板材の乾燥に關する解析的研究

長澤, 武雄
九州帝國大學農學部

鈎, 俊一
九州帝國大學農學部

https://doi.org/10.15017/20769

出版情報：九州帝國大學農學部學藝雜誌. 3 (2), pp.101-111, 1928-12. 九州帝國大學農學部
バージョン：
権利関係：

原　　著

板材の乾燥に關する解析的研究

長　澤　武　雄
鈎　　俊　一

(昭和三年四月二十日受領)

1. 研究の目的

木材中の水分に就ては今迄にも多くの人によつて研究が行はれその性質的の方面に就ては已に幾多の業蹟がある。然るにその量的方面特に木材の人工乾燥を行ふに當り水分の變化が如何なる法則に從ふかといふ様な問題に就ては餘り論ぜられて居ない様に思はれる。

近時木材の工藝的利用著しく進み木材の乾燥狀態が實際に問題となることが甚だ多い。此際上記の如き法則を求むることは實用上から見ても强ち無意味ではないと考へられたのでこの小研究を企てた次第である。

2. 理　　論

板材を蒸氣力電氣力其他の方法により一定溫度の下に乾燥を行ふに當り水分の蒸發は最も廣き面積を有する上下の二面のみより行われるものと假定する。(通常の板材の様に長さ及幅に比べて厚さが甚だ小さい場合には横の四面からの蒸發を無視しても差問えない) この場合には FOURIER 氏が熱傳導の式を導けると同様の類推により次の微分方程式が成立する。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=h^2\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

この式の中 t は乾燥時間，θ は板の表面から x 丈の深さの點の水分であつて板の絕對乾量に對する百分率を以て之を現はす，h は樹種，及板材の情況によつて異る係數であつて熱の傳導の場合の傳導率に相當する。

この式の意味を言葉で言へば

板材乾燥の速度は板に含まるゝ水分のグレヂエントの勾配に比例する。

といふことになる。

(1) の解を求めんに先づその解は

$$t=0 \text{ なるとき } \theta=f(x) \qquad \cdots\cdots(2)$$

を滿足しなければならないから今

$$\theta=e^{\alpha t+\beta x} \qquad \cdots\cdots(3)$$

と置けば (1) より

$$\alpha=h^2\beta^2 \qquad \cdots\cdots(4)$$

である，又

$$\beta=\pm i\gamma \qquad \cdots\cdots(5)$$

と置けば

$$\theta=\boldsymbol{L}e^{-h^2\gamma^2t}e^{i\gamma x} \qquad \cdots\cdots(6)$$

及び

$$\theta=\boldsymbol{M}e^{-h^2\gamma^2t}e^{-i\gamma x} \qquad \cdots\cdots(7)$$

を得る。

然るに

$$e^{\pm i\gamma x}=\cos\gamma x\pm i\sin\gamma x \qquad \cdots\cdots(8)$$

であるから L と M とを適當に選べば (7) と (8) より (1) の特解として

$$\theta=e^{-h^2\gamma^2t}\cos\gamma x \qquad \cdots\cdots(9)$$

及び

$$\theta=e^{-h^2\gamma^2t}\sin\gamma x \qquad \cdots\cdots(10)$$

を得る。是は γ の總ての値に對する (1) の特解であつて γ は x 又は t には無關係である。

今板の厚さを l とし且板の表面に於ける水分の量を零とすれば限界條件として次の三つを考へることが出來る。

$$x=0 \text{ に於て } \quad \theta=0 \qquad \cdots\cdots(11)$$

$$x=l \text{ に於て } \quad \theta=0 \qquad \cdots\cdots(12)$$

$$t=0 \text{ に於て } \quad \theta=f(x) \qquad \cdots\cdots(13)$$

(10) は γ の任意の値に對して (11) を滿足するを以てもし $\gamma=\frac{m\pi}{l}$ (m は整數) ならば (12) をも滿足する。然も猶未だ (13) を滿足せない。然し (10) の如き項を組み合せる事によつて (1) と (13) とを併せ滿足せしむる式を得ることは可能である。何となれば

$$\theta=A_1e^{\frac{-h^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{\pi x}{l}+A_2e^{\frac{-4h^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{2\pi x}{l}+A_3e^{\frac{-9h^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{3\pi x}{l}+\cdots \qquad (14)$$

