

重力式架空索道の垂曲線理論に據る研究：第一報 軌索曲線と其の索線張力に就て

渡邊，治人
九州帝國大學農學部造林學教室

<https://doi.org/10.15017/20832>

出版情報：九州帝國大學農學部學藝雜誌. 5 (1), pp.17-59, 1932-05. 九州帝國大學農學部
バージョン：
権利関係：



重力式架空索道の垂曲線理論に據る研究

第一報 軌索曲線と其の索線張力に就て

渡 邊 治 人

(昭和七年一月十五日受理)

I 緒 言

重力式架空索道とは、動力を用ひずして自重に依り、貨物を高所より低所へ運搬する架空索道の謂にして、次の様式に分つ事を得べし。

(A). 軌索の一端を固定し、他端に錘重を有する場合。

(a). 曳索を使用せざる場合。

(b). 曳索を使用する場合。

(B). 軌索の両端を固定する場合。

(a). 曳索を使用せざる場合。

(b). 曳索を使用する場合。

近時重力式架空索道は運材機關としての勝れたる機能を認められ、其の利用が著しく増加しつつあり。地形峻険なる山岳林に富む地方にありては、今後益々運材機關として重要な役割を演ずべく期待さるゝものなり。

兩支點間の高低差少なくして垂れの小なる架空索線の平衡線は拋物線と見做して實用上差支へ無きも、重力式架空索道は兩支點間の高低差が相當著しきを以て、其の架空索線の平衡線は垂曲線として取扱ふべきものなり。

著者は此の故を以て垂曲線理論に基く重力式架空索道の研究結果を發表せんとするものにして、第一報にては軌索曲線の方程式を求め、其の方程式の内容を限定すべき條件式を誘導し、之等の條件式を各種様式の重力式架空索道に應用し、軌索曲線圖と力多角形圖を求め、索線張力の解法を述べし。

此の研究は九州帝國大學農學部林學教室にて行へるものにして、御指導を賜はりたる蓮見助教授並びに中村講師に謹みて深謝の意を表す。

II 假 定 と 條 件

(I). 假 定。

- (1) 索線は全線同質同大なりとす。
- (2) 索線は完全なる撓性を有するものとす。
- (3) 荷重に因る索線の伸張無きものとす。
- (4) 支點には摩擦無きものとす。
- (5) 運搬荷重（搬器と貨物との重量）は摩擦なき軌索上を轉動する點なりとす。
- (6) 制動力は荷重點と下方支點間の軌索曲線の荷重點に於ける切線方向に作用するものとす。

(II). 條 件。

- (1) 上下兩支點間の傾斜角は、曳索を用ひざる重力式架空索道にては約 10 度以下とし、曳索を用ふる場合には約 10 度以上とすこと。
- (2) 一徑間には運搬荷重一個存すること。
- (3) 索線の垂れは運搬荷重が下方支點に到達するに必要な垂れとすること。
- (4) 軌索の單位長當りの重量を w_c とすれば、軌索に關する總ての〔力〕は此の w_c にて除して、其の〔力〕に相應せる〔長さ〕を以て表示すること。

$$\text{軌索に關する〔力〕} = w_c [\text{長さ}] \quad \dots \quad (1)$$

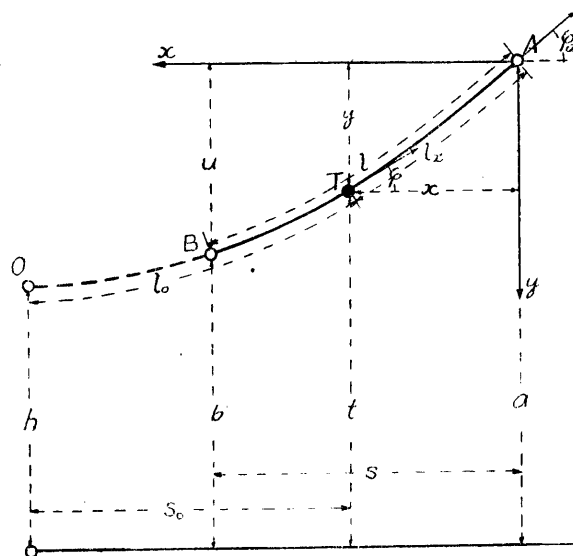
- (5) 曳索の單位長當りの重量を w_t とすれば、曳索に關する總ての〔力〕は此の w_t にて除して、其の〔力〕に相應せる〔長さ〕を以て表示すること。

$$\text{曳索に關する〔力〕} = w_t [\text{長さ}] \quad \dots \quad (2)$$

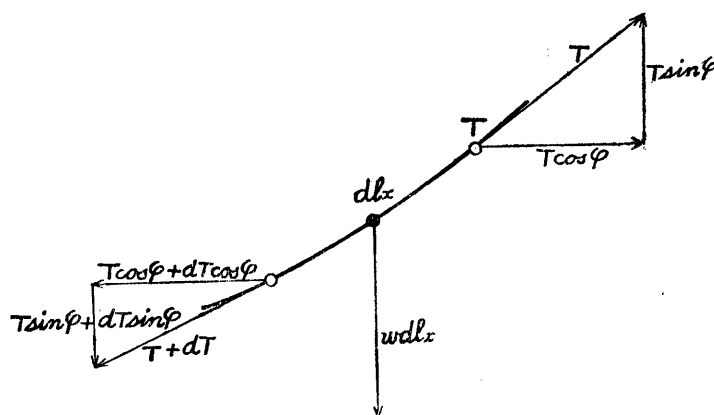
此の論文中にてはラテン文字の大文字を以て〔力〕を表はし、其の小文字は此の〔力〕を w_c 又は w_t にて除して換算せる〔長さ〕を示すものとす。

III 垂 曲 線 の 性 質

dl_x = 曲線の極微長, l_x = 原點より任意點 $T(x, y)$ 迄の曲線長, φ = 任意點に於ける曲線の傾斜角, w = 索線の單位長當りの重量, A = 上方支點 A に於ける索線張力, T = 任意點に於ける索線張力, H = 索線張力の水平分力, $a = \frac{A}{w}$, $t = \frac{T}{w}$, $h = \frac{H}{w}$ = 垂曲線のパラメーターにして垂曲線の頂點と基線間の垂直距離を示す。



第一圖



第 二 圖

第一圖に於て上方支點 A を原點とし、A 點を通る水平線を x 軸、鉛直線を y 軸とし、矢の示す方向を正號とす。

第二圖は任意點 $T(x, y)$ に於ける曲線の極微長 dl_x に作用する諸力を示し、之等の諸力の平衡を考ふれば、

「水平分力の和は零」より,

$$d(T \cos \varphi) = 0 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (3)$$

「垂直分力の和は零」より、

$$d(T\sin\varphi) = -w \, dl_x \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (4)$$

(3) 式を積分して、

$$T\cos\varphi = H = \text{constant} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

故に索線張力の水平分力は常數なり。

(4), (5) 式より、

$$d(H\tan\varphi) = -w \, dl_x \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6)$$

(6) 式を積分して、 $l_x = -h \tan\varphi + \text{constant}$ A 點に於ける曲線傾斜角を φ_a とすれば、

$\varphi = \varphi_a$ の時に $l_x = 0$ なる故、

$$l_x = h(\tan\varphi_a - \tan\varphi) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (7)$$

又 $dx = dl_x \cos\varphi$, $dy = dl_x \sin\varphi$ なる故、 $dx = -h \sec\varphi \, d\varphi$ 及 $dy = -h \sec\varphi \tan\varphi \, d\varphi$ を得。

此の兩式を積分すれば、

$$x = -h \, \text{gd}^{-1}\varphi + \text{constant}$$

$$y = -h \sec\varphi + \text{constant}$$

$\varphi = \varphi_a$ の時に $x = 0$ $y = 0$ なる故、

$$x = h(\text{gd}^{-1}\varphi_a - \text{gd}^{-1}\varphi) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (8)$$

$$y = h(\sec\varphi_a - \sec\varphi) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (9)$$

(8), (9) 式より φ を消去すれば、

$$y = h \left\{ \tan\varphi_a \sinh \frac{x}{h} - \sec\varphi_a \left(\cosh \frac{x}{h} - 1 \right) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (10)$$

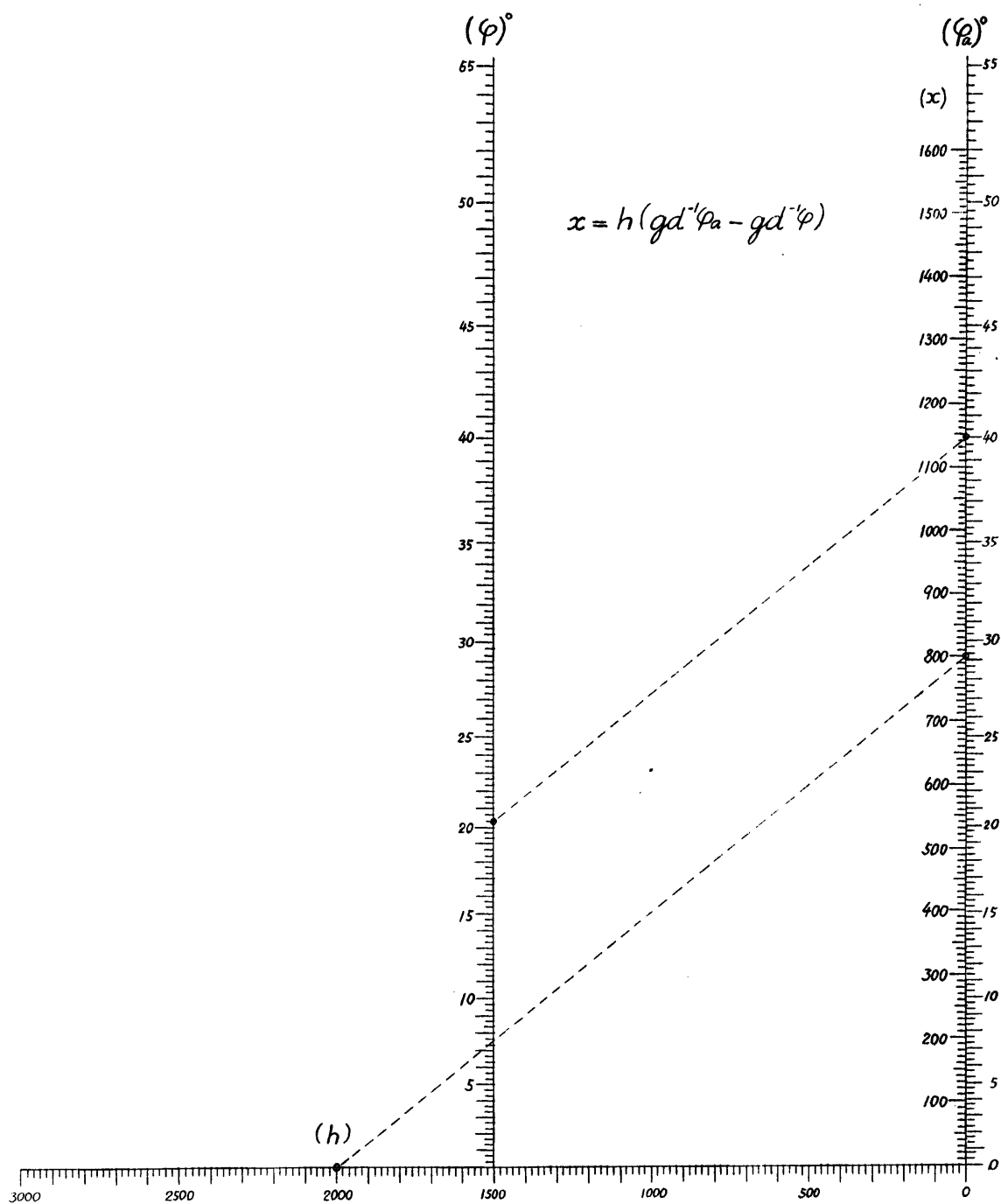
$$T = H \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (11)$$

