

ブライント再構成と逆問題

佐々木, 裕文
早稲田大学基幹理工学研究科

佐々木, 文夫
東京理科大学工学部

山田, 道夫
京都大学数理解析研究所

<https://doi.org/10.15017/1957520>

出版情報：応用力学研究所研究集会報告. 29A0-S7 (1), pp.119-124, 2018-03. Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University

バージョン：

権利関係：

応用力学研究所研究集会報告 No.29AO-S7
「非線形波動研究の新潮流—理論とその応用—」 (研究代表者 辻本 諭)

Reports of RIAM Symposium No.29AO-S7

New trends in nonlinear waves - theory and applications -

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 9 - November 11, 2017

Article No. 18 (pp. 119 - 124)

ブラインド再構成と逆問題

佐々木 裕文 (SASAKI Hirofumi), 佐々木 文夫 (SASAKI
Fumio), 山田 道夫 (YAMADA Michio)

(Received 15 January 2018; Accepted 17 March 2018)



Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
March, 2018

ブラインド再構成と逆問題

早稲田大学基幹理工学研究科 佐々木 裕文 (SASAKI Hirofumi) *

東京理科大学工学部 佐々木 文夫 (SASAKI Fumio)

京都大学数理解析研究所 山田 道夫 (YAMADA Michio)

概要

本稿では、観測されたデータから元データ復元を目的とした、ブラインド再構成について一例を挙げて解説する。特に、ある信号源とその反射信号が他の信号源に埋もれたモデルを扱う。まず、ブラインド再構成について簡単に紹介し、次に本稿で扱うモデル設定と再構成手法を解説する。そして、定式化に基づく数値実験で良好な結果が得られていることを示し、最後に本稿のまとめをする。

1 はじめに

ブラインド再構成は、いわゆる逆問題に対する1種のアプローチであり、さまざまな未知の入力情報からなる出力情報を既知としたときに、その入力情報を再構成することが目的である。例えば、複数の未知の混合信号が観測されたときに、それぞれの信号源の分離、信号源位置の特定、観測環境(壁の位置など)の特定が目的である。本研究のベースであるブラインド信号源分離は、独立成分分析・主成分分析・特異値分解などの統計的手法を用いた研究が多々見受けられ、信号処理、音声解析など様々な分野で応用されている[1, 2, 3, 4, 5]。一方で統計的手法を用いずに、時間周波数領域における信号源の独立性に着目した、時間周波数解析によるブラインド信号源分離の定式化も提案されている[6, 7, 8, 9, 10]。両者の大きな違いは、統計的解析では信号源を推定するのに対し、時間周波数解析では信号源を分離できる点にある。本稿で扱うブラインド再構成では、統計的手法を用いない時間周波数解析による定式化を扱う。

今回は、ある信号源とその反射信号が他の信号源に埋もれたモデルを考える。特に、[11]と[12, 13]を参考に、これらの手法を組み合わせ、信号のレベル差が100倍程度異なる場合における、信号源の分離手法、信号源や反射壁の位置の特定方法について述べるとともに、その数値実験結果を報告する。

2 モデル設定と仮定

本章では、ある信号源とその反射信号が他の信号源に埋もれたモデルの設定を述べる。具体的には、壁に設置された物体がノイズのような騒がしい音を発しており、別の音源を邪魔しているような状況を想定している。このような状況を簡易化したモデルを扱うことにし、その設定例を図1に示した。本モデルでは2つの信号源を考え、その信号源データと信号位置を $s_1(t)$, $s_2(t)$ 及び、 s_1^{pos} , s_2^{pos} でそれぞれ表し、 s_2^{pos} は壁のある一点にあるものとする。ここで、信号は定点から直線的に伝わり、壁は直線的であるとする。また、 $s_2(t)$ が $s_1(t)$ を覆っているような状況(後述の独立な領域を参照)を想定し、 $s_2(t)$ は $s_1(t)$ の100倍程度の信号のレベル差(例えば、 $s_2(t)$ の音により $s_1(t)$ の音が全く聞こえないような状況)であってもよいとする。