は (11) 及 (12) を滿足する (1) の解であるが本式に於て $t=0$ とすれば

$$\theta=A_1\sin\frac{\pi x}{l}+A_2\sin\frac{2\pi x}{l}+A_3\sin\frac{3\pi x}{l}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

となる。而してもし $f(x)$ が領域 $0-l$ に於て Dirichlet の條件を充すならば (15) は $f(x)$ に等しくなる。而して右邊の各項の係數 A が一般に

$$A_m=\frac{2}{l}\int_0^e f(\alpha)\sin\frac{m\pi\lambda}{l}d\lambda\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

を以て現はすことが出來るならば求むる解は次の如くになる。

$$\theta=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{m=0}\left\{e^{\frac{-h^2m^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{m\pi x}{l}\int_0^l f(\lambda)\sin\frac{m\pi\lambda}{l}d\lambda\right\}\cdots\cdots\cdots(17)$$

但し λ は積分變數を現はすものであつて積分の値に關りなく他の任意の積分變數例へば λ,γ 等を以て置き換へることが出來る。然し x とは區別して考へなければならない此に x は板の特別なる點に關するものである。

今 $\beta=\frac{\lambda-x}{2h\sqrt{t}}$ 從つて $\lambda=2\beta h\sqrt{t}+x$ と置けば $t=0$ なるとき $f(x)=f(\lambda)$ であつて板の最初 $t=0$ の時の水分の量を θ_0 とすれば

$$f(\lambda)=\theta_0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

となる。然る時は (16) より

$$\theta=\frac{2\theta_0}{l}\sum_{m=1}^{m=0}\left\{e^{\frac{-h^2m^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{m\pi x}{l}\int_0^l\sin\frac{m\pi\lambda}{l}d\lambda\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

是れ即ち板材の表面より x なる深さの點に於ける水分の量を現はす式である。此の式を x に就て 0 より l まで積分し l を以て除せば板全體の平均の水分の量 Θ を求めることが出來る。即ち

$$\Theta=\frac{2}{l^2}\sum_{m=1}^{m=\infty}\left\{e^{\frac{-h^2m^2\pi^2t}{l^2}}\int_0^l\sin\frac{m\pi x}{l}dx\int_0^l\sin\frac{m\pi\lambda}{l}d\lambda\right\}\theta_0\cdots\cdots\cdots(20)$$

t が少しく大なる値を取れば (19) 及 (20) の第二項以下は甚だ小となるを以て之れを省略し即ち $m=1$ とし積分を計算すれば

$$\theta=\frac{4}{\pi}\theta_0 e^{\frac{-h^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{\pi x}{l} \quad\cdots\cdots(21)$$

$$\Theta=\frac{8\theta_0}{\pi^2}e^{\frac{-h^2\pi^2t}{l^2}} \quad\cdots\cdots(22)$$

となる。然るに乾燥溫度 100° 以下の場合には如何に長時間乾燥するも水分の全部を除去することは出來ない必らず或る溫度に對して當時の空氣の濕度と平衡する水分 K が殘る筈である今この K を考慮に入るれば (21) 及 (22) は次の如く修正しなければならない。

$$\theta=\frac{4(\theta_0-K)}{\pi}e^{\frac{-h^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{\pi x}{l}+K \quad\cdots\cdots(23)$$

$$\Theta=\frac{8(\theta_0-K)}{\pi^2}e^{\frac{-h^2\pi^2t}{l^2}}+K \quad\cdots\cdots(24)$$

この二つの式より θ 及び Θ と t との關係を求めることが出來る。

3. 理論の驗證

上記の理論が果たして實際に適合するか否かを明かにする爲めに杉及び赤松の二樹種（何れも柾目心材）に就て厚さ凡そ 3,5 cm. 長さ及び幅凡そ 15cm. の板各七箇宛を作り 15×15cm の兩面（この面より蒸發が行はれるものとする）を除き總ての面にセロイヂンを塗りて乾したる後ゴムのバンドを周圍に堅く回して蒸發を防いだ。この處置は試材が小さい爲めに側面の蒸發の無視出來ない爲めであつて大材には勿論この必要はない。乾燥前後の木材秤量に當り上記薬品，材料を精密に考慮に入れた事は云ふ迄もない。この試材を 70°C に調節した定溫裝置に入れ乾燥し 8 時間又は 16 時間毎に水分の減量を秤量し重量一定（之を K とする）となるに及んで溫度を 100°C 以上に高め悉く板に含まれて居る水分を驅逐して板の絶對乾量を求めた。乾燥溫度を 70° に定めたのは從來の經驗上木材の乾燥はこの溫度の附近で行はるゝのが普通であるからである。

