} - c'_2 \left(\cosh \frac{s_b}{h_b} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_5)$$

$$c'_2 = \frac{u_b}{2} + \left\{ \left(\frac{u_b}{2} \right)^2 + \frac{u_b^2 + \left(h_b \sinh \frac{s_b}{h_b} \right)^2}{2 \left(\cosh \frac{s_b}{h_b} - 1 \right)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_5)'$$

$$b' = h_b \sec \delta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_6)$$

$$c'_2 = b' + u_b = h_b \sec \delta_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_7)$$

(1), a' が與へられたる場合。

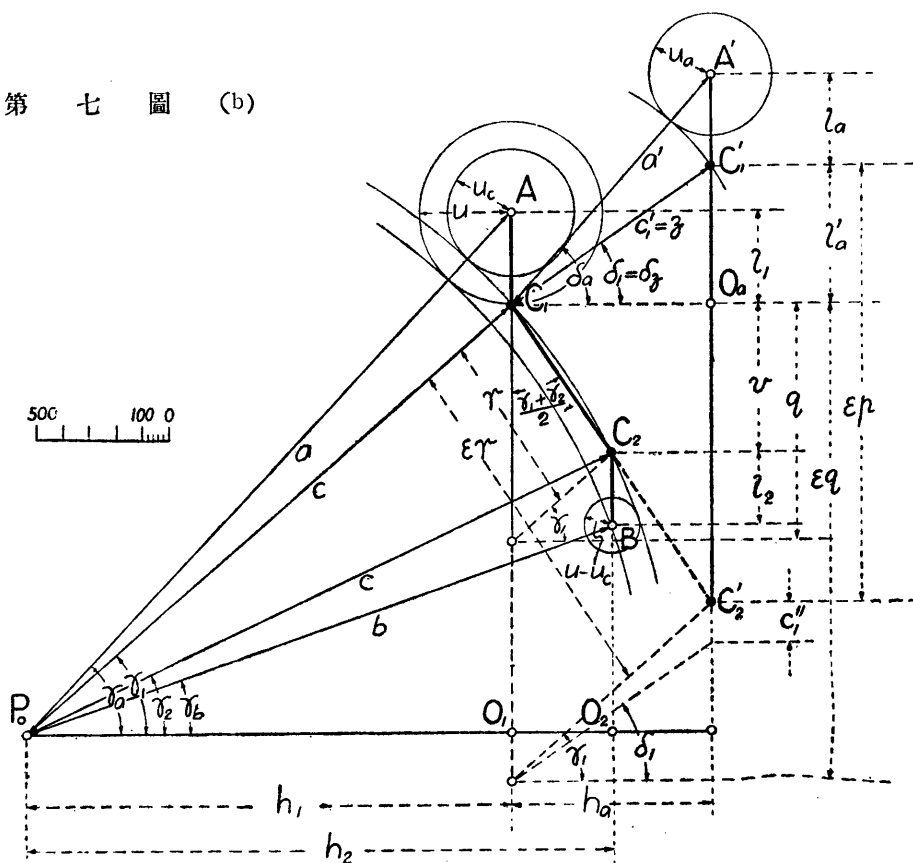
荷重點 C の位置が與へられたる時は, (C_1) 式より試算に依りて h_a を求め, (C_2) , (C_3) 式より c'_1 , δ_a , δ_1 を求む。次に (C_4) 式より h_b を求め, (C_5) 式より c'_2 を求む。然る時は (C_6) , (C_7) 式より b' , δ_b , δ_2 を求め得べし。

(2), b' が與へられたる場合。

荷重點 C の位置が與へられたる時は, (C_7) 式より $c'_2 = b' + u_b$ なる故に (C_5) 式を用ひて試算に依り h_b を求め, (C_6) , (C_7) 式より δ_b , δ_2 を求む。次に (C_4) 式より h_a を求め, (C_1) 式より a' を求む。然る時は (C_2) , (C_3) 式より c'_1 , δ_a , δ_1 を求め得べし。

(3), h_b が與へられたる場合。

第七圖 (b)