(11) 式の關係ある故兩邊を w にて除し、 $\frac{dy}{dx} = \tan\varphi$ とすれば、

$$t = h(1 + \tan^2\varphi)^{\frac{1}{2}} = h \sec\varphi \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (12)$$

$\varphi = \varphi_a$ の時に $t = a$ なる故

$$a = h \sec\varphi_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (13)$$

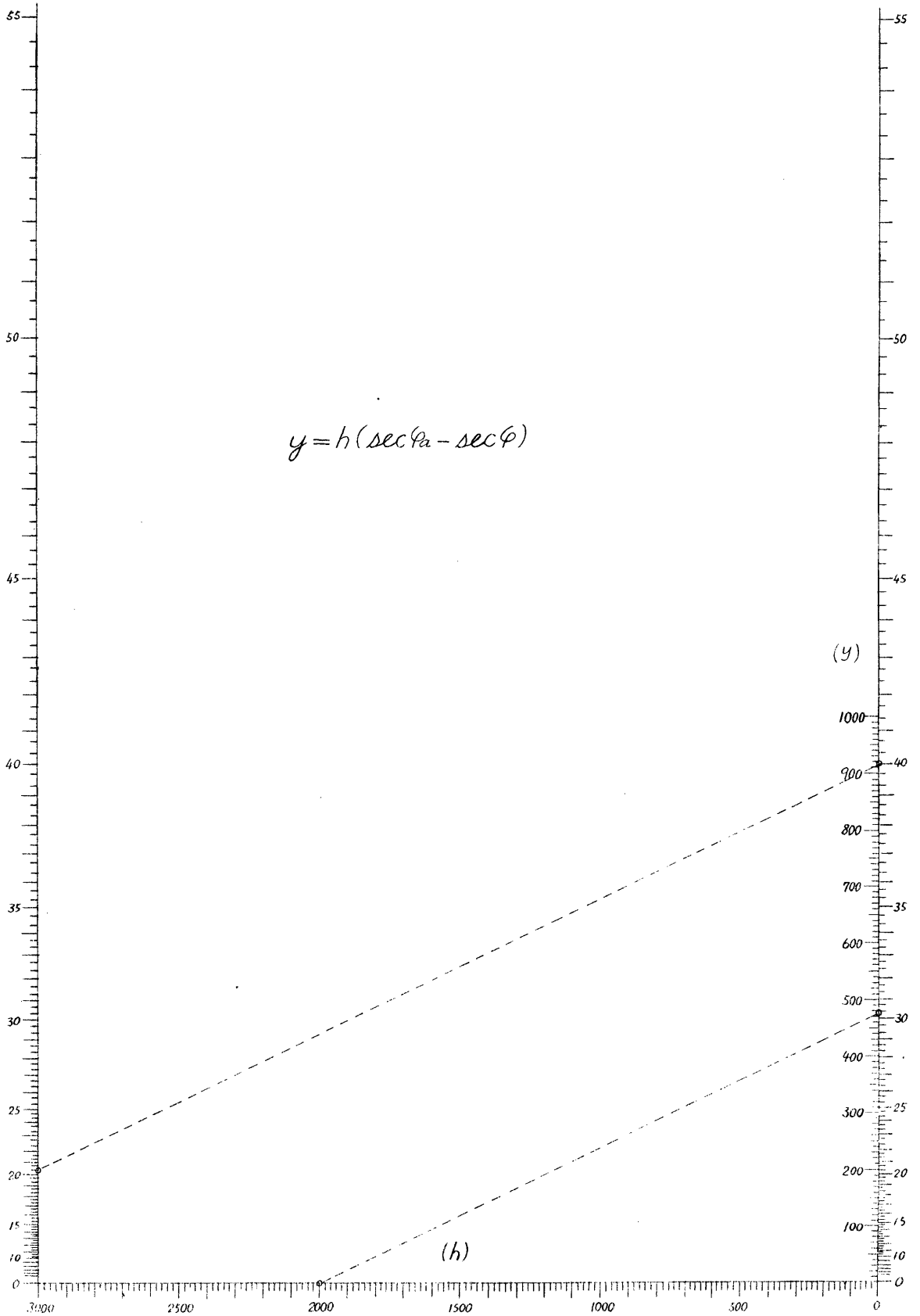


第一圖表

(φ)

$(\rho_a)^\circ$

22



第二圖表

(13) 式を (10) 式に代入して、

$$y = \sqrt{a^2 - h^2} \sinh \frac{x}{h} - a \left(\cosh \frac{x}{h} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (14)$$

(8) 式、(9) 式、(10) 式及 (14) 式は いづれも A 點を原點とせる垂曲線の方程式なり。(8), (9) 式を圖表に描けば第一圖表及第二圖表となり、之等を使用して容易に曲線を描く事を得べし。

垂曲線は次の重要な三特性を有す。

(特性一)、垂曲線の任意點に於ける傾斜角の正割とパラメーターとの積は、其の點と基線間の垂直距離を示し、任意點と基線間の垂直距離に索線の單位長當りの重量を乗ずれば其の點の索線張力を與ふ。

理由、(11) 式より、 $T = H \sec \varphi$ 兩邊を w にて除せば

$$\frac{T}{w} = h \sec \varphi \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (15)$$

t を任意點 $T(x, y)$ と基線間の垂直距離とすれば、(9) 式にて $\varphi_a = \varphi$ $\varphi = 0$ の時に $y = t - h$ なる故、 $t - h = h (\sec \varphi - 1)$

$$\text{從て、} \quad t = h \sec \varphi \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (16)$$

$$(15), (16) \text{ 式より、} \quad t = \frac{T}{w}$$

$$\text{從て、} \quad T = w t \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (17)$$

(特性二)、垂曲線の任意點に於ける傾斜角の正切とパラメーターとの積は、垂曲線の頂點より其の點に至る曲線長を與ふ。

理由、 l_0 を垂曲線の頂點より任意點 $T(x, y)$ に至る曲線長とすれば、(7) 式に於て $\varphi_a = \varphi$ $\varphi = 0$ の時に $l_x = l_0$ なる故、

$$l_0 = h \tan \varphi \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (18)$$

(特性三)，垂曲線の任意點に於ける傾斜角の逆グーデルマンミパラメーターの積は，垂曲線の頂點より其の點に至る水平距離を與ふ。

理由， s_0 を垂曲線の頂點と任意點 $T(x, y)$ 間の水平距離とすれば，(8) 式にて $\varphi_a = \varphi$ $\varphi=0$ の時に $x=s_0$ となる故，

$$s_0 = h \operatorname{gd}^{-1} \varphi \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (19)$$

IV 諸因子間の相互關係

(a). 曲線長と上方支點 A に於ける曲線傾斜角との關係。

l = 曲線の全長， u = 上下兩支點間の高低差， φ_b = 下方支點 B に於ける曲線傾斜角。

(7) 式にて $l_x = l$ とし，(9) 式にて $y = u$ とすれば $\varphi = \varphi_b$ となる。

$$l = h (\tan \varphi_a - \tan \varphi_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (20)$$

$$u = h (\sec \varphi_a - \sec \varphi_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (21)$$

(20)，(21) 式より φ_b を消去すれば，

$$2 h \tan \varphi_a = u \sqrt{1 + \frac{4}{\xi}} + l \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (22)$$

$$\text{但} \quad \xi = \left(\frac{1}{h}\right)^2 - \left(\frac{u}{h}\right)^2$$

$$l = h \left(\tan \varphi_a - \sqrt{\left(\sec \varphi_a - \frac{u}{h} \right)^2 - 1} \right) \quad \dots \quad \dots \quad (23)$$

(b). 曲線長と下方支點 B に於ける曲線傾斜角との關係。

(20)，(21) 式より φ_a を消去すれば，

$$2 h \tan \varphi_b = u \sqrt{1 + \frac{4}{\xi}} - l \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (24)$$

$$\text{但} \quad \xi = \left(\frac{l}{h} \right)^2 - \left(\frac{u}{h} \right)^2$$

$$l = h \left(\sqrt{\left(\sec \varphi_b + \frac{u}{h} \right)^2 - 1} - \tan \varphi_b \right) \quad \dots \quad \dots \quad (25)$$

(c), 曲線長とパラメーターとの關係。

$$l_x^2 - y^2 = 2 h^2 \left(\cosh \frac{x}{h} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (26)$$

(参照, 藤岡光長: 簡易架空索道の設計に就て。林學士會報第十六號)

(d), 原點より任意點に至る曲線長と其の點の横距との關係。

(7), (8) 式より φ を消去すれば,

$$l_x = h \left\{ \tan \varphi_a - \sinh \left(\operatorname{gd}^{-1} \varphi_a - \frac{x}{h} \right) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (27)$$

$$x = h \left\{ \operatorname{gd}^{-1} \varphi_a - \sinh^{-1} \left(\tan \varphi_a - \frac{l_x}{h} \right) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (28)$$

(e), 上下兩支點に於ける曲線傾斜角の關係。

s を上下兩支點間の水平距離とすれば, (8) 式にて $x=s$ なる時は $\varphi=\varphi_b$ なり。

$$s = h (\operatorname{gd}^{-1} \varphi_a - \operatorname{gd}^{-1} \varphi_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (29)$$

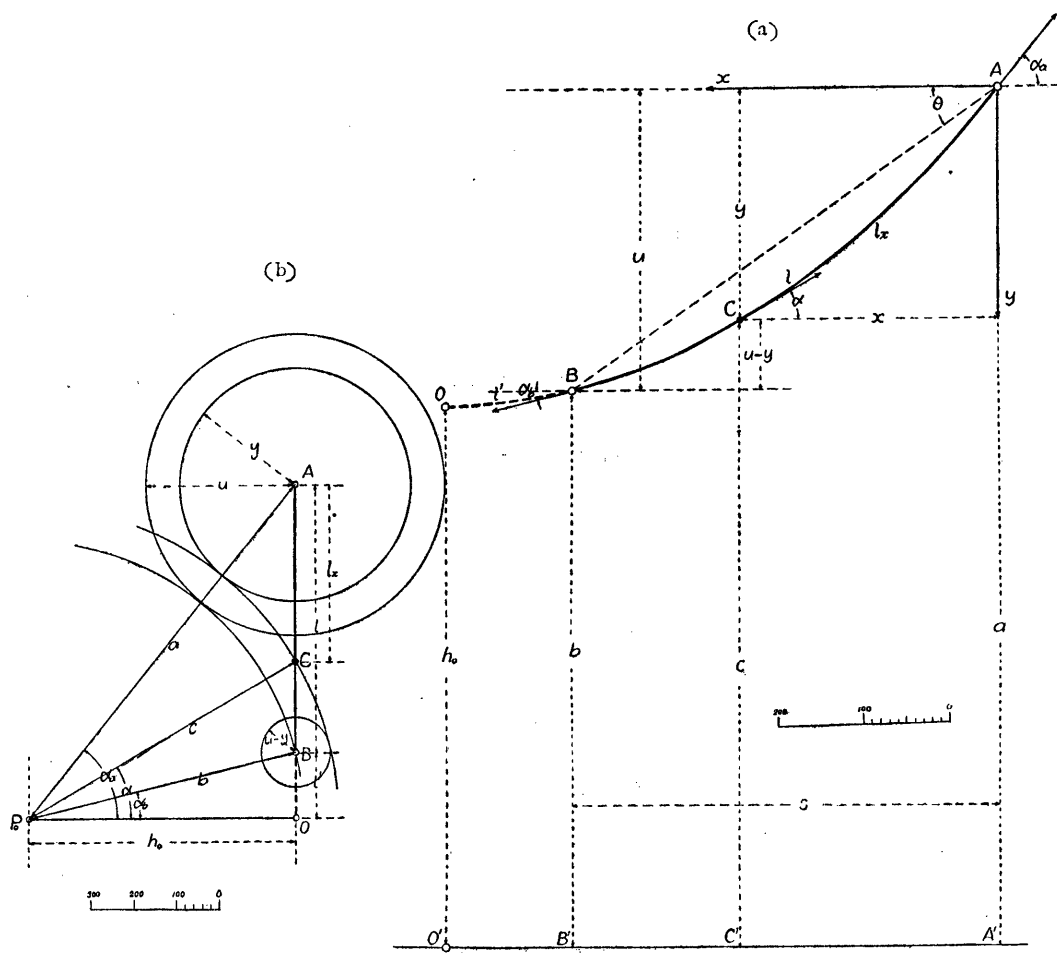
θ を上下兩支點間の傾斜角とし, (21), (29) 式より h を消去すれば,

$$\tan \theta = \frac{u}{s} = \frac{\sec \varphi_a - \sec \varphi_b}{\operatorname{gd}^{-1} \varphi_a - \operatorname{gd}^{-1} \varphi_b} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (30)$$