實驗の結果は略理論と一致した。成績は大同小異であるが兩樹種について二箇宛の例を擧ぐれば次の通りである。

Fig. 1

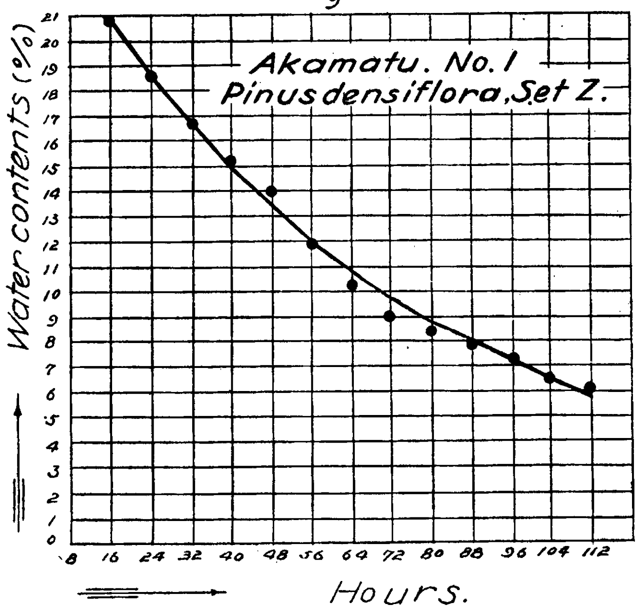

Table I. Akamatu. No. 1

Pinus densiflora, *S.* et *Z.*

板の水分 ⊜ %

時間 t	實驗 Experiment	計算 Theory	誤差 Error
16	20.9	21.1	+ 0.2
24	18.6	18.7	+ 0.1
32	16.7	16.7	0.0
40	15.2	15.0	− 0.2
48	14.0	13.5	− 0.5
56	11.9	12.1	+ 0.2
64	10.3	10.9	+ 0.6
72	9.0	9.8	+ 0.8
80	8.4	8.8	+ 0.4
88	7.9	8.0	+ 0.1
96	7.2	7.2	0.0
104	6.5	6.5	0.0
112	6.1	5.9	− 0.2

$h^2=0.0189$として計算せり

Fig. 2

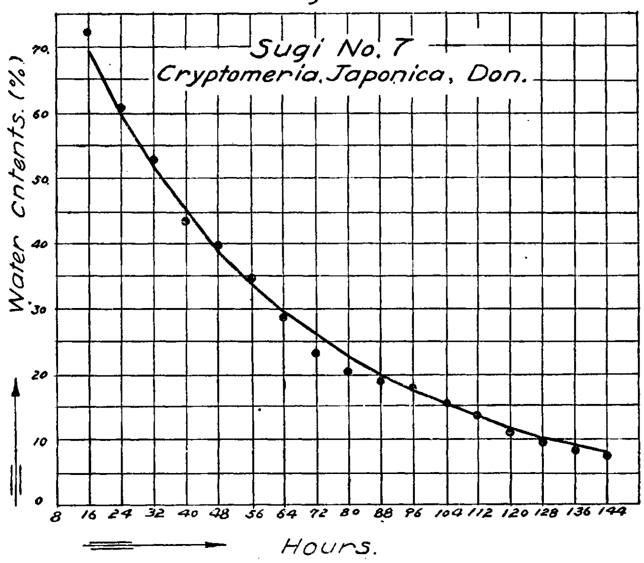

Table II. Sugi. No. 7

Cryptomeria Japonica, DON.

板の水分 Θ %

時間 t	實驗 Experiment	計算 Theory	誤差 Error
16	72.4	69.5	− 2.9
24	60.8	60.0	− 0.8
32	52.7	52.0	− 0.7
40	43.4	45.2	+ 1.8
48	39.6	39.4	− 0.2
56	34.9	34.3	− 0.6
64	27.6	29.9	+ 2.3
72	23.6	26.1	+ 2.5
80	20.9	22.8	+ 1.9
88	18.7	19.9	+ 1.2
96	17.6	17.4	− 0.2
104	15.2	15.2	0.0
112	13.3	13.3	0.0
120	10.9	11.7	+ 0.8
128	9.6	10.2	+ 0.6
136	8.6	9.1	+ 0.5
144	7.9	8 0	+ 0.1