荷重點 C の位置が與へられたる時は, (C₃) 式より c'_2 を求め, (C₆) 式より $\bar{v}_b$, (C₇) 式より $\bar{v}_2$ を求む。次に (C₄) 式より h_a を求め, (C₁) 式より a' を求む。然る時は (C₂) 式より $\bar{v}_a$, (C₃) 式より $\bar{v}_1$ を求め得べし。

(B), 上方曳索のみを使用する場合。

第七圖 (a) の曳索曲線圖及び第七圖 (b) の力多角形圖を参照すべし。

$$h_a = \varepsilon (h_2 - h_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (D_1)$$

$$a' = \frac{u_a}{2} + \left\{ \left(\frac{u_a}{2} \right)^2 + \frac{u_a^2 + \left(h_a \sinh \frac{s_a}{h_a} \right)^2}{2 \left(\cosh \frac{s_a}{h_a} - 1 \right)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (D_2)$$

$$a' = h_a \sec \delta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (D_3)$$

$$c'_1 = a' - u_a = h_a \sec \delta_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (D_4)$$

荷重點 C の位置が與へられたる時は, (D₁) 式より h_a を求め, (D₂) 式より a' を求む。然る時は (D₃), (D₄) 式より $\bar{v}_a$, $\bar{v}_1$, c'_1 を求め得べし。

IV 條 件 式 の 誘 導

(C₁) 式の誘導 : —

(83) 式に於て $x=s_a$ とすれば $y=u_a$ となる。従つて,

$$u_a = \sqrt{a'^2 - h_a^2} \sinh \frac{s_a}{h_a} - a' \left(\cosh \frac{s_a}{h_a} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_1)$$

(C₂), (C₃) 式の誘導 : —

特性一 (第一報参照) より,

$$a' = h_a \sec \delta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_2)$$

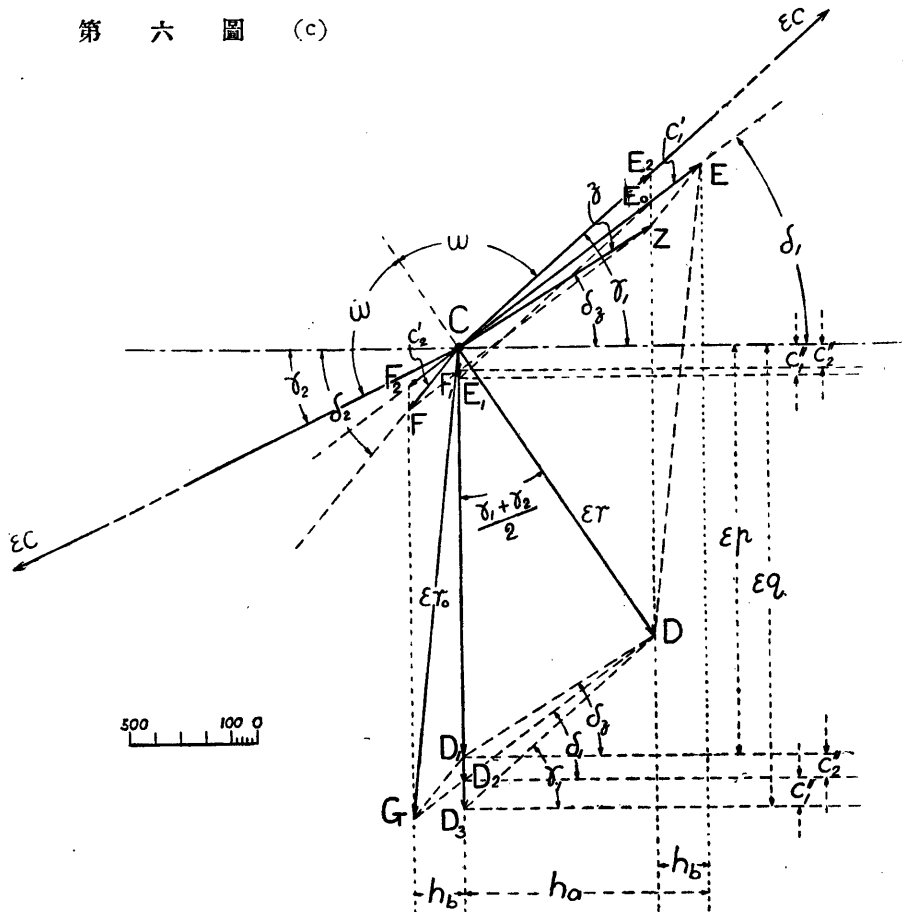
特性一 (第一報参照) と第六圖 (a) より,

$$c'_1 = a' - u_a = h_a \sec \delta_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_3)$$