観測データと観測位置を $x_k(t)$, x_k^{pos} ($k = 1, 2, \dots, M$)で表す。ただし M は観測点数で $M \geq 4$ とする。観測データ $x_k(t)$ は、 $s_1(t)$ の直接音と反射音、 $s_2(t)$ の直接音から構成されるとする。すなわち、 $k = 1, 2, \dots, M$ に対して、観測信号と2つの信号源には次の関係式が成立するものと仮定する。

$$x_k(t) = a_{11}^k s_1(t - c_{11}^k) + a_{12}^k s_1(t - c_{12}^k) + a_{21}^k s_2(t - c_{21}^k). \quad (1)$$

*E-mail address: hsasaki.jpn@gmail.com

ただし, $a_{ij}^k > 0, c_{ij}^k > 0$ はそれぞれ信号が観測点に到達するまでの減衰定数と時間差である. ここで, 便宜上 $c_{11}^k < c_{12}^k$ という仮定をすれば, (1) 式の右辺第 1 項が直接音, 右辺第 2 項が反射音と考えることができる. いま, 観測データ $x_k(t), x_k^{pos}$, 観測点数 M , 信号の伝搬速度 ν が既知であり, 信号データ $s_i(t), s_i^{pos}$ 及び $a_{ij}^k > 0, c_{ij}^k > 0 (i, j = 1, 2)$ と壁の位置は未知であるとする.

また, 2 つの信号源 $s_i(t)$ を連続ウェーブレット変換で $S_i(t, \omega)$ のように時間周波数領域に展開した際, $S_2(t, \omega)$ が図 2 のような独立な領域を持つと仮定する. すなわち, ここで言う独立な領域を G_k とすれば,

$$G_k = \{(t, \omega) \mid S_1(t - c_{11}^k, \omega) = 0, S_1(t - c_{12}^k, \omega) = 0, S_2(t - c_{21}^k, \omega) \neq 0\} \quad (2)$$

となるような, $S_2(t - c_{21}^k, \omega)$ のみが値を持つ領域が存在することを仮定する.

上述のようなモデル設定の下, 既知の情報から未知の情報の再構成を行う.

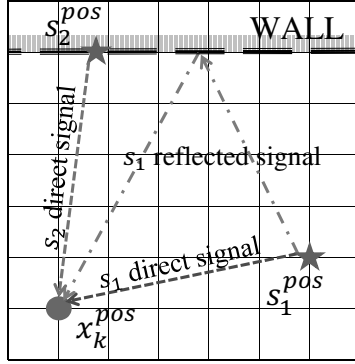


図 1: 本モデルの簡略図

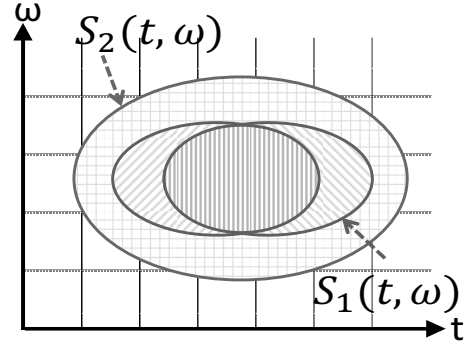


図 2: 独立性のイメージ

3 定式化

(1) 式を複素ウェーブレットを用いて連続ウェーブレット変換することで次式を得る.

$$X_k(t, \omega) = a_{11}^k S_1(t - c_{11}^k, \omega) + a_{12}^k S_1(t - c_{12}^k, \omega) + a_{21}^k S_2(t - c_{21}^k, \omega). \quad (3)$$

ここで任意の $k, \ell = 1, \dots, M (k \neq \ell)$ に対して, 商関数 $Q(t_k, t_\ell, \omega)$ を次式で定義する.