V 軌索曲線の方程式

(I) 運搬荷重存せざる場合。

第三圖 (a) に示す軌索曲線圖に於て, 上方支點 A を原點とし, A 點を通る水平線を x 軸, 鉛直線を y 軸とし, 矢の示す方向を正號とす。



第三圖

l_x = 原点より任意点 $C(x, y)$ 迄の索線長, α = 任意点に於ける軌索曲線の傾斜角, α_a = 上方支点 A に於ける軌索曲線の傾斜角, w_c = 軌索の単位長當りの重量, A = 上方支点 A に於ける索線張力, H_0 = 索線張力の水平分力, $a = \frac{A}{w_c}$, $h_0 = \frac{H_0}{w_c}$ = 軌索曲線のパラメーター。

(7) 式より,

$$l_x = h_0 (\tan \alpha_a - \tan \alpha) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (31)$$

(8), (9) 式より,

$$x = h_0 (gd^{-1} \alpha_a - gd^{-1} \alpha) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (32)$$

$$y = h_0 (\sec \alpha_a - \sec \alpha) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (33)$$

(10) 式より,

$$y = h_0 \left\{ \tan a_a \sinh \frac{x}{h_0} - \sec a_a (\cosh \frac{x}{h_0} - 1) \right\} \quad \dots \quad (34)$$

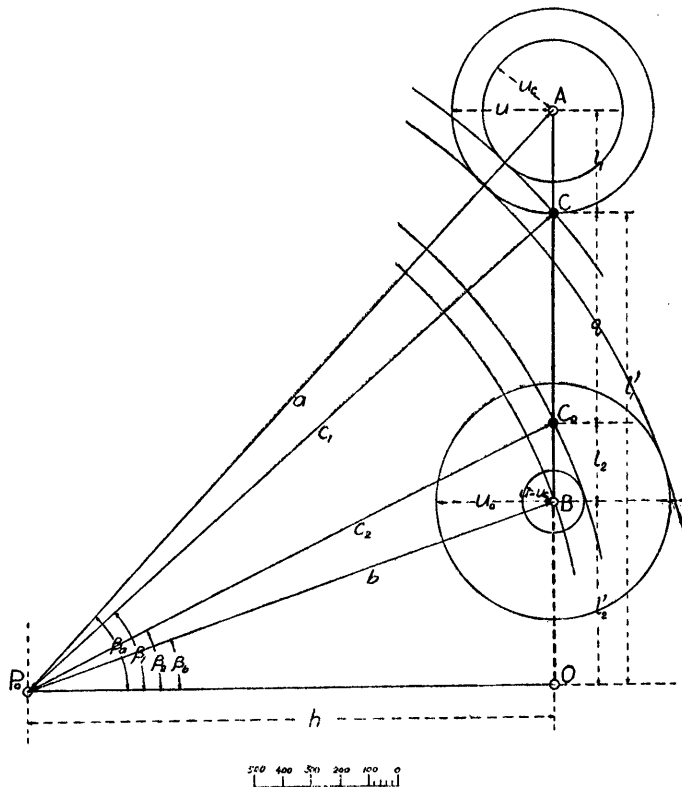
(14) 式より,

$$y = \sqrt{a^2 - h_0^2} \sinh \frac{x}{h_0} - a (\cosh \frac{x}{h_0} - 1) \quad \dots \quad (35)$$

(II), 運搬荷重存する場合。

此の場合は曳索を使用せざる場合と、使用する場合に分ち、前者を更に次の二つに分ちて考慮す。(其の一), 運搬荷重が軌索の任意點に静止して諸力が平衡して居る場合。(其の二), 運搬荷重が摩擦なき軌索上の任意點に放置されたる場合。

(A), 曳索を使用せざる場合 (其の一)。



第四圖 (b)

第四圖 (a) の軌索曲線圖に示す如く、此の場合には荷重點の兩側の軌索張力は相等しからずして其の合成力は運搬荷重と平衡すべき故荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の索線張力の水平分力は相等しかる可し。故に $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ は相等しきパラメーター h を有する垂曲線を

描く。但, H = 索線張力の水平分力, w_c = 軌索の單位長當りの重量, $h = \frac{H}{w_c}$ 。

(a), $\widehat{AC}$ 曲線の方程式。

上方支點 A を原點とし, A 點を通る水平線を x 軸, 鉛直線を y 軸とし, 矢の示す方向を正號とす。

l_{x1} = 原點より $\widehat{AC}$ の任意點 (x, y) 迄の索線長, β = 任意點に於ける軌索曲線の傾斜角,
 β_a = 上方支點 A に於ける軌索曲線の傾斜角, A = 上方支點 A に於ける索線張力, $a = \frac{A}{w_c}$ 。

(7) 式より,

$$l_{x1} = h (\tan \beta_a - \tan \beta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (36)$$

(8), (9) 式より,

$$x = h (\operatorname{gd}^{-1} \beta_a - \operatorname{gd}^{-1} \beta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (37)$$

$$y = h (\sec \beta_a - \sec \beta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (38)$$

(10) 式より,

$$y = h \left\{ \tan \beta_a \sinh \frac{x}{h} - \sec \beta_a (\cosh \frac{x}{h} - 1) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (39)$$

(14) 式より,

$$y = \sqrt{a^2 - h^2} \sinh \frac{x}{h} - a (\cosh \frac{x}{h} - 1) \quad \dots \quad \dots \quad (40)$$

(b), $\widehat{BC}$ 曲線の方程式。

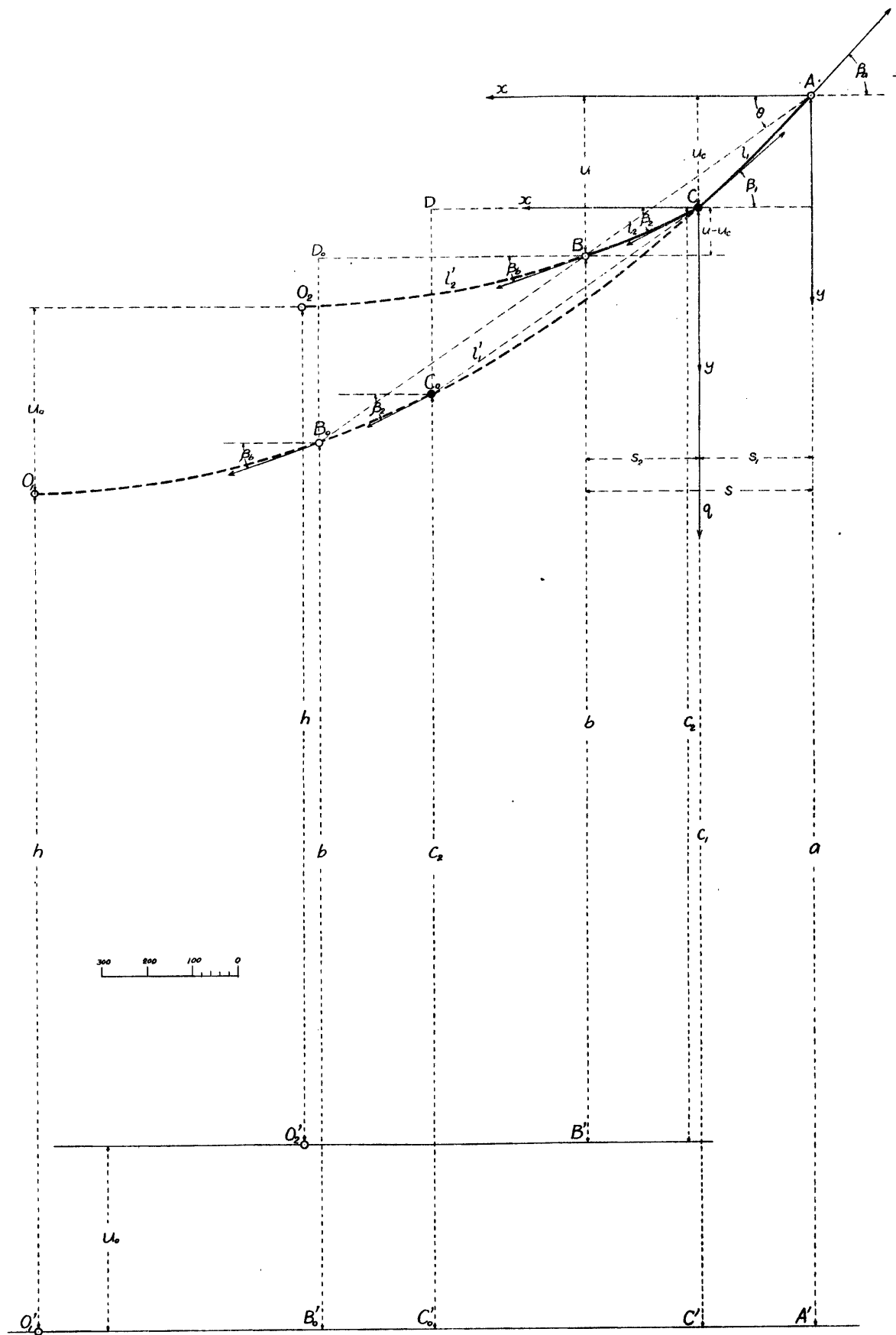
荷重點 C を原點とし, C 點を通る水平線を x 軸, 鉛直線を y 軸とし, 矢の示す方向を正號とす。

l_{x2} = 原點より $\widehat{BC}$ 間の任意點 (x, y) 迄の索線長, β = 任意點に於ける軌索曲線の傾斜角, β_2 = 荷重點 C に於ける軌索曲線の傾斜角, C_2 = 荷重點 C に於ける $\widehat{BC}$ の索線張力, $c_2 = \frac{C_2}{w_c}$ 。