(C₄) 式の誘導 : —

荷重點 C に作用する力 (曳索の長さに換算せるもの) は第六圖 (c) に示す如く, 軌索 $\widehat{AC}$ の

第 六 圖 (c)



張力 εc (c を曳索の長さに換算せるもの), 軌索 $\widehat{BC}$ の張力 εc , 曳索 $\widehat{A'C}$ の張力 c'_1 , 曳索 $\widehat{B'C}$ の張力 c'_2 , 及び運搬貨重 εp (貨物と搬器の重量を P とすれば, $p = \frac{P}{w_c}$, $\varepsilon p = \frac{P}{w_t}$) の五力にして, 之等の諸力が平衡を保つ爲には其の水平分力の代数和は零となるべし。故に

$$\varepsilon h_1 = \frac{H_1}{w_t}, \quad \varepsilon h_2 = \frac{H_2}{w_t}, \quad h_a = \frac{H_a}{w_t}, \quad h_b = \frac{H_b}{w_t},$$

を夫々軌索 $\widehat{AC}$ の張力 εc , 軌索 $\widehat{BC}$ の張力 εc , 曳索 $\widehat{A'C}$ の張力 c'_1 , 及び曳索 $\widehat{B'C}$ の張力 c'_2 の水平分力 (曳索の長さに換算せるもの) とすれば, 次の関係式が成立すべし。

$$h_a - h_b = \varepsilon (h_2 - h_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_4)$$

(C₅) 式の誘導 :—

(88) 式に於て $x = s_b$ とすれば $y = u_b$ となる。従つて,

$$u_b = \sqrt{c'^2_2 - h_b^2} \sinh \frac{s_b}{h_b} - c'_2 \left(\cosh \frac{s_b}{h_b} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_5)$$

(C₆), (C₇) 式の誘導 :—

特性一 (第一報参照) より,

$$b' = h_b \sec \delta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_6)$$

特性一 (第一報参照) と第六圖 (a) より,

$$c'_2 = b' + u_b = h_b \sec \delta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_7)$$

(C₁)', (C₃)' 式の誘導 :—

(C₁) 式を書き換ふれば,

$$a'^2 - u_a a' - \frac{u_a^2 + \left(h_a \sinh \frac{s_a}{h_a} \right)^2}{2 \left(\cosh \frac{s_a}{h_a} - 1 \right)} = 0$$

従つて,

$$a' = \frac{u_a}{2} + \left\{ \left(\frac{u_a}{2} \right)^2 + \frac{u_a^2 + \left(h_a \sinh \frac{s_a}{h_a} \right)^2}{2 \left(\cosh \frac{s_a}{h_a} - 1 \right)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_1)'$$

(C₃) 式を書き換ふれば,

$$c'^2_2 - u_b c'_2 - \frac{u_b^2 + \left(h_b \sinh \frac{s_b}{h_b} \right)^2}{2 \left(\cosh \frac{s_b}{h_b} - 1 \right)} = 0$$

従つて,

$$c'_2 = \frac{u_b}{2} + \left\{ \left(\frac{u_b}{2} \right)^2 + \frac{u_b^2 + \left(h_b \sinh \frac{s_b}{h_b} \right)^2}{2 \left(\cosh \frac{s_b}{h_b} - 1 \right)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (C_3)'$$

(D₁) 式の誘導 :—

(C₄) 式にて $h_b = 0$ と置けば,

$$h_a = \epsilon (h_2 - h_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (D_1)$$