$h^2=0.0208$ として計算せり

Fig. 3

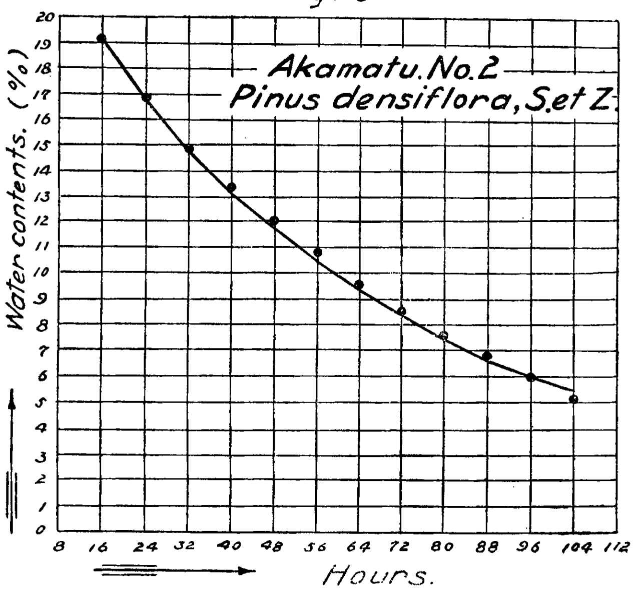

Table III. Akamatu. No. 2

Pinus densiflora, *S.* et Z.

板の水分 Θ %

時間 t	實驗 Experiment	計算 Theory	誤差 Error
16	19.1	19.1	0.0
24	16.9	16.8	− 0.1
32	14.9	14.7	− 0.2
40	13.4	13.1	− 0.3
48	12.0	11.7	− 0.3
56	10.8	10.4	− 0.4
64	9.5	9.3	− 0.2
72	8.4	8.3	− 0.1
80	7.6	7.4	− 0.2
88	6.8	6.7	− 0.1
96	6.0	6.0	0.0
104	5.1	5.4	+ 0.3

$h_2=0.0218$ として計算せり

Fig. 4

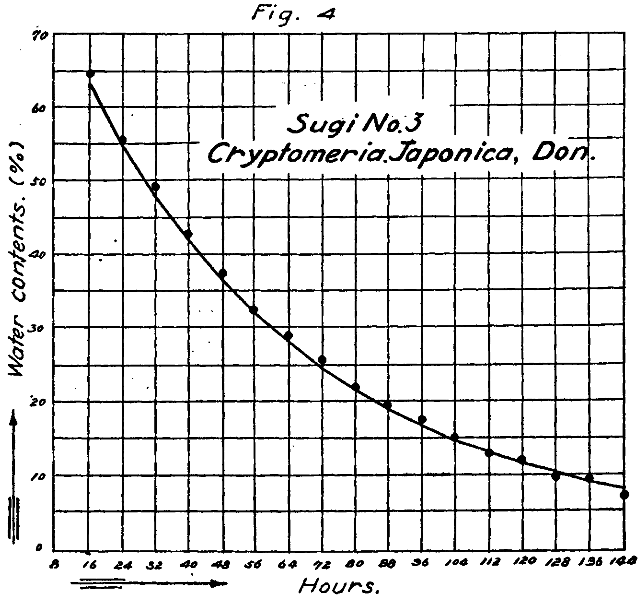

Table IV. Sugi No. 3

Cryptomeria, Japonica, Don.

板の水分 Ⓦ %

時間 t	實驗 Experiment	計算 Theory	誤差 Error
16	64.8	63.1	− 1.7
24	55.3	54.4	− 0.9
32	49.1	47.7	− 1.4
40	42.9	41.8	− 1.1
48	37.3	36.6	− 0.7
56	32.2	32.1	− 0.1
64	28.9	28.1	− 0.8
72	25.5	24.7	− 0.8
80	22.0	21.7	− 0.3
88	19.6	19.1	− 0.5
96	17.2	16.8	− 0.4
104	15.0	14.8	− 0.2
112	13.0	13.0	0.0
120	11.8	11.5	− 0.3
128	9.9	10.2	+ 0.3
136	9.4	9.[illegible]	− 0.4
144	7.2	[illegible].0	+ 0.8