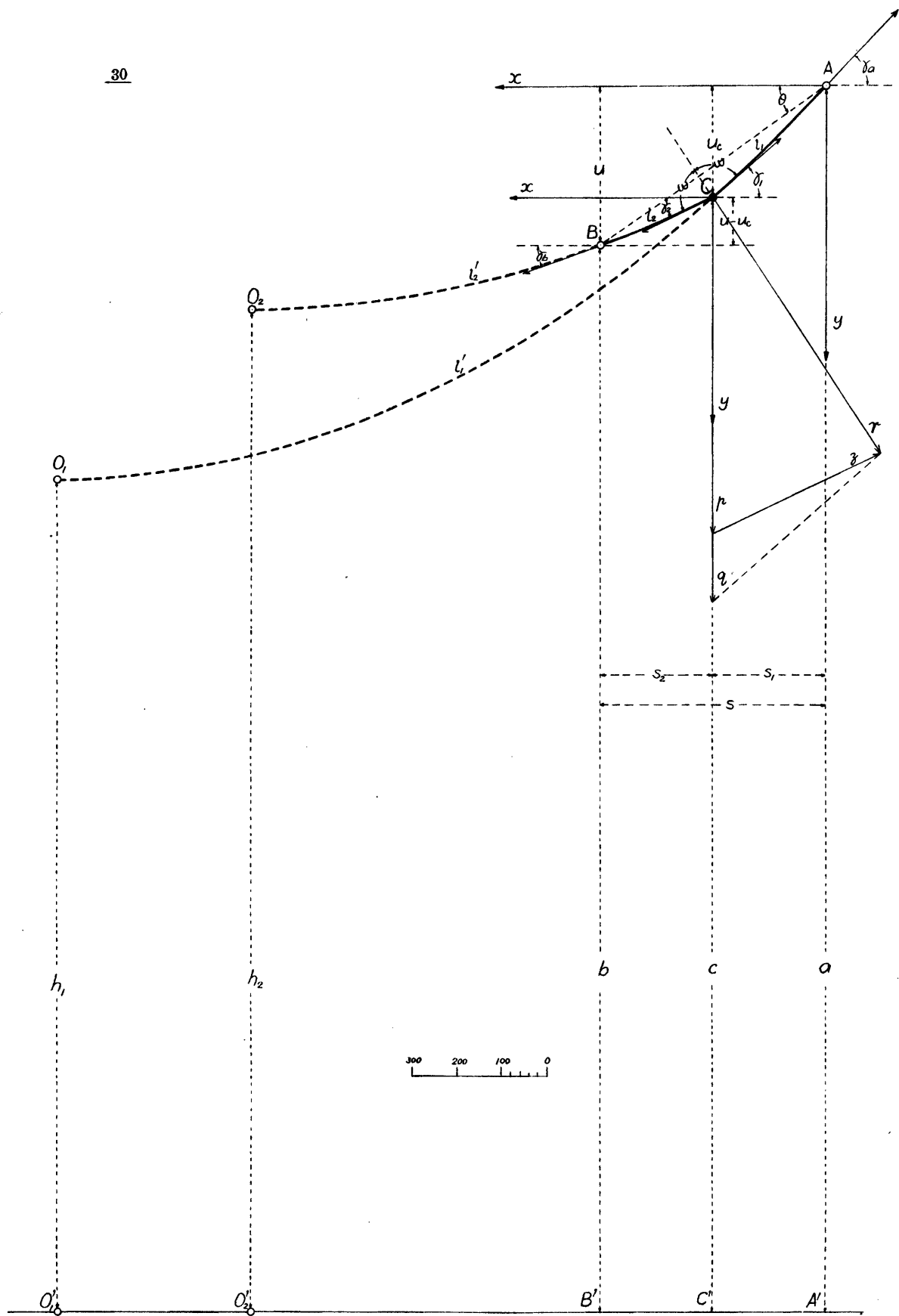
(7) 式より,

$$l_{x2} = h (\tan \beta_2 - \tan \beta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (41)$$

(8), (9) 式より,



第四圖 (a)



第五圖 (a)

$$x = h(\operatorname{gd}^{-1}\beta_2 - \operatorname{gd}^{-1}\beta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (42)$$

$$y = h(\sec \beta_2 - \sec \beta) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (43)$$

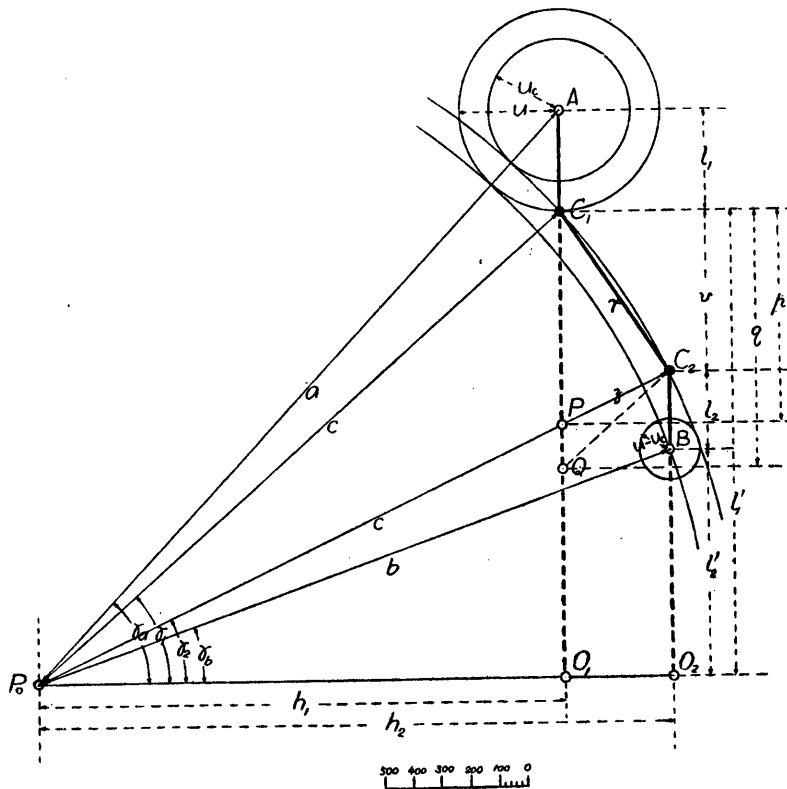
(10) 式より,

$$y = h \left\{ \tan \beta_2 \sinh \frac{x}{h} - \sec \beta_2 (\cosh \frac{x}{h} - 1) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (44)$$

(14) 式より,

$$y = \sqrt{c_2^2 - h^2} \sinh \frac{x}{h} - c_2 (\cosh \frac{x}{h} - 1) \quad \dots \quad \dots \quad (45)$$

(B), 曳索を使用せざる場合(其の二)及曳索を使用する場合。



第五圖 (b)

第五圖 (a) の軌索曲線圖に示す如く、此の場合には運搬荷重と制動力との合力は、荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ の切線の挟角の二等分線方向に作用する故(假定 5), $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ は相異なるパラメーター h_1 , h_2 を有する垂曲線を描き、且荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ の

索線張力は相等しかる可し。但, $H_1 = \widehat{AC}$ に於ける索線張力の水平分力, $H_2 = \widehat{BC}$ に於ける索線張力の水平分力, $w_c =$ 軌索の單位長當りの重量, $h_1 = \frac{H_1}{w_c}$, $h_2 = \frac{H_2}{w_c}$ 。

(a), $\widehat{AC}$ 曲線の方程式。

上方支點 A を原點とし, A 點を通る水平線を x 軸, 鉛直線を y 軸とし, 矢の示す方向を正號とす。

$l_{x1} =$ 原點より $\widehat{AC}$ 間の任意點 (x, y) 迄の索線長, $\gamma =$ 任意點に於ける軌索曲線の傾斜角, $\gamma_a =$ 上方支點 A に於ける軌索曲線の傾斜角, $A =$ 上方支點 A に於ける索線張力, $a = \frac{A}{w_c}$ 。

(7) 式より,

$$l_{x1} = h_1 (\tan \gamma_a - \tan \gamma) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (46)$$

(8), (9) 式より,

$$x = h_1 (\operatorname{gd}^{-1} \gamma_a - \operatorname{gd}^{-1} \gamma) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (47)$$

$$y = h_1 (\sec \gamma_a - \sec \gamma) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (48)$$

(10) 式より,

$$y = h_1 \left\{ \tan \gamma_a \sinh \frac{x}{h_1} - \sec \gamma_a \left(\cosh \frac{x}{h_1} - 1 \right) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (49)$$

(14) 式より,

$$y = \sqrt{a^2 - h_1^2} \sinh \frac{x}{h_1} - a \left(\cosh \frac{x}{h_1} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (50)$$

(b), $\widehat{BC}$ 曲線の方程式。

荷重點 C を原點とし, C 點を通る水平線を x 軸, 鉛直線を y 軸とし, 矢の示す方向を正號とす。

$l_{x2} =$ 原點より $\widehat{BC}$ 間の任意點 (x, y) 迄の索線長, $\gamma =$ 任意點に於ける軌索曲線の傾斜角, $\gamma_2 =$ 荷重點 C に於ける軌索曲線 $\widehat{BC}$ の傾斜角, $C =$ 荷重點 C に於ける $\widehat{BC}$ の索線張力, $c = \frac{C}{w_c}$ 。

(7) 式より,

$$l_{x2} = h_2 (\tan \gamma_2 - \tan \gamma) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (51)$$

(8), (9) 式より,

$$x = h_2 (gd^{-1} \gamma_2 - gd^{-1} \gamma) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (52)$$

$$y = h_2 (\sec \gamma_2 - \sec \gamma) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (53)$$

(10) 式より,

$$y = h_2 \left\{ \tan \gamma_2 \sinh \frac{x}{h_2} - \sec \gamma_2 \left(\cosh \frac{x}{h_2} - 1 \right) \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (54)$$

(14) 式より,

$$y = \sqrt{c^2 - h_2^2} \sinh \frac{x}{h_2} - c \left(\cosh \frac{x}{h_2} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (55)$$

VI 運搬荷重存せざる場合の條件式

運搬荷重存せざる場合の軌索曲線は(31)式乃至(35)式を用ひて描くことを得べきも、式中の h_0 , α_a , α_b は未知數なり。故に方程式の内容は之等の未知數を定むる事に依て限定せらる。

l = 索線全長, $l' = 0$ 點を垂曲線 $\widehat{AB}$ の頂點とすれば $\widehat{BO}$ の長さ, s = 支點間水平距離, u = 支點間高低差。 A, B = 上方支點 A 及下方支點 B に於ける索線張力, K = 錘重の重量, H_0 = 索線張力の水平分力, w_c = 軌索の單位長當りの重量, α_a = 上方支點 A に於ける軌索曲線の傾斜角, α_b = 下方支點 B に於ける軌索曲線の傾斜角, $a = \frac{A}{w_c}$, $b = \frac{B}{w_c}$, $k = \frac{K}{w_c}$, $h_0 = \frac{H_0}{w_c}$ 。

第三圖 (a) の軌索曲線圖及第三圖 (b) の力多角形圖を参照すべし。

(I), 條件式と其の應用。

(a), 軌索の下端を固定し, 上端に錘重を有する場合。

$$a = k = h_0 \sec \alpha_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_1)$$

$$b = a - u = h_0 \sec \alpha_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_2)$$

$$s = h_0 (gd^{-1} \alpha_a - gd^{-1} \alpha_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_3)$$

$$l = h_0 (\tan \alpha_a - \tan \alpha_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_4)$$

$$u = \sqrt{a^2 - h_0^2} \sinh \frac{s}{h_0} - a \left(\cosh \frac{s}{h_0} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (a_5)$$

(a₁) 式 及 (a₂) 式に於て k は既知なる故, h₀ を假定して α_a を求め, (a₃) 式を用ひて檢定を行ひ, 正しき h₀ を得る迄以上の試算を繰返す。又は (a₅) 式を用ひ h₀ を試算にて求む。然る時は (a₄) 式より l を得べし。

(b), 軌索の上端を固定し, 下端に錘重を有する場合。

$$b = k = h_0 \sec \alpha_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (b_1)$$

$$a = b + u = h_0 \sec \alpha_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (b_2)$$

$$s = h_0 (gd^{-1} \alpha_a - gd^{-1} \alpha_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (b_3)$$

$$l = h_0 (\tan \alpha_a - \tan \alpha_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (b_4)$$

$$u = \sqrt{(b+u)^2 - h_0^2} \sinh \frac{s}{h_0} - (b+u) \left(\cosh \frac{s}{h_0} - 1 \right) \quad \dots \quad (b_5)$$

(b₁) 式 及 (b₂) 式に於て k は既知なる故, h₀ を假定して α_a, α_b を求め, (b₃) 式を用ひて檢定を行ひ, 正しき h₀ を得る迄以上の試算を繰返す。又は (b₅) 式を用ひて h₀ を試算にて求む。然る時は (b₄) 式より l を得べし。