(D₂), (D₃), (D₄) 式は夫々 (C₁)', (C₂), (C₃) 式に相等し。

V 曳索曲線圖と力多角形圖

(A), 上方曳索と下方曳索を使用する場合。

III, (A) に於て述べたる條件式に依て (79) 式乃至 (83) 式中の未知數を定むれば上方曳索曲線圖を描き得べし。又 (84) 式乃至 (88) 式中の未知數を定むれば下方曳索曲線圖を描き得べし。簡單には第一圖表 (第一報参照) と第二圖表 (第一報参照) を用ひて描く事を得。但圖表の使用に際して, 上方曳索に對しては $\varphi_a = \varphi_a$, $\varphi = \varphi$, $h = h_a$ とし, 下方曳索に對しては $\varphi_a = \varphi_b$, $\varphi = \varphi$, $h = h_b$ とすべし。

第六圖 (a) は長さ l なる軌索を A, B 兩支點間に張り, C 點にて運搬荷重 p (貨物と搬器の重量 P を w_c にて除して軌索の長さに換算せるもの) が加はり, 此の運搬荷重に長さ l_a なる上方曳索と長さ l_b なる下方曳索が作用して平衡せる有様を示し, $\widehat{A'C}$ は上方曳索曲線圖にして, $\widehat{B'C}$ は下方曳索曲線圖なり。

第六圖 (b) は第六圖 (a) の力多角形圖にして, $P_0AC_1C_2BP_0$ は軌索に關する力多角形を示し (第一報, 第五圖 (b) 参照), $A'C_1C_1A'$ は上方曳索の力多角形, $B'C_2C_2B'$ は下方曳索の力多角形にして, $A'B'C_2C_1A'$ は上方曳索と下方曳索運搬荷重と之等の合成力との力多角形となる。但し之等の多角形にて示す力は總て軌索に關するものは w_c にて除して軌索の長さに換算し, 曳索に關するものは w_e にて除して曳索の長さに換算せるものを示す。

之等の力多角形を描くには, 例へば第五圖 (b) (第一報参照) にて示せる軌索の力多角形を第六圖 (b) の $P_0AC_1C_2BP_0$ とし, $\varepsilon = \frac{w_c}{w_e}$ とすれば, $\overline{C_1C_2}$ を延長して $\overline{C_1C'_2} = \varepsilon r$ (運搬荷重と制動力との合成力 R を w_e にて除して曳索の長さに換算せるもの) にこり C'_2 點を定む。次に $\overline{AO_1}$ 線より h_a を距て $\overline{AO_1}$ 線に平行に $\overline{A'B'}$ 線を引き, C_1 點を中心とし a' を半徑として圓弧を描き $\overline{A'B'}$ 線の交點 A' を定め, A' 點より下方へ $\overline{A'C'_1} = l_a$ として C'_1 點を定む。次に C'_2 點を中心とし b' を半徑として圓弧を描き $\overline{A'B'}$ 線の交點 B' を求め, B' 點より上方へ $\overline{B'C'_2} = l_b$ として C'_2 點を定むれば $\overline{C'_1C'_2} = \varepsilon p$ を示して力多角形 $A'B'C'_2C'_1A'$ を得。 C_1, C'_1 點及 C_2, C'_2 點を結べば力多角形 $A'C'_1C_1A'$ 及 $B'C'_2C_2B'$ を得べし。 C_1 點を通り $\overline{C'_2C'_1} = c'_2$ と平行に且等長に $\overline{C'_1Z}$ を描き $\overline{C'_1Z}$ を引けば $\overline{C'_1Z} = z$ は制動力 (制動力 Z を w_e にて除して曳索の長さに換算せるもの) の大きさと方向とを表はす。

(B), 上方曳索のみを使用する場合。

III. (B) に述べたる條件式に依て (79) 式乃至 (83) 式中の未知數を定むれば上方曳索の曳

索曲線圖を描き得べし。簡單には第一圖表(第一報参照)と第二圖表(第一報参照)を用ひて描く事を得。但圖表の使用に際しては $\varphi_a = \delta_a$, $\varphi = \delta$, $h = h_a$ とすべし。