$$\begin{aligned} Q(t_k, t_\ell, \omega) &:= \frac{X_k(t_k, \omega)}{X_\ell(t_\ell, \omega)} \\ &= \frac{a_{11}^k S_1(t_k - c_{11}^k, \omega) + a_{12}^k S_1(t_k - c_{12}^k, \omega) + a_{21}^k S_2(t_k - c_{21}^k, \omega)}{a_{11}^\ell S_1(t_\ell - c_{11}^\ell, \omega) + a_{12}^\ell S_1(t_\ell - c_{12}^\ell, \omega) + a_{21}^\ell S_2(t_\ell - c_{21}^\ell, \omega)} \in \mathbb{C}. \end{aligned} \quad (4)$$

$S_2(t, \omega)$ の独立性の仮定 (2) 式より,

If $(t_k, \omega) \in G_k$ then

$$\begin{aligned} X_k(t_k, \omega) &= a_{11}^k S_1(t_k - c_{11}^k, \omega) + a_{12}^k S_1(t_k - c_{12}^k, \omega) + a_{21}^k S_2(t_k - c_{21}^k, \omega) \\ &= a_{21}^k S_2(t_k - c_{21}^k, \omega). \end{aligned} \quad (5)$$

よって, $(t_k, \omega) \in G_k \cap (t_\ell, \omega) \in G_\ell$ であれば,

$$Q(t_k, t_\ell, \omega) = \frac{X_k(t_k, \omega)}{X_\ell(t_\ell, \omega)} = \frac{a_{21}^k S_2(t_k - c_{21}^k, \omega)}{a_{21}^\ell S_2(t_\ell - c_{21}^\ell, \omega)} \in \mathbb{C}. \quad (6)$$

となる. さらに,

$$t_\ell = t_k - (c_{21}^k - c_{21}^\ell) \quad (7)$$

を満たす領域で考えれば、次の減衰比を得る。

$$Q(t_k, t_\ell, \omega) = \frac{a_{21}^k S_2(t_k - c_{21}^k, \omega)}{a_{21}^\ell S_2(t_k - (c_{21}^k - c_{21}^\ell) - c_{21}^\ell, \omega)} = \frac{a_{21}^k}{a_{21}^\ell} \in \mathbb{R}. \quad (8)$$

一般に商関数 $Q(t_k, t_\ell, \omega)$ は (4) 式より複素数値関数であるが、特定の条件において一定の実数値をとり、これを用いることで減衰比を求めることができる [11, 13]。また (7) 式より、 s_2^{pos} と 2 つの観測点に関する相対時間差 $c_{21}^k - c_{21}^\ell$ ($= t_k - t_\ell : \text{const.}$) が得られる。これらの計算を任意の $k, \ell = 1, \dots, M$ ($k \neq \ell$) に対して行うことで、すべての観測信号について減衰比と相対時間差を求めることができる。

求めた相対時間差と伝搬速度 ν を用いて、信号源位置 s_2^{pos} を計算することができる [10]。上式は、信号源 s_2^{pos} から観測点 x_k^{pos}, x_ℓ^{pos} までの相対時間差 $c_{21}^k - c_{21}^\ell$ が定数 (一定) であることを意味している。伝搬速度 ν を用いて相対時間差から相対距離 $d_{k\ell}^2 = \nu(c_{21}^k - c_{21}^\ell)$ を計算すれば、信号源 s_2^{pos} は、観測点 x_k^{pos}, x_ℓ^{pos} を焦点とした相対距離 $d_{k\ell}^2$ の双曲線上に存在すると言える。このことから、理論的には、観測点を 3 つ選ぶと 2 次元平面での、4 つ選ぶと 3 次元空間での信号源の位置 s_2^{pos} が特定できる (図 3 参照)。さらに、 s_2^{pos} と x_ℓ^{pos} から c_{21}^ℓ を計算でき、 s_2 に関するすべての時間差がわかる。

