

Fourier-Bessel関数展開とStokes parameterを用いた直線プラズマにおける発光揺動ダイナミクスの解析

多和, 航希
九州大学総合理工学府先端エネルギー理工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/1938038>

出版情報：九州大学, 2017, 修士, 修士
バージョン：
権利関係：

平成29年度

九州大学大学院 総合理工学府

先端エネルギー理工学専攻

修士論文

論文名

Fourier-Bessel関数展開と Stokes parameter を用いた直線プラズマにおける発光揺動ダイナミクスの解析

氏名

多和 航希

指導教員名

藤澤彰英・永島芳彦

第 1 章 序論.....	1
1.1 磁場核融合発電の実現に向けて	1
1.2 磁場閉じ込めプラズマ中の乱流現象	3
1.2.1 ドリフト波.....	3
1.2.2 ゴーナルフロー.....	4
1.3 2D-3D 乱流揺動計測の意義.....	4
1.4 本研究の目的.....	5
第 2 章 実験装置.....	6
2.1 乱流プラズマ実験装置(PANTA)	6
2.2 真空容器の真空度・ガス圧管理	7
2.3 プラズマ源.....	8
2.4 トモグラフィシステム	8
2.4.1 計測系のアウトライン.....	8
2.4.1 アルゴン発光の計測波長域.....	10
第 3 章 解析手法.....	12
3.1 トモグラフィアルゴリズム	12
3.1.1 最尤推定-期待値最大化法(ML-EM 法).....	12
3.1.2 Fourier-Bessel 関数展開	15
3.2 Fourier 変換を用いた周波数解析の手法	17
3.2.1 Fourier 変換とパワースペクトル・クロススペクトル.....	17
3.2.2 コヒーレンスと位相差.....	18
3.3 Stokes parameter を用いた空間運動の評価.....	18
3.3.1 光学系における偏光テンソルと Stokes parameter.....	18
3.3.2 Stokes parameter の Fourier-Bessel 展開係数への適用.....	19
3.3.3 wavelet 変換.....	20
第 4 章 解析結果.....	22
4.1 視線発光量計測データ	22
4.2 発光分布の平均プロファイル	23
4.3 局所発光揺動	26
4.4 発光揺動の空間運動	29
4.5 発光揺動の二次元構造の空間発展	32
4.6 Stokes parameter を用いた空間運動の定量化.....	36
第 5 章 まとめ.....	42

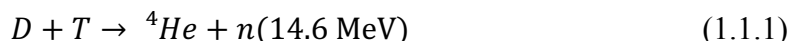
謝辭.....	43
参考文献.....	44

第 1 章 序論

1.1 磁場核融合発電の実現に向けて

近年、大気汚染や地球温暖化に代表されるような環境問題が深刻化している。これらの問題の要因の一つとして、化石燃料を利用した火力発電によって排出される温室効果ガスが挙げられる。また、発電時に温室効果ガスを排出しない原子力発電にも放射性物質を伴う大量の廃棄物の処理といった問題点がある。そのため温室効果ガス排出せず、大量の高レベル放射性廃棄物を生成しないエネルギー源の開発が希求されている。核融合反応を用いた発電方式は放射性廃棄物が比較的少なく、代替エネルギーとして注目されており、実現に向けた研究が世界中で行われている。

核融合発電とは次式で表せる核融合反応で生じるエネルギーを用いて発電を行う発電方式である。



核融合発電には、次のような利点がある。

1. 反応に用いられる水素同位体は海洋から無尽蔵に入手できる
2. 原子力発電と異なり、高レベル放射性廃棄物が少なく済む
3. 燃料の重さあたりの反応エネルギーが大きい

核融合反応を引き起こすためにはプラズマ状態の水素同位体を高温・高密度の状態でも長時間閉じ込める必要があり、プラズマを閉じ込める手法は慣性閉じ込め方式と磁場閉じ込め方式の 2 通りの方式に分けられる。慣性閉じ込め方式とは、燃料である水素同位体をペレット状にして高エネルギーレーザーなどを用いて爆縮させ、瞬間的に高温・高密度状態にすることで核融合反応を引き起こす手法である。それに対して磁場閉じ込め方式とは、荷電粒子が磁力線に巻きついて螺旋運動することを用いてプラズマを閉じ込める手法である。どちらの手法も核融合反応を伴う実験は既に行われているが、プラズマに加えるエネルギーに対する核融合熱出力が十分に高い条件を達成できるプラズマが得られておらず、商業炉の実現には至っていない。商業炉として定常的にエネルギーを取り出すためにはローソン条件と呼ばれる条件をプラズマが満たさなくてはならない。ローソン条件とは、プラズマ密度・閉じ込め時間・イオン温度を用いて炉心プラズマの特性を評価したときに、核融合炉を経済的に成立させる条件として、J.D. Lawson が定式化したものである[1]。図 1-1 に 1996 年に大型トカマク装置 JT-60U[2]において臨界プラズマ条件を達成した時点での各国の主要実験装置における DT 反応の場合のローソン条件の達成状況を示す[2]。図 1-1 はローソン図と呼ばれ、縦軸はプラズマ密度と閉じ込

め時間の積, 横軸はプラズマイオン温度である. 核融合出力とプラズマへの加熱入力の比 (エネルギー増倍率 Q) が 1 である条件を臨界プラズマ条件, Q が無限大である, つまり核融合反応で生じる ^4He のみでプラズマ加熱が成立する条件を自己点火プラズマ条件と呼んでいる.