$h_2 = 0.0225$ として計算せり

圖中の曲線は理論の値より引きたるもの，黑點は實驗の結果得た値である。

杉 16 時の計算値に就いては (20) 式の第二項をも計算に入れた。

h は板の初めの狀態より後のものから計算するを正確と考へたから $t=96$ の時のより計算したものである。

4. 理論の應用

上の理論の應用に就ては例へば或る板材を一定の水分迄乾燥するには幾許の溫度の下に何時間を要するかと云ふ樣なことを知らんとする場合に從來と雖も經驗的に乾燥曲線を作つて置いて實用に供した例があるが然し此方法では板の大さ（幅，長さ，及厚さの總て）によつて乾燥の具合が著しく異るから無數の實驗を操返さなければ役に立たない缺點がある。この研究の結果を用ふれば豫め h を知れば長さと幅とに無關係に厚さのみを測定して乾燥時間を計算することが出來る。(e の羃は市販の表から容易に求められる)。

K は上の實驗の場合には 1% 乃至 3% に過ぎないから略いても大なる誤差は來さない。h を定めるには精密にやるには定溫裝置を要するから甚だしく精密を要しない場合には普通の乾燥裝置を用ひてもよい。h は樹種，材種などによつて違ふものであるが樹種と材種との大體の情況より平均の値を知つて置いて使へば　便利であらう。

猶上記の實驗後に繰返した實驗の結果から求められた色々の板材に對する h^2 の値を掲げて置かう。

杉板目心材	0.0250――0.0293
杉柾目心材	0.0203 ― 0.0225
杉板目邊材	0.0300
松板目材	0.0204――0.0206
松柾目材	0.0236――0.0293

この研究に當り生物學教室の設備の使用を許されたる纐纈教授及計算を扶けられたる熊谷秀治氏に厚く感謝の意を表する。

參考文献

1. 上村勝爾，森林利用學上卷
2. 鐵道大臣官房研究所，業務報告 16 號
3. BETTS. Timber its strength, Seasoning, and Grading.
4. TIEMANN. Kilndrying of Lumber.
5. CARLSLAW. Mathematical Theory of Heat Conduction.
6. BOUSSINESQU, Théorie analytique de la Chaleur.
7. KÖNIGBERGER und DISCH. Bestimmung der Veränderlichkeit des Koefficienten der Differential gleichung von Fourier und Experimentalle Anwendung auf Wärmeleitung von Isolatoren. Ann. Physik. 23. 1907.

A STUDY ON THE DRYING OF WOOD

(Résumé)

TAKEO NAGASAWA

Shuniti MAGARI

An aim of this study is to find the law which governs the process of the drying of wood.

In drying a board of wood, if its breadth and length are extremely large compared with the thickness, we can safely assume that the evaporation of water take place only in the direction perpendicular to the two parallel surfaces of the largest area, and can neglect the evaporation from other directions. In this case, with analogous reasoning as in the case of Fourier's theory of heat conduction, we obtain the following differential equation,

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=h^2\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \tag{1}$$

where θ is water content in the wood at the depth of x from the surface, expressed as a percentage of the absolute dry weight of the wood, t is times of drying, and h is a coefficient varying with the condition of wood. We obtained the following expression as a approximate solution of (1),

$$\theta=\frac{4(\theta_0-K)}{\pi}e^{\frac{-h^2\pi^2t}{l^2}}\sin\frac{\pi x}{l}+K \qquad (2)$$

under the next three boundary conditions, viz.

$$\theta=0 \qquad \text{at } x=0 \qquad (3)$$

$$\theta=0 \qquad \text{at } x=l \qquad (4)$$

$$\theta=f(x) \qquad \text{at } t=0 \qquad (5)$$

where K is water content in equilibrium with the given temperature and humidity condition, and θ_0 is initial moisture content (when $t=0$). Integrating (2) with regard to x between the limits of $x=0$ and $x=1$. and deviding by 1, the average water content Θ in the wood of thickness of 1 is evaluated as follows,

$$\Theta=\frac{8(\theta-K)}{\pi^2}e^{\frac{-h^2\pi^2t}{l^2}}+K \qquad (6)$$

The theory was verified by the experiments. In those experiments, fourteen pieces of Sugi (Cryptomeria japonica, Don.) and Akamatu (Pinus densiflora, S. et Z.) were dried in the thermostat for over 150 hours at a temperature of 70° C. The results of the experiments agreed fairly with the theory as shown in the figures 1-4 and tables I—IV.