第七圖 (a) は長さ l なる軌索を A, B 兩支點間に張り, C 點に運搬荷重 P ($P = \frac{P}{w_0}$) が加はり, 之に長さ l_a なる上方曳索が働きて平衡せる圖にして, $\widehat{A'C}$ は曳索曲線圖なり。

第七圖 (b) は第七圖 (a) の力多角形圖にして, $P_0AC_1C_2BP_0$ は軌索の力多角形を表はし, $A'C'_1C_1A'$ は曳索の力多角形を示し, $A'C'_2C_1A'$ は曳索運搬荷重と之等の合成力とに關する力多角形となる。之等の力多角形の描き方は (A) の場合と同様にして, 只此の場合は (A) に於ける $h_b = 0$ となる故に第六圖 (b) の B' 點と C'_2 點とが C''_2 點に合致することとなり, 此の際の制動力の大きき方向は c'_1 にて表示せらる。

VI 荷重點に於ける曳索の影響

(A), 上方曳索と下方曳索を使用する場合。

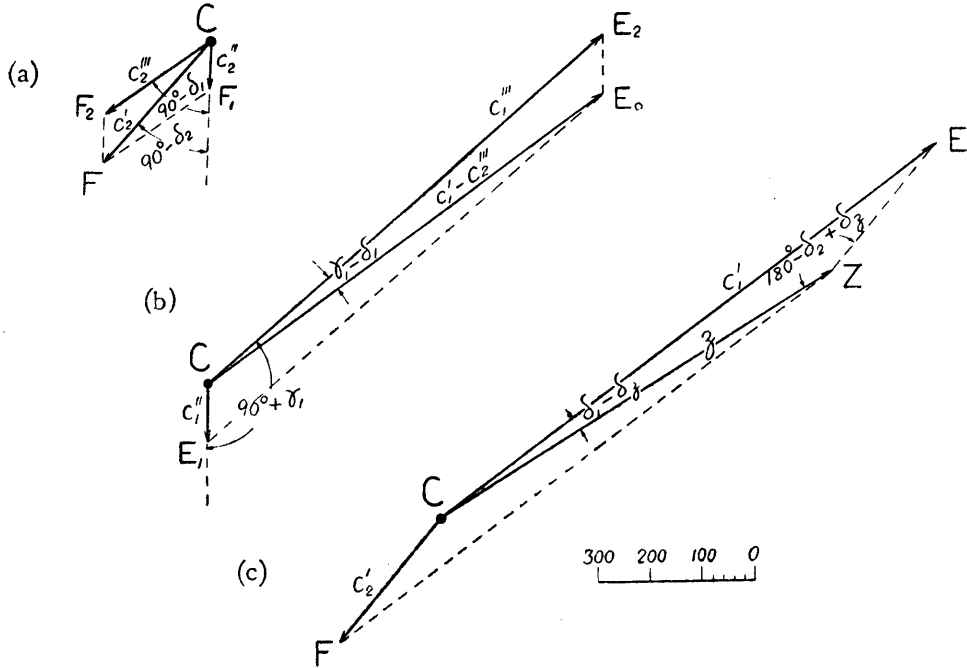
第六圖 (a) の荷重點 C に作用する諸力の關係を圖示すれば第六圖 (c) となる。即ち C 點に作用する εp , c'_1 及び c'_2 の三力の合成力を εr とすれば此の εr が C 點の兩側に於ける軌索の張力 εc と平衡を保つこととなる (第六圖 (b) 参照)。但總ての力は w_0 にて除して曳索の長さに換算せるものとす。 c'_1 と c'_2 とが C 點に於ける總鉛直力 εq (貨物と搬器の重量に曳索の影響を加へたる力 Q を曳索の長さに換算せるもの) に及ぼす影響を夫々 c''_1 , c''_2 とすれば, 次の關係式が成立す。

$$\varepsilon p = \varepsilon q - (c''_1 + c''_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (89)$$