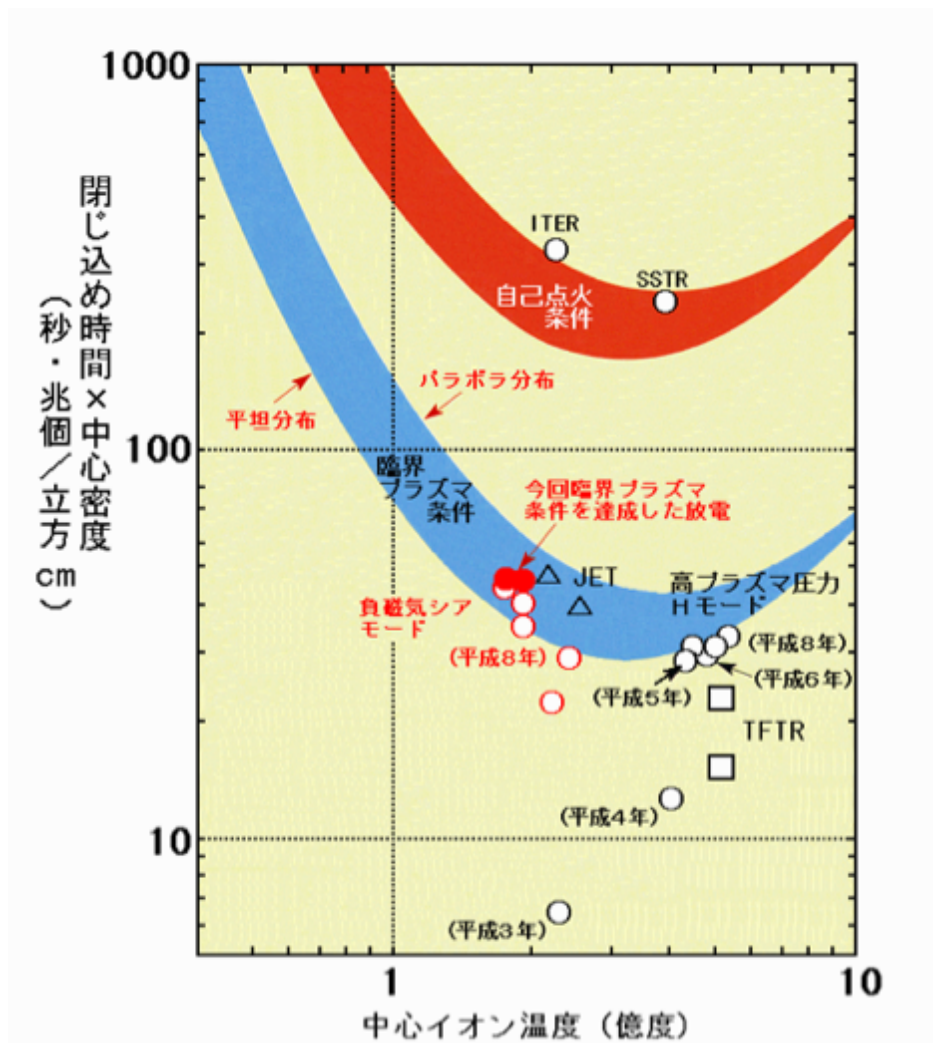


図 1 - 1 ローソン図 (核融合をめざして—核融合研究開発の現状 1997 年 (1997 年 11 月) より出典)

しかし, 現段階で達成されているプラズマ性能は $Q=\infty$ の水準までは至っておらず, さらなる性能の改善が希求されている. 閉じ込め時間を悪くしている要因の一つとして, 衝突拡散から推定されるよりも早い輸送が生じていることが挙げられる. これは異常輸送と呼ばれており, プラズマ中の乱流現象によって引き起こされる[3,4]. そのため, プラズマ中の乱流現象を解明し, プラズマの制御に結びつけることでプラズマ性能のさらなる向上が期待される.

