

改良型適応形サンプル値フィルタについて

小段, 謙一

<https://doi.org/10.15017/208>

出版情報 : 九州大学医療技術短期大学部紀要. 18, pp.11-15, 1991-03. Kyushu University School of Health Sciences Fukuoka, Japan

バージョン :

権利関係 :

改良型適応形サンプル値フィルタについて

小 段 謙 一

On Improved Adaptive Sampled-Data Filters

Kenichi Kodan

Abstract

Among parameters of Sampled-Data Filter as a resonator, the location of the poles of its transfer function is most important.

In this paper, the distance between pole and origin in z-plane is discussed from the viewpoint of shorter response time and better resonance characteristic.

1. ま え が き

適応形サンプル値フィルタで構成した共振器は、周波数変動を伴う入力信号に対しても、フィルタを構成するパラメータや共振器のQは不変のままに常に入力信号の基本波を抽出することができる。¹⁾

この適応形サンプル値フィルタの周波数変動の検出部分に改良を加えて、変動に対する応答時間の短縮を実現したのが、改良型適応形サンプル値フィルタ（以下、改良型フィルタと言う）である。^{2) 3)}

前稿では、この改良部分のパラメータの検討を行ない、応答時間を更に短縮することができた。⁴⁾

本稿では、サンプル値フィルタの部分の重要なパラメータの設定について検討を行なう。

2. 改良型フィルタ

2.1 回路の構成

図1に改良型フィルタの構成を示す。

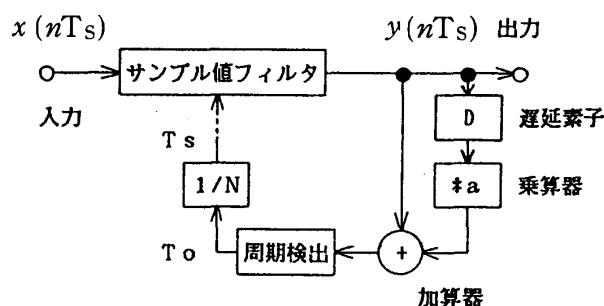


図1. 改良型適応形サンプル値フィルタ

このサンプル値フィルタの部分の入出力の関係式と、共振特性（振幅特性 $H(m)$ と位相特性 $\theta(m)$ ）及び、共振器のQは夫々、次式の様にと与えられている。

$$y(nT_s) = x(nT_s) - b_1 y\{(n-1)T_s\} - b_2 y\{(n-2)T_s\} \quad (1)$$

$$H(m) = 1 / \sqrt{1+r^2-2r \cos\{(m-1)\phi\}} \cdot 1 / \sqrt{1+r^2-2r \cos\{(m+1)\phi\}} \quad (2)$$

$$\theta(m) = 2m\phi - \tan^{-1} \frac{\sin m\phi - r \sin \phi}{\cos m\phi - r \cos \phi} - \tan^{-1} \frac{\sin m\phi + r \sin \phi}{\cos m\phi - r \cos \phi} \quad (3)$$

$$Q = \phi/2 \cos^{-1} \left\{ \frac{-1+4r-r^2}{2r} \right\} \quad (4)$$

但し、 m は共振器の中心周波数で正規化した周波数である。又、共振器の伝達関数の極は、 $re^{±j\phi}$ ($0 < r < 1$) であり、 $b_1 = -2r\cos\phi, b_2 = r^2$ の関係がある。

この共振器は、その入力周期とサンプリング周期との比が一定値に保たれる限り、常に入力信号の基本波を抽出することができる。¹⁾

そこで、歪の軽減された出力から何らかの方法で入力周期の変動を検出し (T_0)、一定値 (N) で除してサンプリング周期 (T_s) とする。 T_0 が入力周期と一致していなければ過渡応答に時間がかかることになる。

改良型フィルタでは、出力信号に同じ信号を変動前の周期の1/2の時間だけ遅延させたものを加えて変動前の周期の成分を減衰させ、変動後の周期を早期に検出する方法をとっている。²⁾

2.2 応答時間

簡単のため、入力周期が $T_i \rightarrow T_i/M$ にステップ変化した場合を考える。但し、ここでは $M \geq 1$ とする。

T_i で正規化した応答時間 τ は次式で表わされる。³⁾

$$\tau/T_i = \frac{1}{2} - \frac{1}{N} \log_{10} \left\{ 1 - \frac{3.3H(M)}{H(1)} \right\} / (M \log r) \tag{5}$$

3. r に関する考察

サンプル値フィルタ (共振器) においては、その伝達関数の極 $re^{±j\phi}$ を与える r, ϕ が重要なパラメータとなる。ここでは、 r について考察する。