第六圖 (c) に於て $CF = c'_2$ を $\hat{r}_1$ の方向の分力 $CF_2 = c''_2$ と鉛直方向の分力 $CF_1 = c'_2$ に分つ (第八圖 (a) 参照)。然る時は c''_2 は $CE = c'_1$ と同一作用線上にありて方向相反する故に $CE_0 = (c'_1 - c''_2)$ が残る。而して c'_2 は下方曳索に因り荷重點に及ぼす影響となる。次に $(c'_1 - c''_2)$ を γ_1 の方向の分力 $CE_2 = c''_1$ と鉛直方向の分力 $CE_1 = c'_1$ とに分つ (第八圖 (b) 参照)。 c'_1 は上方曳索が荷重點に及ぼす影響にして, c''_1 は $CD_3 = \varepsilon q$ と共に合成力 $CD = \varepsilon r$ を形成す。

又は $CF = c'_2$ と $CD_1 = \varepsilon p$ との合成力 $CG = \varepsilon r_0$ を求むれば, $CE = c'_1$ と εr_0 との合成力は $CD = \varepsilon r$ となる。次に c'_1 と c'_2 との合成力 $CZ = z$ は制動力を表はし, 之は $CD_1 = \varepsilon p$ と合成力 $CD = \varepsilon r$ を形成す。而して GD と $CD_3 = \varepsilon q$ との交點を D_2 とすれば $D_2D_3 = c''_1$, $D_1D_2 = c''_2$ を表示すべし。

第 八 圖



c'_1 及び c''_2 の値は解析的に次の如くして求むることを得べし。

第八圖 (a) より次の關係式が成立す。

$$c'_2 \sin (\delta_2 - \delta_1) = c''_2 \sin (90^\circ - \delta_1)$$

之に $c'_2 = h_b \sec \delta_2$ を代入すれば、

$$c''_2 = c'_2 \frac{\sin (\delta_2 - \delta_1)}{\cos \delta_1} = h_b (\tan \delta_2 - \tan \delta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (90)$$

又、 $c'_2 \sin (90^\circ - \delta_2) = c'''_2 \sin (90^\circ - \delta_1)$

$$\text{故に、} \quad c'''_2 = c'_2 \frac{\cos \delta_2}{\cos \delta_1} = h_b \sec \delta_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (91)$$

第八圖 (b) より、

$$(c'_1 - c'''_2) \sin (\gamma_1 - \delta_1) = c''_1 \sin (90^\circ + \gamma_1)$$

之に $c'_1 = h_a \sec \delta_1$ を代入すれば、

$$c''_1 = (c'_1 - c'''_2) \frac{\sin (\gamma_1 - \delta_1)}{\cos \gamma_1} = (h_a - h_b) (\tan \gamma_1 - \tan \delta_1) \quad \dots \quad (92)$$

之等の c'_1 及び c'_2 の關係式は第六圖 (b) 及び第六圖 (c) よりも直ちに證明し得べし。

従つて上方曳索と下方曳索の荷重點に及ぼす影響は、

$$c''_1 + c''_2 = (h_a - h_b) \tan \gamma_1 - v' \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (93)$$

$$\text{但, } v' = h_a \tan \delta_1 - h_b \tan \delta_2$$

(93) 式を (89) 式に代入すれば、

$$\epsilon p = \epsilon q - (h_a - h_b) \tan \gamma_1 + v' \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (94)$$

荷重點 C に於ける諸力の水平分力の和は相等しかる可き故に、 $\epsilon h_1 + h_a = \epsilon h_2 + h_b$ なる關係が成立す。従つて $\epsilon h_2 = \epsilon h_1 + (h_a - h_b)$ 及び $\epsilon q = \epsilon h_2 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2)$ (第一報 (B₄) 式参照) を (94) 式に代入すれば、

$$\epsilon p = \epsilon v + v' \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (95)$$

$$\text{但, } v = h_1 \tan \gamma_1 - h_2 \tan \gamma_2$$

$$v' = h_a \tan \delta_1 - h_b \tan \delta_2$$

此の關係の正しきこゝは第六圖 (b) より明白なり。

次に制動力 z の値を解析的に求むれば、第八圖 (c) に於て次の關係式が成立す。

$$z^2 = c'^2_1 + c'^2_2 - 2c'_1 c'_2 \cos (\delta_1 - \delta_2)$$

之に $c'_1 = h_a \sec \delta_1$ 及び $c'_2 = h_b \sec \delta_2$ を代入すれば、

$$z = \sqrt{v'^2 + (h_a - h_b)^2} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (96)$$