次に、得られた s_2 に関する情報をもとに観測信号 $x_k(t)$ を変形すると、以下のように $s_1(t)$ のみの情報を持つ信号 $y_{k\ell}(t)$ に変形することができる [11, 13]。

$$\begin{aligned} y_{k\ell}(t) &:= \frac{a_{21}^k}{a_{21}^\ell} x_\ell(t + c_{21}^\ell) - x_k(t + c_{21}^k) \\ &= \frac{a_{11}^\ell a_{21}^k}{a_{21}^\ell} s_1(t - (c_{11}^\ell - c_{21}^\ell)) - a_{11}^k s_1(t - (c_{11}^k - c_{21}^k)) \\ &\quad + \frac{a_{12}^\ell a_{21}^k}{a_{21}^\ell} s_1(t - (c_{12}^\ell - c_{21}^\ell)) - a_{12}^k s_1(t - (c_{12}^k - c_{21}^k)). \end{aligned} \quad (9)$$

これはブラインド再構成の単音源多重反射モデルと同等であり、従来法 [11] や逐次計算法 [12] を用いることで、 s_1 に関する減衰比 $a_{11}^k/a_{11}^\ell, a_{12}^k/a_{11}^\ell$ および相対時間差 $c_{11}^k - c_{11}^\ell, c_{12}^k - c_{11}^\ell$ が得られる。さらに s_2^{pos} の位置特定法 [10] と同様に s_1^{pos} を特定することができ、 s_1 に関する全ての時間差も計算できる。

これまでに計算した情報をもとに、信号 $s_1(t), s_2(t)$ の分離を行う [10, 11, 12, 13]。2 つの分離信号を、

$$\tilde{s}_1(t) = a_{11}^\ell s_1(t), \quad \tilde{s}_2(t) = a_{21}^\ell s_2(t) \quad (1 \leq \ell \leq M) \quad (10)$$

とする。ここで、2 つの観測信号 $x_k(t), x_j(t)$ ($k \neq j$) をフーリエ変換し、行列ベクトル表示すると、

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_k(\omega) \\ \hat{x}_j(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{a_{11}^k}{a_{11}^\ell} e^{-i\omega c_{11}^k} + \left(\frac{a_{12}^k}{a_{11}^\ell} \right) e^{-i\omega c_{12}^k} \right) & \left(\frac{a_{21}^k}{a_{21}^\ell} e^{-i\omega c_{21}^k} \right) \\ \left(\frac{a_{11}^j}{a_{11}^\ell} e^{-i\omega c_{11}^j} + \left(\frac{a_{12}^j}{a_{11}^\ell} \right) e^{-i\omega c_{12}^j} \right) & \left(\frac{a_{21}^j}{a_{21}^\ell} e^{-i\omega c_{21}^j} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\tilde{s}}_1(\omega) \\ \hat{\tilde{s}}_2(\omega) \end{pmatrix} \quad (11)$$

となる。観測値 $\hat{x}_k(\omega)$ は既知であり、中央の係数行列はこれまでの計算で求められているので、(11) 式の両辺に係数行列の逆行列をかけることで、分離信号の周波数情報を求めることができる。そして、それらを逆フーリエ変換することで分離信号の時間情報が求まる。

最後に反射壁の位置特定をする [12, 13]。反射壁の位置特定は、信号源 s_1 に関する時間差で反射音の c_{12}^k を用いる。 c_{12}^k は反射信号に関する時間差と考えることができるので、反射壁の情報を持っている。時間差と信号の伝搬速度 ν を用いて、 $r_k = \nu c_{12}^k$ のように時間差を距離の情報に変換する。また、未知の反射壁 $y = Ax + B$ を考える (簡単のため 2 次元平面とする)。この壁に対して観測点 $x_k^{pos} = (x_k, y_k)$ と鏡像の位置にある点を $\tilde{x}_k^{pos} = (\tilde{x}_k, \tilde{y}_k)$ とする。また信号源位置を $s_1^{pos} = (s_{x1}, s_{y1}), s_2^{pos} = (s_{x2}, s_{y2})$ のように表す。このとき、未知の壁と各点の関係として以下が成り立つ (図 4 参照)。

$$\begin{cases} s_{y2} = A s_{x2} + B \\ y_k + \tilde{y}_k = A(x_k + \tilde{x}_k) + 2B \\ A(y_k - \tilde{y}_k) + (x_k - \tilde{x}_k) = 0 \\ (\tilde{x}_k - s_{x1})^2 + (\tilde{y}_k - s_{y1})^2 = r_k^2 \end{cases} \quad (12)$$