適応形サンプル値フィルタで構成した共振器においては、基本波を抽出できるための共振特性の良さと入力周期変動に対する応答時間の短さが要求される。

(4)式から、共振特性の指標となる共振器の Q の値は、 r が1に近い程大きく、(5)式からは、 τ/T_i の値も r が1に近い程大きくなることがわかる。

従って、すぐれた共振特性を得ようとして r の

値を1に近づけると、応答時間が長くなってしまい、前述の要求を満足しなくなる。

そこで、すぐれた共振特性と短い応答時間の両方を満足する r の値の選定が重要になる。

3.1 r と応答時間の関係

まず、短い応答時間を与える r の値について考察する。

(2), (5)式により r と τ/T_i の関係を求め、図2に示した。(1)式と図1にもとづくシミュレーション結果も同時に示した。但し、 $\phi = \pi/4, N = 8, M = 2$ とした。又、 $M = 2$ の時は、周期検出部分のパラメータ (a) の設定範囲内で応答時間がほとんど一定であることを考慮し、簡単のため a の値として設定範囲の中心値をとり、 $a = r^4$ とした。²⁾

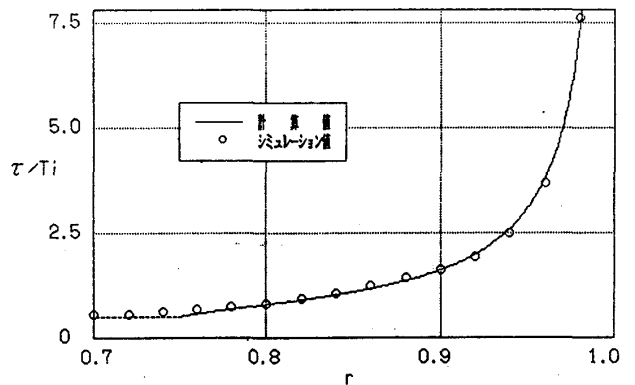


図2. r と応答時間

図2において、計算値とシミュレーション値はよく一致しており、 r と応答時間の関係にも(5)式が有効であることがわかる。

前述の如く、 r の値が大きくなると応答時間が長くなることが示されている。

但し、どの程度の応答時間なら満足できるかということは一概には言えないので、別の観点から検討を進めることにする。

適応形サンプル値フィルタの応用例として、入力周期が通常は T_i であるが或る時間 T_p だけ $T_i' = T_i/2$ に変化させ、 T_p に或る種の情報を持たせることを考える。この時、出力振幅の回復時間 τ_R は、 T_p の値によらず一定であることが望ましいと考えられる。

T_p を以下の様に変化させて、 r と τ_R との関係

をシミュレーションにより求めた。

- (1) $T_p = 1/4 T_i'$ (T_i' を基準にとると1/4周期)
- (2) $T_p = 1/2 T_i'$ (" 1/2周期)
- (3) $T_p = T_i'$ (" 1 周期)
- (4) $T_p = 1.5 T_i'$ (" 1.5周期)
- (5) $T_p = 2 T_i'$ (" 2 周期)

図3は入力波形の例である。結果は図4に示した。

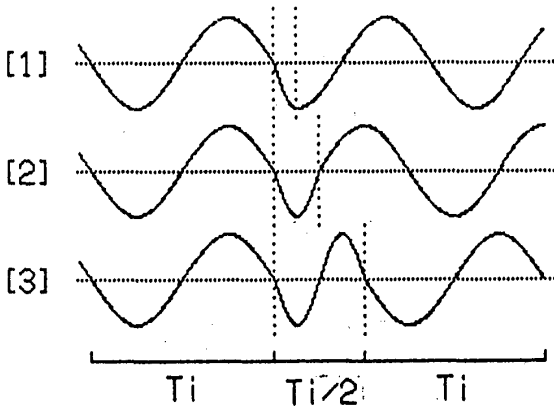


図3. 短時間だけ周期が変動する波形

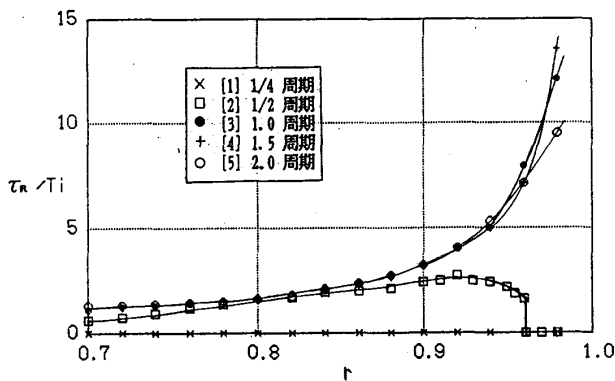


図4. 短時間だけ入力周期が変動する場合の回復時間

図4によると、 T_p は T_i' の一周期以上必要であり、この場合、 $r \leq 0.92$ では T_p の値によらず一定の回復時間を示した。(因みに、図2の τ/T_i の値は、 $r \leq 0.92$ で2以下である。)