$$\text{但, } v' = h_a \tan \delta_1 - h_b \tan \delta_2$$

又第八圖 (c) より、 δ_z を制動力 z の傾斜角とすれば、

$$c'_1 \sin (\delta_1 - \delta_z) = c'_2 \sin (\delta_2 - \delta_z)$$

故に、

$$\tan \delta_z = \frac{v'}{h_a - h_b} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (97)$$

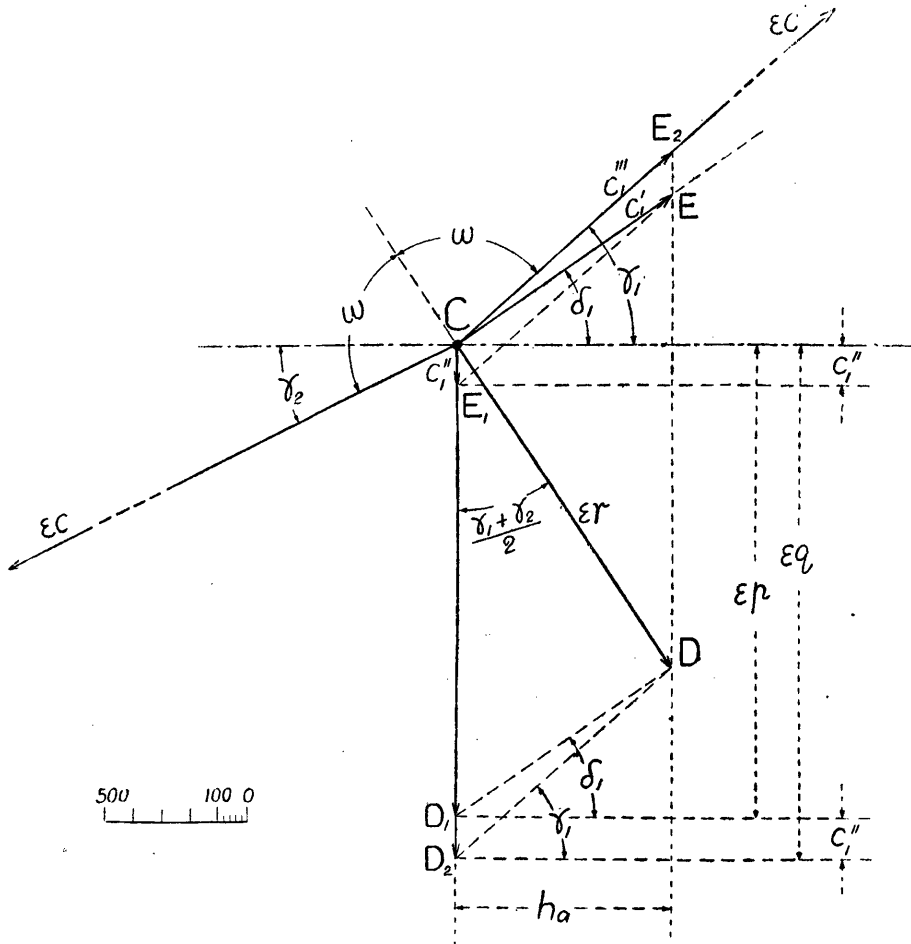
$$\text{但, } v' = h_a \tan \delta_1 - h_b \tan \delta_2$$

(96), (97) 式の關係も亦第六圖 (b) 及び第六圖 (c) より直ちに證明し得べし。

(B), 上方曳索のみを使用する場合。

此の場合は (A) に於ける $h_b = 0$ なる故に荷重點 C に於ける諸力の關係は第七圖 (c) となり、 ϵp は次式より求め得べし。

第七圖 (c)



(94) 式にて $h_b = 0$ として,

$$\epsilon p = \epsilon q - h_a (\tan \gamma_1 - \tan \delta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (98)$$