(c), 軌索の兩端固定の場合。

$$l^2 - u^2 = 2 h_0^2 \left(\cosh \frac{s}{h_0} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (c_1)$$

$$2 h_0 \tan \alpha_a = u \sqrt{1 + \frac{4}{\xi}} + 1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (c_2)$$

$$\text{但} \quad \xi = \left(\frac{l}{h_0} \right)^2 - \left(\frac{u}{h_0} \right)^2$$

$$2 h_0 \tan \alpha_b = u \sqrt{1 + \frac{4}{\xi}} - 1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (c_3)$$

$$\text{但} \quad \xi = \left(\frac{l}{h_0} \right)^2 - \left(\frac{u}{h_0} \right)^2$$

(c₁) 式に於て l, u, s は既知なる故に h_0 を求め得。然る時は (c₂) 式より α_a を求め, (c₃) 式より α_b を求め得べし。

(II), 條件式の誘導。

(a₁) 式の誘導：—

$$\text{特性一より, } a = \frac{A}{w_c} = h_0 \sec \alpha_a$$

支點に摩擦なきものとする故 (假定 4),

$A=K$ が成立す。従て,

$$a = k = h_0 \sec \alpha_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_1)$$

(a₂) 式の誘導：—

$$\text{特性一より, } b = \frac{B}{w_c} = h_0 \sec \alpha_b$$

然るに第三圖 (a) より明かに $b=a-u$ となる。

$$\text{従て, } b = a - u = h_0 \sec \alpha_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_2)$$

(a₃) 式の誘導：—

(32) 式に於て, $x=s$ とすれば $\alpha=\alpha_b$ となる。

$$s = h_0 (gd^{-1} \alpha_a - gd^{-1} \alpha_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_3)$$

(a₄) 式の誘導：—

(31) 式に於て, $l_r=1$ とすれば $\alpha=\alpha_b$ となる。

$$l = h_0 (\tan \alpha_a - \tan \alpha_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (a_4)$$

(a₅) 式の誘導：—

(35) 式に於て, $y=u$ とすれば $x=s$ となる。

$$u = \sqrt{a^2 - h_0^2} \sinh \frac{s}{h_0} - a (\cosh \frac{s}{h_0} - 1) \quad \dots \quad \dots \quad (a_5)$$

(b₁) 式乃至 (b₅) 式の誘導は (a₁) 式乃至 (a₅) 式の誘導にて了解せらるべし。

(c₁) 式は (26) 式にて $l_r=1$, $y=u$, $x=s$, $h=h_0$ として得られ, (c₂) 式は (22)

式にて $h=h_0$ 。もし、(c₃) 式は (24) 式にて $h=h_0$ 。として求め得らる。

VII 運搬荷重存する場合の條件式

(I), 條 件 式。

(A), 曳索を使用せざる場合 (其の一)。

此の場合の軌索曲線は (36) 式乃至 (45) 式を用ひて描くことを得べきも、式中の h , $\beta_a, \beta_1, \beta_2, \beta_b$ は未知數なり。故に方程式の内容は之等の未知數を定むる事に依て限定せらる。

A, B = 上方支點 A 及下方支點 B に於ける索線張力。 C_1, C_2 = 荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の索線張力。 H = 索線張力の水平分力, Q = 運搬荷重の重量にして搬器と貨物との重量より成る, K = 錘重の重量, w_c = 軌索の單位長當りの重量。 $a = \frac{A}{w_c}$, $b = \frac{B}{w_c}$, $c_1 = \frac{C_1}{w_c}$, $c_2 = \frac{C_2}{w_c}$, $h = \frac{H}{w_c}$, $q = \frac{Q}{w_c}$, $k = \frac{K}{w_c}$. β_a, β_b = A 支點及 B 支點に於ける軌索曲線の傾斜角。 β_1, β_2 = 荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の傾斜角。 l = 索線全長, $l_1 = \widehat{AC}$ の索線長, $l_2 = \widehat{BC}$ の索線長, $l'_1 = \widehat{AC}$ の頂點を O_1 とすれば $\widehat{CO_1}$ の索線長, $l'_2 = \widehat{BC}$ の頂點を O_2 とすれば $\widehat{BO_2}$ の索線長, $s = A, B$ 兩支點間の水平距離, $s_1 = A$ 支點と荷重點 C 間の水平距離, $s_2 = B$ 支點と荷重點 C 間の水平距離, $u = A, B$ 兩支點間の高低差, $u_c = A$ 支點と荷重點 C との高低差, $u_b = B$ 點を $\widehat{AC}$ の延長上に在る B 點の相當點とすれば $B_1 B_0$ 間の高低差にして $\widehat{AC}$ の基線と $\widehat{BC}$ の基線との高低差に相等し。

第四圖 (A) の軌索曲線圖と第四圖 (b) の力多角形圖を参照すべし。

$$a = b + u + u_c = u_c + c_1 = h \sec \beta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)$$

$$b = a - u - u_c = u_c - u + c_2 = h \sec \beta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_2)$$

$$u_c = c_1 - c_2 = h(\sec \beta_1 - \sec \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_3)$$

$$q = h(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)$$

$$l = l_1 + l_2 = h(\tan \beta_a - \tan \beta_1) + h(\tan \beta_2 - \tan \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)$$

$$s = s_1 + s_2 = h(gd^{-1}\beta_a - gd^{-1}\beta_1) + h(gd^{-1}\beta_2 - gd^{-1}\beta_b) \quad \dots \quad (A_6)$$

$$l = l_1 + l_2 = \{u_c^2 + 2h^2(\cosh \frac{s_1}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} + \{(u - u_c)^2 + 2h^2(\cosh \frac{s_2}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (A_7)$$

$$u_c = \sqrt{a^2 - h^2} \sinh \frac{s_1}{h} - a(\cosh \frac{s_1}{h} - 1) \quad \dots \quad (A_8)$$

$$u - u_c = \sqrt{c^2 - h^2} \sinh \frac{s_2}{h} - c(\cosh \frac{s_2}{h} - 1) \quad \dots \quad (A_9)$$

(B), 曳索を使用せざる場合(其の二)及曳索を使用する場合。

C = 荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の相等しき索線張力。 $H_1, H_2 = \widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の索線張力の水平分力, Q = 總荷重の重量にして搬器と貨物との重量に曳索の影響が加はり曳索なき時は搬器と貨物の重量, P = 搬器と貨物との重量。 $c = \frac{C}{w_c}, h_1 = \frac{H_1}{w_c}, h_2 = \frac{H_2}{w_c}, q = \frac{Q}{w_c}, p = \frac{P}{w_c}$ 。 $\gamma_a, \gamma_b = A$ 支點及 B 支點に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の傾斜角。 $\gamma_1, \gamma_2 =$ 荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の傾斜角。其の他の記號は (A) の場合に相等し。

第五圖 (a) の軌索曲線圖及第五圖 (b) の力多角形圖を参照す可し。

$$a = b + u = u_c + c = h_1 \sec \gamma_a \quad \dots \quad (B_1)$$

$$b = a - u = u_c - u + c = h_2 \sec \gamma_b \quad \dots \quad (B_2)$$

$$c = h_1 \sec \gamma_1 = h_2 \sec \gamma_2 \quad \dots \quad (B_3)$$

$$q = h_2(\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) = p + (h_2 - h_1)(\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad (B_4)$$

$$l = l_1 + l_2 = h_1(\tan \gamma_a - \tan \gamma_1) + h_2(\tan \gamma_2 - \tan \gamma_b) \quad \dots \quad (B_5)$$

$$s = s_1 + s_2 = h_1(gd^{-1}\gamma_a - gd^{-1}\gamma_1) + h_2(gd^{-1}\gamma_2 - gd^{-1}\gamma_b) \quad \dots \quad (B_6)$$

$$l = l_1 + l_2 = \{u_c^2 + 2h_1^2(\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1)\}^{\frac{1}{2}} + \{(u - u_c)^2 + 2h_2^2(\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (B_7)$$

$$u_c = \sqrt{a^2 - h_1^2} \sinh \frac{s_1}{h_1} - a \left(\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)$$

$$u - u_c = \sqrt{c^2 - h_2^2} \sinh \frac{s_2}{h_2} - c \left(\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)$$

(II), 條件式の誘導。

第四圖 (a), (b) 及第五圖 (a), (b) を参照すべし。

(A₁) 式の誘導 : —

$$\text{特性一より, } a = \frac{A}{w_c} = h \sec \epsilon_a$$

第四圖 (a) の軌索曲線圖に於て, $\widehat{AC}$ の延長上に B 點に相當する B₀ 點をとり, $\widehat{BC}$ に相當する曲線を $\widehat{B_0C_0}$ とすれば, C₀ 點は C 點の相當點となり, 從て $\angle BD_0B_0 \equiv \angle CDC_0$ となりて次の關係式が成立す。

$$a = b + u + u_0 = u_c + c_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (56)$$

$$u_0 = c_1 - c_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (57)$$

$$\text{故に } a = b + u + u_0 = u_c + c_1 = h \sec \beta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)$$

(B₁) 式の誘導 : —

$$\text{特性一より, } a = \frac{A}{w_c} = h_1 \sec \gamma_a$$

第五圖 (a) の軌索曲線圖より明白なる如く, 荷重點 C に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の索線張力は相等しき故に $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の基線は一致すべし。

$$\text{故に, } a = b + u = u_c + c$$

$$\text{從て, } a = b + u = u_c + c = h_1 \sec \gamma_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_1)$$

(A₂) 式の誘導 : —

$$\text{特性一より, } b = \frac{B}{w_c} = h \sec \beta_b$$

第四圖 (a) の軌索曲線圖より,

$$b = a - u - u_0 = u_c - u + c_2$$

$$\text{故に,} \quad b = a - u - u_0 = u_c - u + c_2 = h \sec \beta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_2)$$

(B₂) 式の誘導 : —

$$\text{特性一より,} \quad b = \frac{B}{w_c} = h_2 \sec \gamma_b$$

第五圖 (a) の軌索曲線圖より,

$$b = a - u = u_c - u + c$$

$$\text{故に,} \quad b = a - u = u_c - u + c = h_2 \sec \gamma_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_2)$$

(A₃) 式の誘導 : —

$$\text{特性一より,} \quad c_1 = \frac{C_1}{w_c} = h \sec \beta_1, \quad c_2 = \frac{C_2}{w_c} = h \sec \beta_2 \quad (57) \text{ 式に代入して,}$$

$$u_0 = c_1 - c_2 = h(\sec \beta_1 - \sec \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_3)$$

(B₃) 式の誘導 : —

此の場合は $\widehat{AC}$ と $\widehat{BC}$ の基線が一致する故に (57) 式に於て $u_0 = 0$ となり $c_1 = c_2$ となる。

特性一に依り,

$$c = h_1 \sec \gamma_1 = h_2 \sec \gamma_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)$$

(A₄) 式の誘導 : —

第四圖 (b) の力多角形圖より, $q = l_1' - l_2''$ 但 $l_2'' = l_2 + l_2'$

$$\text{特性二より,} \quad l_1' = h \tan \beta_1, \quad l_2'' = h \tan \beta_2$$

$$\text{故に,} \quad q = l_1'' - l_2' = h(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)$$

(B₄) 式の誘導 : —

制動力の作用する方向を γ_2 と假定すれば (假定 6), 第五圖 (b) の力多角形圖より,

$$q = (h_2 - h_1) \tan \gamma_1 + v = p + (h_2 - h_1) (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2)$$

$$v = l_1' - l_2'' \quad \text{特性二より, } l_1' = h_1 \tan \gamma_1 \quad l_2'' = h_2 \tan \gamma_2$$

$$\text{故に, } q = h_2 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) = p + (h_2 - h_1) (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad (B_4)$$

$$\text{従て, } p = h_1 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad (58)$$