この連立方程式 (12) と M 個の観測点の反射音に関する時間差を組み合わせて計算することにより、未知の壁の方程式が求まる。

以上の定式化により、観測データ $x_k(t)$ とその位置 x_k^{pos} などから、信号データ $s(t)$ と信号位置 s^{pos} および壁の方程式が再構成できる。

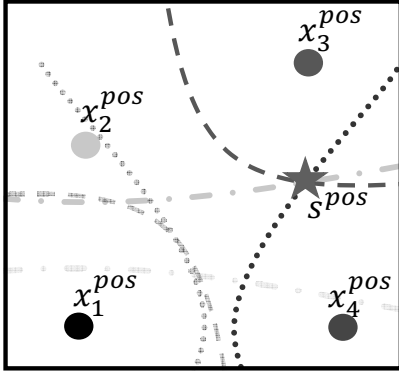


図 3: 双曲線を用いた信号源位置特定

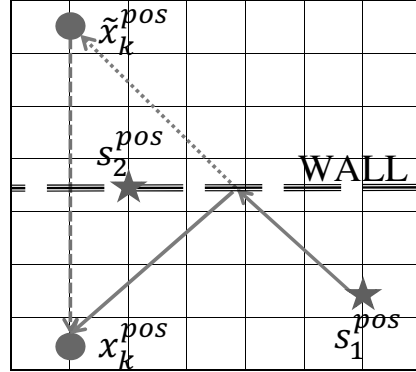


図 4: 観測点, 鏡像点, 信号源, 反射壁の位置関係

4 数値実験

4.1 問題設定

定式化をもとに数値実験を行う。本論では 2 次元平面において、観測点数 $M = 4$ とし、信号と観測点、反射壁を図 5 のように配置する。また離散データを扱う上で、サンプリング周波数 44.1kHz, 伝搬速度 $\nu = 340\text{m/s}$ とし、総ステップ数 $N = 131,072\text{step}$ の音声データを扱う [14]。この条件のもと、(1) 式を満たす観測信号 $x_k(t)$ を作成し、ブラインド再構成を行う。図 6 に音源 $s_1(t), s_2(t)$ と観測信号 $x_1(t)$ の時刻歴を例示する。また、表 1 に減衰定数と時間差の設定値を示す。

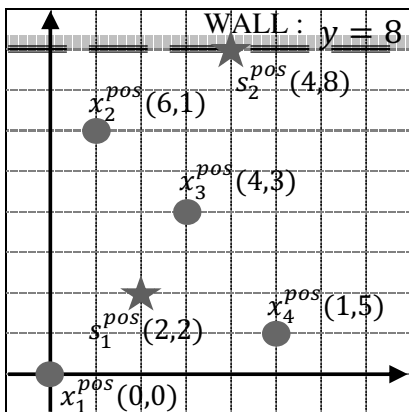


図 5: 数値実験での信号と観測点, 壁の配置図

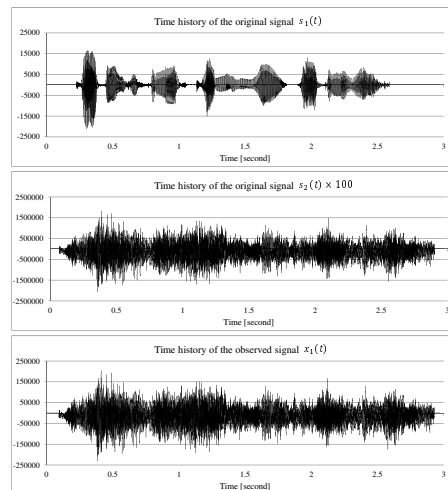


図 6: 音源 $s_1(t), s_2(t)$ と観測信号 $x_1(t)$ の時刻歴 (注: $s_2(t)$ の縦軸は $s_1(t)$ に比べ約 100 倍)