又は (95) 式にて $h_b = 0$ として,

$$\epsilon p = \epsilon v + h_a \tan \delta_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (99)$$

但, $v = h_1 \tan \gamma_1 - h_2 \tan \gamma_2$

制動力の大きき方向は (96), (97) 式にて $h_b = 0$ とし,

$$z = h_a \sec \delta_1 = c'_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (100)$$

$$\delta_z = \delta_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (101)$$

之等の關係は第七圖 (b) 及び第七圖 (c) に於て直ちに了解され得べし。

VII 曳 索 の 張 力

(I), 解析的解法。

T_a = 上方曳索の任意點に於ける張力, T_b = 下方曳索の任意點に於ける張力, w_t = 曳索

の單位長當りの重量, $t_a = \frac{T_a}{w_t}$, $t_b = \frac{T_b}{w_t}$ 。

(A), 上方曳索と下方曳索を使用する場合。

(a), 上方曳索。

(82) 式より $\frac{dy}{dx}$ を求めて (72) 式 (第一報参照) に代入すれば,

$$t_a = h_a \left\{ 1 + \left(\tan \delta_a \cosh \frac{x}{h_a} - \sec \delta_a \sinh \frac{x}{h_a} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad (102)$$

(102) 式中の h_a , δ_a は III. (A) にて述べたる方法にて求む。

又は (73) 式よ (第一報参照),

$$t_a = h_a \sec \delta \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (103)$$

(103) 式中の δ は (79) 式乃至 (81) 式より求む。

(b), 下方曳索。

(87) 式より $\frac{dy}{dx}$ を求めて (72) 式 (第一報参照) に代入すれば,

$$t_b = h_b \left\{ 1 + \left(\tan \delta_b \cosh \frac{x}{h_b} - \sec \delta_b \sinh \frac{x}{h_b} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad (104)$$

(104) 式中の h_b , δ_b は III. (A) にて述べたる方法にて求む。

又は (73) 式より (第一報参照),

$$t_b = h_b \sec \delta \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (105)$$

(105) 式中の δ は (84) 式乃至 (86) 式より求む。

(B), 上方曳索のみを使用する場合。

t_a の方程式は (102) 式又は (103) 式に相等しくして, 此の場合の δ_a , h_a は III. (B) に述べたる方法にて求むべし。

(II). 圖式的解法。

第六圖 (a) 又は第七圖 (a) の曳索曲線圖に於て, 任意點の索線張力は其の點の基線よりの縦距を測れば其の値に w_i を乗じて求め得べし。又は上方支點より上方曳索の任意點に至る曳索の長さを第六圖 (b) 又は第七圖 (b) の力多角形圖中の $\overline{A'C_1}$ 線上に A' 點を起點として取り, 其の下端點を C_1 點を結び, 其の結合線長に w_i を乗ずれば上方曳索の任意點の張力を得。此の結合線と水平線の爲す角は任意點の曲線傾斜角を表はす。同様に荷重點 C より下方曳索の任意點に至る曳索の長さを第六圖 (b) の $\overline{C_2B'}$ 線上に C'_2 點を起點として下方にさし, 其の下端點を C'_2 點を結び, 其の結合線長に w_i を乗ずれば下方曳索の任意點の張力を得べし。此の結合線と水平線の爲す角は任意點の曲線傾斜角を表示す。

A STUDY ON THE GRAVITY AERIAL CABLEWAY ACCORDING
TO THE CATENARY THEORY

SECOND REPORT. ON THE CURVE OF THE TRACTOR CABLE
AND ITS TENSIONS

(Résumé)

Haruto WATANABE

The use of the tractor cables may be divided into two general types. In the first type, the tractor cable is an endless one, and in the second type, the length of the tractor cable is such that when one carriage is at the loading terminal the other is at the unloading one.

In this second report, the formulae determining the form and tension of the arc of the tractor cable have been derived. These formulae have some unknown quantities, therefore the author has presented the results of a series of analytical and graphical investigations carried out on the conditional equations, which are necessary to determine these unknowns, for each type of the use of the tractor cables.