(A₅) 式の誘導 : —

(36) 式に於て $\beta = \beta_1$ とすれば $l_{x1} = l_1$ となる。

$$l_1 = h (\tan \beta_a - \tan \beta_1) \quad \dots \quad (59)$$

(41) 式に於て $\beta = \beta_b$ とすれば $l_{x2} = l_2$ となる。

$$l_2 = h (\tan \beta_2 - \tan \beta_b) \quad \dots \quad (60)$$

應力に依る索線の伸張を無視すれば (假定 3),

$$l = l_1 + l_2 = h (\tan \beta_a - \tan \beta_1) + h (\tan \beta_2 - \tan \beta_b) \quad \dots \quad (A_5)$$

(B₅) 式の誘導 : —

(46) 式にて $\gamma = \gamma_1$ とすれば $l_{x1} = l_1$ となる。

$$l_1 = h_1 (\tan \gamma_a - \tan \gamma_1) \quad \dots \quad (61)$$

(51) 式に於て $\gamma = \gamma_b$ とすれば $l_{x2} = l_2$ となる。

$$l_2 = h_2 (\tan \gamma_2 - \tan \gamma_b) \quad \dots \quad (62)$$

$$l = l_1 + l_2 = h_1 (\tan \gamma_a - \tan \gamma_1) + h_2 (\tan \gamma_2 - \tan \gamma_b) \quad \dots \quad (B_5)$$

(A₆) 式の誘導 : —

(57) 式に於て $\beta = \beta_1$ とすれば $x = s_1$ となる。

$$s_1 = h (gd^{-1} \beta_a - gd^{-1} \beta_1) \quad \dots \quad (63)$$

(42) 式に於て $\beta = \beta_b$ とすれば $x = s_2$ となる。

$$s_2 = h (gd^{-1} \beta_2 - gd^{-1} \beta_b) \quad \dots \quad (64)$$

$$s = s_1 + s_2 = h (gd^{-1} \beta_a - gd^{-1} \beta_1) + h (gd^{-1} \beta_2 - gd^{-1} \beta_b) \quad \dots \quad (A_6)$$

(B₆) 式の誘導：—

(47) 式に於て $\gamma = \gamma_1$ とすれば $x = s_1$ となる。

$$s_1 = h_1 (gd^{-1}\gamma_a - gd^{-1}\gamma_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (65)$$

(52) 式に於て $\gamma = \gamma_b$ とすれば $x = s_2$ となる。

$$s_2 = h_2 (gd^{-1}\gamma_2 - gd^{-1}\gamma_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (66)$$

$$s = s_1 + s_2 = h_1 (gd^{-1}\gamma_a - gd^{-1}\gamma_1) + h_2 (gd^{-1}\gamma_2 - gd^{-1}\gamma_b) \quad \dots \quad (B_6)$$

(A₇) 式の誘導：—

(26) 式に於て $l_x = l_1$, $y = u_c$, $x = s_1$, $h = h$ とすれば,

$$l_1 = \{u_c^2 + 2h^2(\cosh \frac{s_1}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (67)$$

同様に (26) 式に於て $l_x = l_2$, $y = u - u_c$, $x = s_2$, $h = h$ とすれば,

$$l_2 = \{(u - u_c)^2 + 2h^2(\cosh \frac{s_2}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (68)$$

$$\begin{aligned} l = l_1 + l_2 &= \{u_c^2 + 2h^2(\cosh \frac{s_1}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} + \{(u - u_c)^2 \\ &+ 2h^2(\cosh \frac{s_2}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_7) \end{aligned}$$

(B₇) 式の誘導：—

(26) 式に於て $l_x = l_1$, $y = u_c$, $x = s$, $h = h_1$ とすれば,

$$l_1 = \{u_c^2 + 2h_1^2(\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (69)$$

(26) 式に於て $l_x = l_2$, $y = u - u_c$, $x = s_2$, $h = h_2$ とすれば,

$$l_2 = \{(u - u_c)^2 + 2h_2^2(\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (70)$$

$$\begin{aligned} l = l_1 + l_2 &= \{u_c^2 + 2h_1^2(\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1)\}^{\frac{1}{2}} + \{(u - u_c)^2 \\ &+ 2h_2^2(\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_7) \end{aligned}$$

(A₈) 式の誘導 : —

(40) 式に於て $x=s_1$ とすれば $y=u_c$ となる。

$$u_c = \sqrt{a^2 - h^2} \sinh \frac{s_1}{h} - a \left(\cosh \frac{s_1}{h} - 1 \right) \dots \dots \dots (A_8)$$

(B₈) 式の誘導 : —

(50) 式に於て $x=s_1$ とすれば $y=u_c$ となる。

$$u_c = \sqrt{a^2 - h_1^2} \sinh \frac{s_1}{h_1} - a \left(\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1 \right) \dots \dots (B_8)$$

(A₉) 式の誘導式 : —

(45) に於て $x=s_2$ とすれば $y=u-u_c$ となる。

$$u - u_c = \sqrt{c_2^2 - h^2} \sinh \frac{s_2}{h} - c_2 \left(\cosh \frac{s_2}{h} - 1 \right) \dots \dots (A_9)$$

(B₉) 式の誘導 : —

(55) 式に於て $x=s_2$ とすれば $y=u-u_c$ となる。

$$u - u_c = \sqrt{c^2 - h_2^2} \sinh \frac{s_2}{h_2} - c \left(\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1 \right) \dots \dots (B_9)$$

VIII 條 件 式 の 應 用

(I), 整調装置を備ふる場合。

(A), 曳索を使用せざる場合 (其の一)。

(a), $a=k$, q が與へられたる場合。

$$a = k = h \sec \beta_n \dots \dots \dots (A_1)$$

(A₁) 式に於て h を假定して β_n を求む。

$$s_1 = h (gd^{-1} \beta_n - gd^{-1} \beta_1) \dots \dots \dots (A_6)_a$$

(A₆)_a 式に於て s_1 を選び β_1 を求む。

$$q = h (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \dots \dots \dots (A_4)$$

(A₄) 式より β_2 を求む。

$$u_0 = h(\sec \beta_1 - \sec \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_3)$$

(A₃) 式より u_0 を求む。

$$a - u - u_0 = h \sec \beta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_2)$$

(A₂) 式より β_b を求む。

$$s_2 = h(gd^{-1} \beta_2 - gd^{-1} \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_6)_b$$

(A₆)_b 式を用ひて假定せる h の檢定を行ひ、正しき h を得る迄以上の試算を繰返す。

$$l = l_1 + l_2 = h(\tan \beta_a - \tan \beta_1) + h(\tan \beta_2 - \tan \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)$$

(A₅) 式より l を求む。

(b), $a = k$, l が與へられたる場合。

〔解 一〕,

$$a = k = h \sec \beta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)$$

(A₁) 式に於て h を假定して β_a を求む。

$$s_1 = h(gd^{-1} \beta_a - gd^{-1} \beta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_6)_a$$

(A₆)_a 式に於て s_1 を選びて β_1 を求む。

$$u_c = h(\sec \beta_a - \sec \beta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)'$$

(A₁)' 式より u_c を求む。

$$l_2 = l - l_1 = l - h(\tan \beta_a - \tan \beta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)$$

(A₅) 式より l_2 を求む。

$$2h \tan \beta_2 = (u - u_c) \sqrt{1 + \frac{4}{\gamma}} + l_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)'$$

$$\text{但} \quad \gamma = \left(\frac{l_2}{h}\right)^2 - \left(\frac{u - u_c}{h}\right)^2$$

(A₅)' 式より β_2 を求む。

$$l_2 = h(\tan \beta_2 - \tan \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)_b$$

(A₅)_b 式より β_b を求む。

$$s_2 = h(\operatorname{gd}^{-1} \beta_2 - \operatorname{gd}^{-1} \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_6)_b$$

(A₆)_b 式を用ひて假定せる h の檢定を行ひ、正しき h を得る迄以上の試算を繰返す。

$$q = h(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)$$

(A₄) 式より q を求む。

[解 二],

$$u_c = \sqrt{a^2 - h^2} \sinh \frac{s_1}{h} - a(\cosh \frac{s_1}{h} - 1) \quad \dots \quad \dots \quad (A_8)$$

(A₈) 式に於て h を假定し s_1 を選びて u_c を求む。

$$l = l_1 + l_2 = \{u_c^2 + 2h^2(\cosh \frac{s_1}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} + \{(u - u_c)^2 + 2h^2(\cosh \frac{s_2}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad (A_7)$$

(A₇) 式を用ひて假定せる h の檢定を行ひ、正しき h を得る迄以上の試算を繰返す。

$$a - u_c = h \sec \beta_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)''$$

(A₁)'' 式より β_1 を求む。

$$2h \tan \beta_2 = (u - u_c) \sqrt{1 + \frac{4}{\eta}} + l_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)'$$

$$\text{但} \quad \eta = \left(\frac{l_2}{h}\right)^2 - \left(\frac{u - u_c}{h}\right)^2$$

(A₅)' 式より β_2 を求む。

$$q = h(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)$$

(A₄) 式より q を求む。

(c), $a=k$, u_c が與へられたる場合。

$$u_c = \sqrt{a^2 - h^2} \sinh \frac{s_1}{h} - a \left(\cosh \frac{s_1}{h} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (A_8)$$

(A₈) 式に於て s_1 を選び試算に依り h を求む。然る時は (b) の〔解二〕と全く同様にし
て l 及 q を求め得べし。

(d), $b=k$, q が與へられたる場合。

$$b = k = h \sec \beta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_2)$$

(A₂) 式に於て h を假定して β_b を求む。

$$s_2 = h (gd^{-1} \beta_2 - gd^{-1} \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_6)_b$$

(A₆)_b 式に於て s_2 を選び β_2 を求む。

$$q = h (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)$$

(A₄) 式より β_1 を求む。

$$u_o = h (\sec \beta_1 - \sec \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_3)$$

(A₃) 式より u_o を求む。

$$b + u + u_o = h \sec \beta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)$$

(A₁) 式より β_a を求む。

$$s_1 = h (gd^{-1} \beta_a - gd^{-1} \beta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_6)_a$$

(A₆)_a 式を用ひて假定せる h の檢定を行ひ、正しき h を得る迄以上の試算を繰返す。

$$l = l_1 + l_2 = h (\tan \beta_a - \tan \beta_1) + h (\tan \beta_2 - \tan \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)$$

(A₅) 式より l を求む。

(e), $b=k$, l が與へられたる場合。

〔解一〕,

$$b = k = h \sec \beta_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_2)$$

(A₂) 式に於て h を假定して β_b を求む。

$$s_2 = h(\operatorname{gd}^{-1} \beta_2 - \operatorname{gd}^{-1} \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_6)_b$$

(A₆)_b 式に於て s_2 を選び β_2 を求む。

$$u_c = h(\sec \beta_b - \sec \beta_2) + u \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)'$$

(A₁)' 式より u_c を求む。

$$l_1 = l - l_2 = l - h(\tan \beta_2 - \tan \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)$$

(A₅) 式より l_1 を求む。

$$2h \tan \beta_a = u_c \sqrt{1 + \frac{4}{\lambda}} + l_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)''$$

$$\text{但} \quad \lambda = \left(\frac{l_1}{h}\right)^2 - \left(\frac{u_c}{h}\right)^2$$

(A₅)'' 式より β_a を求む。

$$l_1 = h(\tan \beta_a - \tan \beta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)_a$$

(A₅)_a 式より β_1 を求む。

$$s_1 = h(\operatorname{gd}^{-1} \beta_a - \operatorname{gd}^{-1} \beta_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_6)_a$$