4.2 実験結果

数値実験結果を表 1, 2, 3 にまとめて示す. 表 1 には, 減衰定数比と時間差の設定値と実験値および誤差を表記した. 減衰定数比の誤差は非常に小さく, ほぼ数値計算誤差の範囲内で求められており, 時間差については誤差なく求められている. ここで信号の分離誤差を次の計算式により算出した.

$$err_k = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^N (s_k(t_j) - \tilde{s}_k(t_j))^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^N s_k(t_j)^2}} \quad (13)$$

ただし, $\tilde{s}_k(t_j)$ は分離結果であり, それをもとの結果と比較するため定数倍した. $\tilde{s}_1(t_j), \tilde{s}_2(t_j)$ の分離誤差は, それぞれ,

$$err_1 = 1.91 \times 10^{-6}, \quad err_2 = 3.62 \times 10^{-8}$$

であり, 極めて高精度で信号分離および再構成ができていることが分かる. 表 2, 3 にはそれぞれ信号源の位置と壁の方程式に関する設定値, 実験値, 誤差を記した. いずれの結果も予想される誤差である離散化による誤差 (44.1kHz では 1 step が約 8 mm) を含むが, どの実験値もその誤差範囲内といえる.

表 1: 減衰定数比と時間差の設定値, 計算値, 誤差

Ratio	Init. Val.	Result	Error	Step	Init. Val.	Rslt	Error
$a_{1,1}^1 / a_{1,1}^1$	1.000000	1.000000	0.0000E+00	$c_{1,1}^1$	367	367	0
$a_{1,2}^1 / a_{1,1}^1$	0.053183	0.053183	6.5270E-10	$c_{1,2}^1$	1834	1834	0
$a_{2,1}^1 / a_{2,1}^1$	1.000000	1.000000	0.0000E+00	$c_{2,1}^1$	1160	1160	0
$a_{1,1}^2 / a_{1,1}^1$	0.685994	0.685994	1.5302E-11	$c_{1,1}^2$	535	535	0
$a_{1,2}^2 / a_{1,1}^1$	0.056385	0.056385	-6.0474E-10	$c_{1,2}^2$	1764	1764	0
$a_{2,1}^2 / a_{2,1}^1$	1.228590	1.228590	-1.1470E-09	$c_{2,1}^2$	944	944	0
$a_{1,1}^3 / a_{1,1}^1$	1.264911	1.264911	1.9840E-11	$c_{1,1}^3$	290	290	0
$a_{1,2}^3 / a_{1,1}^1$	0.075659	0.075659	-1.2800E-09	$c_{1,2}^3$	1450	1450	0
$a_{2,1}^3 / a_{2,1}^1$	1.788854	1.788854	-2.6445E-09	$c_{2,1}^3$	649	649	0
$a_{1,1}^4 / a_{1,1}^1$	0.894427	0.894427	2.4141E-11	$c_{1,1}^4$	410	410	0
$a_{1,2}^4 / a_{1,1}^1$	0.103797	0.103797	2.6106E-09	$c_{1,2}^4$	1175	1175	0
$a_{2,1}^4 / a_{2,1}^1$	2.108185	2.108185	-1.9944E-09	$c_{2,1}^4$	550	550	0

表 2: 信号源の位置 s_1^{pos}, s_2^{pos} の結果

S1 coordinate	$s_{1x} : X_coord$	$s_{1y} : Y_coord$	S2 coordinate	$s_{2x} : X_coord$	$s_{2y} : Y_coord$
Initial Value	2.000000	2.000000	Initial Value	4.000000	8.000000
Result	1.999104	2.002125	Result	3.993970	7.999243
Error	0.000896	-0.002125	Error	0.006030	0.000757