従って、応答時間から見た r の最適値は、 $r \leq 0.92$ と考えられる。

次項では、 r と共振特性の関係について考察する。

3.2 r と共振特性の関係

共振特性の指標の一つである共振器の Q を (4)

式により算出し図5に示した。

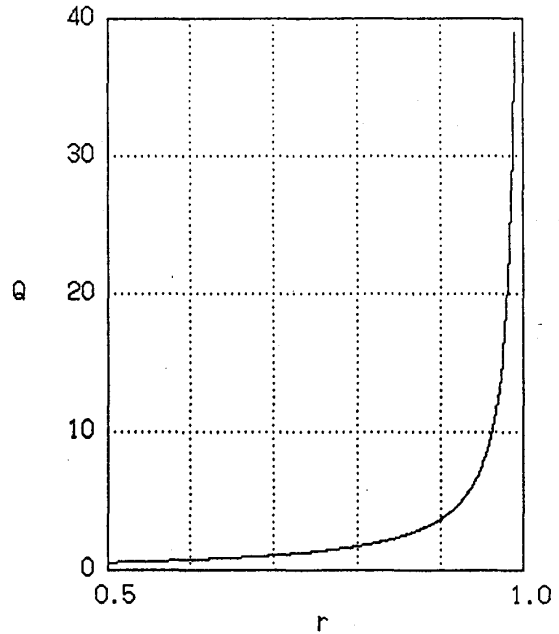


図5. r と共振器の Q

前述の如く、 r が1に近い程、 Q の値は大きく共振特性がすぐれていることがわかる。

但し、 Q の値がどの程度あれば良いかという基準は、共振器の入力信号の周波数特性にも関係し、やはり一概には決定することができない。

そこで、高調波を含む特定の信号を指標として考え、これを共振器に入力した時、出力信号がどの程度正弦波に近いかを検討することにする。

指標信号として、第2次以上の全ての高調波を含む鋸歯状波を考える。これを X とし、次式の様に表わす。但し、基本波を $\sin \theta$ とする。

$$X = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot \sin n\theta \quad (6)$$

ここで簡単のため、4次以上の高調波成分は含まないとすると、 X は次式の様になる。

$$\begin{aligned} X &= \sum_{n=1}^3 \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot \sin n\theta \\ &= \sin \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta + \frac{1}{3} \sin 3\theta \end{aligned} \quad (6')$$

これを共振器に入力すると、出力Y' は次式で与えられる。

$$Y = \sum_{n=1}^3 H(n) \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot \sin \{ n\theta + \theta(n) \} \quad (7)$$

H(1)で正規化してYとおくと、

$$Y = \frac{Y}{H(1)} = \sum_{n=1}^3 \frac{H(n)}{H(1)} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot \sin \{ n\theta + \theta(n) \} \quad (7')$$

ここでH(n), $\theta(n)$ は、共振器の振幅及び位相差の周波数特性（共振特性）であり、(2), (3)式で $m=n$ と置くことにより与えられる。図6及び図7にrとH(m)/H(1), $\theta(m)$ の関係を図示した。