(A₆)_a 式を用ひて假定せる h の檢定を行ひ、正しき h を得る迄以上の試算を繰返す。

$$q = h(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)$$

(A₄) 式より q を求む。

〔解 二〕,

$c_2 = k + u - u_c$ なる故に c_2 は既知なり。

$$u - u_c = \sqrt{c_2^2 - h^2} \sinh \frac{s_2}{h} - c_2 \left(\cosh \frac{s_2}{h} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (A_9)$$

(A₉) 式に於て h を假定し s_2 を選びて $u - u_c$ を求む。

$$\begin{aligned}
 l = l_1 + l_2 = \{u_c + 2h^2(\cosh \frac{s_1}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} + \{(u - u_c)^2 \\
 + 2h^2(\cosh \frac{s_2}{h} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \dots \dots (A_7)
 \end{aligned}$$

(A₇) 式を用ひて假定せる h の檢定を行ひ、正しき h を得る迄以上の試算を繰返す。

$$b + u - u_c = h \sec \beta_2 \dots \dots \dots (A_2)'$$

(A₂)' 式より β_2 を求む。

$$2h \tan \beta_a = u_c \sqrt{1 + \frac{4}{\lambda}} + l_1 \dots \dots \dots (A_5)''$$

$$\text{III} \quad \lambda = \left(\frac{l_1}{h}\right)^2 - \left(\frac{u_c}{h}\right)^2$$

(A₅)'' 式より β_a を求む。

$$l_1 = h(\tan \beta_a - \tan \beta_1) \dots \dots \dots (A_5)_a$$

(A₅)_a 式より β_1 を求む。

$$q = h(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \dots \dots \dots (A_4)$$

(A₄) 式より q を求む。

(f), $b=k$, u_c が與へられたる場合。

$c_2 = k + u - u_c$ より c_2 は既知となる。

$$u - u_c = \sqrt{c_2^2 - h^2} \sinh \frac{s_2}{h} - c_2(\cosh \frac{s_2}{h} - 1) \dots \dots (A_9)$$

(A₉) 式に於て s_2 を選ひ試算に依り h を求む。然る時は (e) の〔解二〕に全く同様にし
て l 及 q を求め得べし。

(B), 曳索を使用せざる場合 (其の二) 及曳索を使用する場合。

(a), $b=k$, q 又は p が與へられたる場合。

p が既知の場合は,

$$a = k + u = h_1 \sec \gamma_a \dots \dots \dots (B_1)$$

(B₁) 式に於て h_1 を假定して γ_a を求む。

$$s_1 = h_1 (\text{gd}^{-1} \gamma_a - \text{gd}^{-1} \gamma_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_6)_a$$

(B₆)_a 式に於て s_1 を選び γ_1 を求む。

$$p = h_1 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_4)'$$

(B₄)' 式より γ_2 を求む。

$$h_1 \sec \gamma_1 = h_2 \sec \gamma_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)$$

(B₃) 式より h_2 を求む。

$$b = k = h_2 \sec \gamma_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_2)$$

(B₂) 式より γ_b を求む。

$$s_2 = h_2 (\text{gd}^{-1} \gamma_2 - \text{gd}^{-1} \gamma_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_6)_b$$

(B₆)_b 式を用ひて假定せる h_1 の檢定を行ひ、正しき h_1 を得る迄以上の試算を繰返す。

q が既知の場合は、(B₂) 式に於て h_2 を假定して γ_b を求め、(B₆)_b 式に於て s_2 を選び γ_2 を求め、(B₄) 式より γ_1 を求む。(B₃) 式より h_1 を求め、(B₁) 式より γ_a を求め、(B₆)_a 式を用ひて假定せる h_2 の檢定を行ひ、正しき h_2 を得る迄以上の試算を繰返す。

$$l = l_1 + l_2 = h_1 (\tan \gamma_a - \tan \gamma_1) + h_2 (\tan \gamma_2 - \tan \gamma_b) \quad \dots \quad \dots \quad (B_5)$$

(B₅) 式より l を求む。

(b), $b=k$, l が與へられたる場合。

〔解 一〕,

$$a = k + u = h_1 \sec \gamma_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_1)$$

(B₁) 式に於て h_1 を假定して γ_a を求む。

$$s_1 = h (\text{gd}^{-1} \gamma_a - \text{gd}^{-1} \gamma_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_6)_a$$

(B₆)_a 式に於て s_1 を選び γ_1 を求む。

$$c = h_1 \sec \gamma_1 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)_a$$

(B₃)_a 式より c を求む。

$$l_2 = l - l_1 = l - h_1 (\tan \gamma_a - \tan \gamma_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_5)$$

(B₅) 式より l_2 を求む。

$$h_2^2 = b^2 - \frac{(c^2 - b^2 - l_2^2)^2}{4 l_2^2} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_5)'$$

(B₅)' 式より h_2 を求む。

$$c = h_2 \sec \gamma_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)_b$$

(B₃)_b 式より γ_2 を求む。

$$b = k = a - u = h_2 \sec \gamma_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_2)$$

(B₂) 式より γ_b を求む。

$$s_2 = h_2 (gd^{-1} \gamma_2 - gd^{-1} \gamma_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_6)_b$$

(B₆)_b 式を用ひて假定せる h_1 の檢定を行ひ、正しき h_1 を得る迄以上の試算を繰返す。

$$q = h_2 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_4)$$

$$p = h_1 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_4)'$$

(B₄) 式より q を、(B₄)' 式より p を求む。

〔解 二〕,

$a = k + u$ より a は既知なり。

$$u_e = \sqrt{a^2 - h_1^2} \sinh \frac{s_1}{h_1} - a \left(\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (B_8)$$

(B₈) 式に於て h_1 を假定し s_1 を選びて u_e を求む。

$c = k + u - u_e$ より c は既知なる。

$$u - u_e = \sqrt{c^2 - h_2^2} \sinh \frac{s_2}{h_2} - c \left(\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1 \right) \quad \dots \quad \dots \quad (B_9)$$

(B₉) 式より h_2 を求む。

$$l = l_1 + l_2 = \{u_c^2 + h_1^2 (\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1)\}^{\frac{1}{2}} + \{(u - u_c)^2 + 2 h_2^2 (\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1)\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (B_7)$$

(B₇) 式を用ひて假定せる h_1 の檢定を行ひ、正しき h_1 を得る迄以上の試算を繰返す。

$$a - u_c = h_1 \sec \gamma_1 \quad \dots \quad (B_1)'$$

(B₁)' 式より γ_1 を求む。

$$b + u - u_c = h_2 \sec \gamma_2 \quad \dots \quad (B_2)'$$

(B₂)' 式より γ_2 を求む。

$$q = h_2 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad (B_4)$$

$$p = h_1 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad (B_4)'$$

(B₄) 式より q を、(B₄)' 式より p を求む。

(c), $b=k$, u_c が與へられたる場合。

$a=k+u$ より a は既知なる。

$$u_c = \sqrt{a^2 - h_1^2} \sinh \frac{s_1}{h_1} - a (\cosh \frac{s_1}{h_1} - 1) \quad \dots \quad (B_8)$$

(B₈) 式に於て s_1 を選ひて試算に依り h_1 を求む。

$c=k+u-u_c$ より c は既知なる。

$$u - u_c = \sqrt{c^2 - h_2^2} \sinh \frac{s_2}{h_2} - c (\cosh \frac{s_2}{h_2} - 1) \quad \dots \quad (B_9)$$

(B₉) 式より試算に依り h_2 を求む。

然る時は (b) の〔解二〕に全く同様にして l , q , p を求め得べし。

(II), 軌索の兩端固定の場合。

(A), 曳索を使用せざる場合 (其の一)。

(a), a, l が與へられたる場合。

此の場合は (I), (A), (b) の場合に相等し。

(b), l, q が與へられたる場合。

$$q = h(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)$$

(A₄) 式に於て h を假定し β_1 を選びて β_2 を求む。

$$u_0 = h(\sec \beta_1 - \sec \beta_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_3)$$

(A₃) 式より u_0 を求む。

$$2h \sec \beta_b = (1+q) \sqrt{1 + \frac{4}{\tau}} - (u + u_0) \quad \dots \quad \dots \quad (A_5)'''$$

$$\text{但} \quad \tau = \left(\frac{1+q}{h} \right)^2 - \left(\frac{u+u_0}{h} \right)^2$$

(A₅)''' 式より β_b を求む。

$$1+q = h(\tan \beta_a - \tan \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_4)'$$

(A₄)' 式より β_a を求む。

$$s = s_1 + s_2 = h(gd^{-1}\beta_a - gd^{-1}\beta_b) + h(gd^{-1}\beta_2 - gd^{-1}\beta_b) \quad \dots \quad (A_6)$$

(A₆) 式を用ひて假定せる h を檢定し、正しき h を得る迄以上の試算を繰返す。

$$a = h \sec \beta_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (A_1)$$

(A₁) 式より a を求む。

(c), a, u_0 が與へられたる場合。

此の場合は (I), (A), (c) の場合に相等し。

(B), 曳索を使用せざる場合 (其の二) 及曳索を使用する場合。

(a), a, l が與へられたる場合。

此の場合は (I), (B), (b) の場合に相等し。

(b), l, q 又は p が與へられたる場合。

$$q = h_2 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_4)$$

$$p = h_1 (\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_4)'$$

(B₄) 式又は (B₄)' 式に於て h_2 又は h_1 を假定し γ_1 を選びて γ_2 を求む。

$$h_1 \sec \gamma_1 = h_2 \sec \gamma_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)$$

(B₃) 式より h_1 又は h_2 を求む。

$$2e h_2 \sec \gamma_b = (1+v) \sqrt{f^2 - 4eh_2^2} - fu \quad \dots \quad \dots \quad (B_3)''$$

$$\text{但} \quad v = h_1 \tan \gamma_1 - h_2 \tan \gamma_2$$

$$e = u^2 - (1+v)^2$$

$$f = e - (h_1^2 - h_2^2)$$

(B₃)''' 式より γ_b を求む。

$$u = a - b = h_1 \sec \gamma_a - h_2 \sec \gamma_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_2)'$$

(B₂)' 式より γ_a を求む。

$$s = s_1 + s_2 = h_1 (gd^{-1} \gamma_a - gd^{-1} \gamma_1) + h_2 (gd^{-1} \gamma_2 - gd^{-1} \gamma_b) \quad \dots \quad (B_6)$$

(B₆) 式を用ひて假定せる h_2 又は h_1 の檢定を行ひ、正しき h_2 又は h_1 を得る迄以上の試算を繰返す。

$$a = h_1 \sec \gamma_a \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (B_1)$$

(B₁) 式より a を求む。

(c), a , u_c が與へられたる場合。

此の場合は (I), (B), (c) の場合に相等し。

〔備考〕,

(A₅)' 式の誘導：—

$$l_2 = h (\tan \beta_2 - \tan \beta_b)$$

$$u - u_c = h (\sec \beta_2 - \sec \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (71)$$

兩式より β_b を消去すれば (A₅)' 式を得。

(B₅)' 式の誘導：—

$$l_2 = h_2 (\tan \gamma_2 - \tan \gamma_b) \quad , \quad b = h_2 \sec \gamma_b \quad , \quad c = h_2 \sec \gamma_2$$

以上三式を聯立に解きて (B₅)' 式を得。

(A₅)'' 式の誘導：—

$$l_1 = h (\tan \beta_a - \tan \beta_i)$$

$$u_c = h (\sec \beta_a - \sec \beta_i) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (72)$$

兩式より β_i を消去して (A₅)'' 式を得。

(B₅)'' 式の誘導：—

$$l_1 = h_1 (\tan \gamma_a - \tan \gamma_i) \quad , \quad a = h_1 \sec \gamma_a \quad , \quad c = h_1 \sec \gamma_i$$

以上三式を聯立に解きて (B₅)'' 式を得。

(A₅)''' 式の誘導：—

$$l = h (\tan \beta_a - \tan \beta_i) + h (\tan \beta_2 - \tan \beta_b)$$

$$q = h (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)$$

兩式より,

$$l + q = h (\tan \beta_a - \tan \beta_b) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (73)$$