表 3: 反射壁の位置 $y = Ax + B$ の結果

Wall ($y = Ax + B$)	A (gradient)	B (y-intercept)
Initial Value	0.000000	8.000000
Average	-0.000173	7.999934
Error	0.000173	0.000066

5 おわりに

本稿では, ブラインド再構成と逆問題について述べた. その中でも, 特に, ある信号源とその反射信号が他の信号源に埋もれたモデルを取り上げ, そのモデル設定と定式化について解説をした. また, 数値実験の結果では良好な結果を得ることができており, 定式化の妥当性が示されたと言える. 今回のモデルは, ノイズのような騒がしい音が別の音源を邪魔しているような状況を想定し, それを簡易化したモデルであ

るが、理想的な状況下では一定の解決策が得られたと言えるだろう。ただし、より一般的な無作為に発生するようなノイズに対して本手法をそのまま用いることは困難であると思われる。このような無作為に発生するノイズは、信号源の独立性の仮定が完全には成立しないことが予想される。今後の課題として、本稿での定式化を改良することで、より一般的なモデルを構築していくことが考えられる。

参考文献

- [1] Aapo Hyvarinen, Juha Karhunen and Erkki Oja. Independent Component Analysis. John Wiley and Sons, 2001.
- [2] Ian Jolliffe. Principal Component Analysis. Springer, 2002.
- [3] Haruo Yanai, Kei Takeuchi and Yoshio Takane. Projection Matrices, Generalized Inverse Matrices, and Singular Value Decomposition. Springer, 2011.
- [4] Shmulik Markovich-Golan, Shron Gannot and Israel Cohen, Blind sampling rate offset estimation and compensation in wireless acoustic sensor networks with application to beamforming, Proc. International Workshop on Acoustic Signal Enhancement, Aachen, September, 2012.
- [5] Radu Balan and Justinian Rosca, Statistical properties of STFT ratios for two channel systems and applications to blind source separation, Proceedings ICA and BSS2000, 2000.
- [6] Domenico Napoletani, Carlos Berenstein and Parvathi Krishnaprasad, Quotient Signal Decomposition and Order Estimation, Technical Research Report of Univ.Maryland, TR2001-47.
- [7] 藤田景子, 竹井義次, 守本晃, 芦野隆一, 森本光生, 時間周波数情報を用いたブラインド信号源分離—数学的背景—, 電子情報通信学会, pp.37-42, 2005.
- [8] 守本晃, 藤田景子, 芦野隆一, 時間周波数情報を用いたブラインド信号源分離—実例を中心に—, 電子情報通信学会, pp.31-36, 2005.
- [9] Ryuichi Ashino, Takeshi Mandai, Akira morimoto and Fumio Sasaki, Blind source separation of spatio-temporal mixed signal using time-frequency analysis, Applicable Analysis, Vol. 88, Issue 3, 425-456, 2009.
- [10] 佐々木文夫, 上田将吾, 安岡正人, 田中治, 時間差を考慮に入れた時間周波数領域でのブラインド信号源分離と位置の特定に関する研究—定式化と数値実験—, 建築学会環境系論文集, Vol.74 No.639, pp.542-552, 2009.
- [11] Megumi Yanai, Fumio Sasaki, Osamu Tanaka and Masahito Yasuoka, Blind source separation and two-signal localization in time-frequency domain considering time lag information: Application to the case where one signal includes a reflected signal, Acoustical Science and Technology, Vol.35 No.1, pp.55-58, 2014.
- [12] Hirofumi Sasaki, Fumio Sasaki and Michio Yamada, Blind separation of multi-reflected signals in a convex polygonal room, INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, Vol.250 No.7, pp.101-112, 2015.
- [13] Hirofumi Sasaki, Fumio Sasaki and Michio Yamada, Blind Reconstruction of a Single-Source Signal Embedded in Another Signal, 2016 SIAM Annual Meeting, Boston, July, 2016.
- [14] 日本建築学会, 建築と環境のサウンドライブラリ, 技法堂出版, 2004.