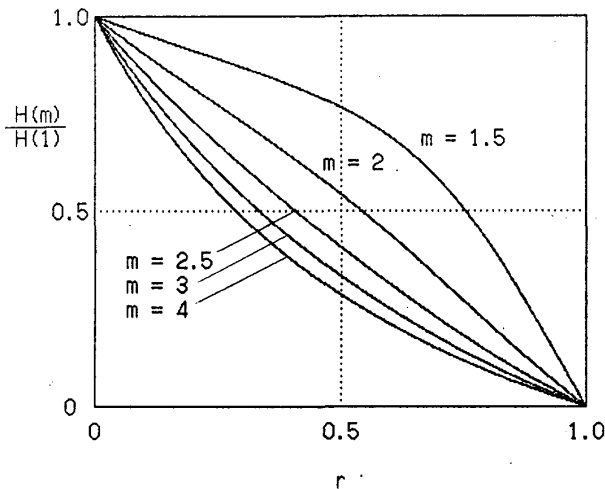


図6. rと共振器の振幅特性

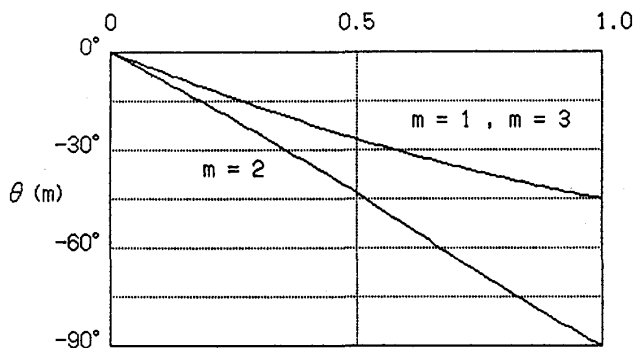


図7. rと共振器の位相特性

(6)'式による入力信号を加えた時の共振器の定常出力波形を(7)'式により求め、入力波形とともに図8に示した。

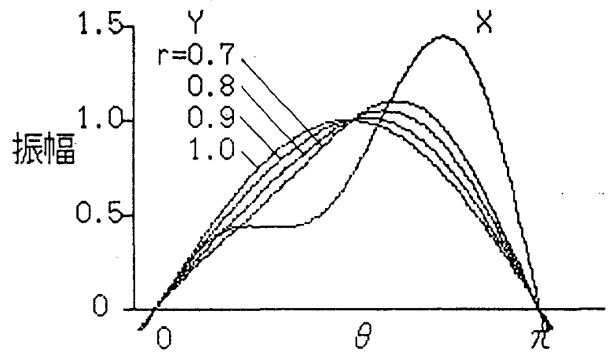


図8. rと共振器の入出力波形

出力波形Yは、入力波形Xに比べ著しく歪が軽減されておりrが1に近い程正弦波に近づくのがわかる。

歪波がどの程度正弦波から変形しているかを知る指標の一つとして、ひずみ率が用いられる。ひずみ率をdとするとdは次式で与えられる。

$$d = \frac{\text{高調波の実効値}}{\text{基本波の実効値}} \quad (8)$$

(8)式を(6)'式のXに適用すると、ひずみ率dは次の様な値をとる。

$$d = \sqrt{(1/2)^2 + (1/3)^2} \doteq 0.6 \quad (9)$$

次に(7)'式のYに適用すると、ひずみ率dは次式で与えられる。

$$d = \sqrt{\left(\frac{H(2)}{2H(1)}\right)^2 + \left(\frac{H(3)}{3H(1)}\right)^2} \quad (10)$$

図9は(10)式で与えられる出力Yのひずみ率dとrの関係を示したものである。

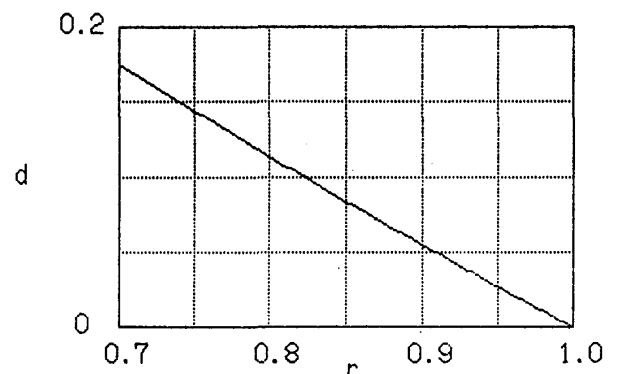


図9. rとひずみ率

(9)式により与えられる入力のひずみ率0.6がその1/10以下となる r の値を高調波除去すなわち基本波抽出の一つの指標と考えると、 $r \geq 0.89$ が得られた。

従って、共振特性から見た r の最適値は、 $r \geq 0.89$ と考えられる。

4. 結 果

サンプル値フィルタの部分の重要なパラメータである伝達関数の極 $re^{+j\theta}$ を与える r について、短い応答時間とすぐれた共振特性の二つの観点から検討を加え、応答時間に関しては $r \leq 0.92$ 、共振特性に関しては、 $r \geq 0.89$ なる結果を得た。従って、両観点を満足する r の範囲は次の様になる。

$$0.89 \leq r \leq 0.92$$

応答時間や共振特性に関して一般的な指標が存在しないので、幾つか指標となりそうなものを考え上記の結果を得た。得られた結果から逆に図2や図5を見てみると、両者とも曲線の傾きが急になる部分に相当し、妥当な結果であると思われる。

あ と が き

もう一つの重要なパラメータである ϕ については、サンプリング周波数との関係もあり、計算機で改良型フィルタを実現する場合には、計算機やAD変換器のクロック周波数も関係してくるので、それらとの関係で検討したいと思っている。

参 考 文 献

- 1) 小段謙一：適応形サンプル値フィルタについて，医短大紀要，14，15-21，1987
- 2) 小段謙一：適応形サンプル値フィルタの応答時間の改善，医短大紀要，15，7-10，1988
- 3) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタの応答時間，医短大紀要，16，19-21，1989
- 4) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタの応答時間（その2），医短大紀要，17，9-12，1990