(A₁) 式より,

$$u = a - b - u_0 = h (\sec \beta_a - \sec \beta_b) - u_0 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (74)$$

(73), (74) 式より β_a を消去して (A₅)''' 式を得。

(B₅)''' 式の誘導：—

$$l = h_1 (\tan \gamma_a - \tan \gamma_i) + h_2 (\tan \gamma_2 - \tan \gamma_b)$$

$$v = h_1 \tan \gamma_i - h_2 \tan \gamma_2$$

兩式より,

$$l = h_1 \tan \gamma_a - h_2 \tan \gamma_b - v \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (75)$$

(B₁) 式より,

$$u = a - b = h_1 \sec \gamma_a - h_2 \sec \gamma_b \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (76)$$

(75), (76) 式より γ_a を消去して (B₅)''' 式を得。

IX 軌索曲線圖と力多角形圖

(I), 運搬荷重存せざる場合。

VI に於て述べたる條件式に依て, (31) 式乃至 (35) 式中の未知數を決定すれば軌索曲線圖を描き得べし。簡單には第一圖表及第二圖表を利用して描く事を得。但圖表中の $\varphi_a = \alpha_a$, $\varphi = \alpha$, $h = h_0$ と爲す可し。

第三圖 (a) は l なる長さの軌索を A, B 兩支點間に張りたる軌索曲線圖にして, 重力式架空索道にありては軌索の描く垂曲線の頂點 O は A, B 兩支點の徑間外に在る可きなり。

第三圖 (b) は第三圖 (a) に示す軌索曲線の力多角形圖なり。但總ての力は軌索の單位長當りの重量 w_c にて除して長さに換算せるものとす。軌索曲線圖と力多角形圖との關係、並びに力多角形圖の描き方は圖より明かなるべし。

力多角形圖に於て, B 點が $P.O$ 線の上方にあれば軌索曲線の頂點 O は AB 徑間外に在り, B 點が $P.O$ 線上にあれば頂點 O は下方支點 B と一致し, B 點が $P.O$ 線の下方にあれば頂點 O は AB 徑間内に在る。

(II), 運搬荷重存する場合。

(A), 曳索を使用せざる場合 (其の一)。

VIII に於て述べたる條件式に依て, (36) 式乃至 (45) 式中の未知數を定むれば軌索曲線圖を描き得べし。簡單には第一圖表及第二圖表を利用して描く事を得。但圖表中, $\widehat{AC}$ に對しては $\varphi_a = \beta_a$, $\varphi = \beta$, $h = h$ とし, $\widehat{BC}$ に對しては $\varphi_a = \beta_2$, $\varphi = \beta$, $h = h$ とす可し。

第四圖 (a) は長さ l なる軌索を A, B 兩支點間に張り, C 點に q なる運搬荷重 (搬器と貨物の重量 Q を w_c にて除したるもの) が静止して平衡せる軌索曲線圖なり。

第四圖 (b) は第四圖 (a) に示す軌索曲線の力多角形圖にして, 軌索曲線との關係及其の描き方は圖より明かなる可し。

(B), 曳索を使用せざる場合 (其の二) 及曳索を使用する場合。

VIII に於て述べたる條件式に依て, (46) 式乃至 (55) 式中の未知數を決定すれば軌索曲線圖を描き得べし。簡單には第一圖表及第二圖表を利用して描く事を得。但圖表中, $\widehat{AC}$ に對しては $\varphi_a = \gamma_a$, $\varphi = \gamma$, $h = h_1$ とし, $\widehat{BC}$ に對しては $\varphi_a = \gamma_2$, $\varphi = \gamma$, $h = h_1$ とす可し。

第五圖 (a) は長さ l なる軌索を A, B 兩支點間に張り, C 點にて運搬荷重 p (搬器と

貨物の重量 P を w_c にて除したるもの) と制動力 z (力 Z を w_c にて除したるもの) との合力 r (力 R を w_c にて除したるもの) が, C 點に於ける $\widehat{AC}$ 及 $\widehat{BC}$ の切線の挟角 2ω の二等分線方向に作用して平衡せる軌索曲線圖なり。而して q は曳索を使用する場合は P に曳索の影響を加へた總垂直荷重 Q を w_c にて除した値にして, 曳索を使用せざる場合 (其の二) には $p=q$ となりて常に平衡は破れ, 第五圖 (b) の C_2Q なる力が残し, 之に依りて運搬荷重は進行すべし。

第五圖 (b) は第五圖 (a) に示す軌索曲線の力多角形にして, 軌索曲線の關係及其の描き方は圖より容易に了解し得可し。

X 索 線 張 力

(一), 解析的解法。

T = 任意點に於ける軌索の索線張力, H = 索線張力の水平分力, φ = 任意點に於ける軌索曲線の傾斜角。

(11) 式より,

$$T = H \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = H \sec \varphi$$

兩邊を軌索の單位長當りの重量 w_c にて除せば,

$$t = h \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (77)$$

$$\text{又は, } t = h \sec \varphi \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (78)$$

(77) 式又は (78) 式より t を求め, w_c を乗ずれば索線張力 T を得べし。

(I), 運搬荷重存せざる場合。

(34) 式より $\frac{dy}{dx}$ を求めて (77) 式に代入すれば,

$$t_0 = h_0 \left\{ 1 + \left(\tan \alpha_a \cosh \frac{x}{h_0} - \sec \alpha_a \sinh \frac{x}{h_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad \dots \quad (79)$$

(79) 式中の α_a , h_0 は VI に述べたる方法にて求む。

又は (78) 式より,

$$t_0 = h_0 \sec \alpha \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (80)$$

(80) 式中の α は (31) 式乃至 (33) 式より求む。

(II), 運搬荷重存する場合。

(A), 曳索を使用せざる場合 (其の一)。

(a), $\widehat{AC}$ に於ける索線張力。

(39) 式より $\frac{dy}{dx}$ を求めて (77) 式に代入すれば,

$$t_1 = h \left\{ 1 + \left(\tan \beta_a \cosh \frac{x}{h} - \sec \beta_a \sinh \frac{x}{h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (81)$$

(81) 式中の h , β_a は場合に應じて VIII, (I), (A) 又は VIII, (II), (A) の方法にて求む。

次に h の値を (78) 式に代入すれば,

$$t_1 = h \sec \beta \quad \dots \quad (82)$$

(82) 式中の β は (36) 式乃至 (38) 式より求む。

(b), $\widehat{BC}$ に於ける索線張力。

(44) 式より $\left(\frac{dy}{dx} \right)$ を求めて (77) 式に代入すれば,

$$t_2 = h \left\{ 1 + \left(\tan \beta_2 \cosh \frac{x}{h} - \sec \beta_2 \sinh \frac{x}{h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (83)$$

(83) 式中の h , β_2 は場合に應じて VIII, (I), (A) 又は VIII, (II), (A) の方法にて求む。

次に h の値を (78) 式に代入すれば,

$$t_2 = h \sec \beta \quad \dots \quad (84)$$

(84) 式中の β は (41) 式乃至 (43) 式より求む。

(B), 曳索を使用せざる場合 (其の二) 及曳索を使用する場合。

(a), $\widehat{AC}$ に於ける索線張力。

(49) 式より $\frac{dy}{dx}$ を求めて (77) 式に代入すれば,

$$t_1 = h_1 \left\{ 1 + \left(\tan \gamma_a \cosh \frac{x}{h_1} - \sec \gamma_a \sinh \frac{x}{h_1} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad (85)$$

(85) 式中の h_1 , γ_a は場合に應じて VIII, (I), (B) 又は VIII, (II), (B) の方法にて求む。

次に h_1 の値を (78) 式に代入すれば,

$$t_1 = h_1 \sec \gamma \dots \dots \dots (86)$$

(86) 式中の γ は (46) 式乃至 (48) 式より求む。

(b), $\widehat{BC}$ に於ける索線張力。

(54) 式より $\frac{dy}{dx}$ を求めて (77) 式に代入すれば,

$$t_2 = h_2 \left\{ 1 + \left(\tan \gamma_2 \cosh \frac{x}{h_2} - \sec \gamma_2 \sinh \frac{x}{h_2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \dots \dots (87)$$

(87) 式中の h_2 , γ_2 は場合に應じて VIII, (I), (B) 又は VIII, (II), (B) の方法にて求む。

次に h_2 の値を (78) 式に代入すれば,

$$t_2 = h_2 \sec \gamma \dots \dots \dots (88)$$

(88) 式中の γ は (51) 式乃至 (53) 式より求む。

(二), 圖式解法。

第三圖 (a), 第四圖 (a) 及第五圖 (a) の軌索曲線圖に於て, 任意點の索線張力は其の點の基線よりの縦距を測れば, 其の値に w_c を乗じて得らるべし。

第三圖 (b), 第四圖 (b) 及第五圖 (b) の力多角形圖に於て, 場合に應じて I 直線, l_1 直線又は l_2 直線上に原點より任意點に至る索線長 l_e をさり, 其の終端點を極 P。を結べば, 其の長さに w_c を乗じて任意點の索線張力を得。其の直線と水平線の爲す角は任意點の曲線傾斜角を表はす。

A STUDY ON THE GRAVITY AERIAL CABLEWAY ACCORDING TO THE CATENARY THEORY

FIRST REPORT ON THE CURVE OF THE CARRIER CABLE AND ITS TENSIONS

(Résumé)

Haruto WATANABE

Gravity aerial cableways may be conveniently divided into two main classes, and these are further subdivided into different types, namely :

- (A) One end of a carrier cable is fixed and another has a counterweight ;
 - (a) There is no tractor cable ;
 - (b) A tractor cable is used ;
- (B) Both ends of a carrier cable are fixed ;
 - (a) There is no tractor cable ;
 - (b) A tractor cable is used.

Fig. I shows a diagram of the general case of a span of cable in which the points of support are at unequal elevation. A and B are the points of support and O the lowest point of the curve.

With A as the origin, take the co-ordinate axes, Ax and Ay ; Ax being taken in the horizontal direction and Ay, perpendicular to Ax, and the directions of the arrows show positive.

In the Fig. I let

T (x y) be any point of the cable at which the tension T makes an angle φ with the x-axis,

l_x be the length of the arc AT,

A be the tension of the cable at the point of support A,

φ_a be the angle which the direction of the cable at A makes with the x-axis,

H be the horizontal component of the tension of the cable,

w be the weight per unit length of the cable,

and put $a = A \div w$, $t = T \div w$ and $h = H \div w$.

Assuming the cable to be perfectly flexible and unstretched due to stresses, the equations determining the curve of the carrier cable become

$$l_x = h (\tan \varphi_a - \tan \varphi), \dots \dots \dots (7)$$

$$x = h (\operatorname{gd}^{-1} \varphi_a - \operatorname{gd}^{-1} \varphi), \dots \dots \dots (8)$$

$$y = h (\sec \varphi_a - \sec \varphi), \dots \dots \dots (9)$$

If φ be eliminated from (8) and (9)

$$y = h \left\{ \tan \varphi_a \sinh \frac{x}{h} - \sec \varphi_a \left(\cosh \frac{x}{h} - 1 \right) \right\}, \dots \dots \dots (10)$$

The tension of any point of the carrier cable is represented by the following equations, namely ;

$$t = h \left\{ 1 + \left(\tan \varphi_a \cosh \frac{x}{h} - \sec \varphi_a \sinh \frac{x}{h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \dots \dots \dots (77)$$

$$\text{or } t = h \sec \varphi, \dots \dots \dots (78)$$

As h , φ_a and φ in the above equations are unknown, some conditional equations are necessary to determine these unknowns.

In V—X the author presented the results of a series of analytical and graphical investigations carried out on the conditional equations for each type of gravity aerial cableways.