1.2 磁場閉じ込めプラズマ中の乱流現象

本項では、磁場閉じ込めプラズマ中で起こる乱流現象であるドリフト波[5]とドリフト波乱流が形成するメソスケール構造の一つであるゾーナルフロー[6]を紹介する。

1.2.1 ドリフト波

ドリフト波はイオンサイクロトロン周波数よりもずっと低い周波数を持つ揺動であり、磁場に垂直な方向の密度勾配によって駆動される[7]。磁場垂直方向の密度勾配があれば生じることから、ドリフト波は天体プラズマでも観測される普遍的な現象である。磁場垂直方向に密度勾配がある場合、磁場密度勾配方向に垂直な方向に見かけの流速（反磁性ドリフト）が生じる。電子の反磁性ドリフト速度 V_{de} は以下のように表せる。

$$V_{de} = -\frac{T_e}{eB^2} \frac{\nabla n_e}{n_e} \times B \quad (1.2.1)$$

ドリフト波の分散関係にはこの反磁性ドリフト速度 V_{de} が大きく関係する。以下ではドリフト波の分散関係について簡単に紹介する。

散逸が小さく、 $T_i \ll T_e$ である場合、電子密度揺動 \tilde{n}_e はボルツマンの関係を満たすため \tilde{n}_e は以下のように表せる

$$\frac{\tilde{n}_e}{n_e} = \frac{e\tilde{\phi}}{kT_e} \quad (1.2.2)$$

ここで $e, \tilde{\phi}, k, T_e$ はそれぞれ素電荷、電位揺動、ボルツマン係数、電子温度である。イオンは電位揺動より生じる $E \times B$ ドリフトで運動するので、連続の式からイオン密度揺動は以下のように表せる。

$$\frac{\tilde{n}_i}{n_i} = \frac{k_y \tilde{\phi}}{\omega LB} \quad (1.2.3)$$

ここで、 ω, L, B はそれぞれ揺動(ドリフト波)の周波数、密度勾配の特性長 $\left(\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x}\right)^{-1}$ 、磁場強度を示す。準中性条件より、 $\tilde{n}_i \sim \tilde{n}_e$ を満たさなければならないことから以下の分散化関係が得られる。

$$\omega = \frac{kT_e}{eLB} k_y = V_{de} k_y \quad (1.2.4)$$

電子-イオン衝突項を含めるとドリフト波は不安定になる。電子-イオン衝突項やイオンの分極電流を含めるとドリフト波の周波数は以下のようになる、

$$\omega = \frac{\omega^*}{1 + k_y^2 \rho_s^2} + i\omega^{*2} \frac{k_y^2 \rho_s^2}{(1 + k_y^2 \rho_s^2)^3} \frac{v_{ei} m_e}{k_z^2 T_e} \quad (1.2.5)$$

ここで $\omega^* = V_{de} k_y$ とし, ρ_s, v_{ei}, m_e はそれぞれ, ion sound Lamor 半径, 電子-イオン衝突周波数, 電子質量を示す. 不安定化したドリフト波は粒子輸送を引き起こすことから, 核融合プラズマ中で生じる異常輸送の原因の一つとして考えられている.

1.2.2 ゴーナルフロー

ゴーナルフロー (帯状流) とは, 周方向に波長 0 で径方向にシア構造を持つ帯状の流れであり, ドリフト波に代表される微視的不安定性が非線形結合して形成されるプラズマ中などで生じるメソスケール揺動の一つである. ゴーナルフローの渦度方程式はドリフト波を用いて次のように表せる.

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_r^2 \phi_{ZF} = - \frac{\partial}{\partial r} \langle \tilde{v}_{r,d} \nabla^2 \tilde{\phi}_d \rangle - \gamma_{damp} \nabla_r^2 \phi_{ZF} \quad (1.2.6)$$

ここで $\phi_{ZF}, \tilde{\phi}_d, \tilde{v}_{r,d}, \gamma_{damp}$ はゴーナルフローとドリフト波のポテンシャル, ドリフト波の径方向速度, 減衰パラメータである. 式(1.2.6)の右辺第一項は非線形結合を表す項である. ゴーナルフローは Compact Helical System(CHS)において複数の重イオンビームプローブ(HIBP)を用いた径方向電場揺動計測により実験的に観測された[8]. ゴーナルフローはドリフト波により生じる構造であるにもかかわらず, ゴーナルフローにより生じるフローシアにより乱流を低減させる作用を持つ.

1.3 2D-3D 乱流揺動計測の意義

プラズマ中の輸送現象はマイクロ・メソ・マクロスケールの揺動が相互作用を起こすことで決定されると考えられている[9]. 例えば, ミクロスケールな乱流の原因であるドリフト波が結合し, ゴーナルフローのようなメソスケールな流れを生み出すことでドリフト波そのものによる粒子輸送が低減される. 上記のような性質を持つプラズマ乱流を正しく理解するためには, プラズマ全体の構造, メソスケール構造と局所的な微視的乱流構造を同時に計測する必要がある. 現在, 多くの装置ではプローブを用いた多点計測による揺動計測が盛んに行われているが, プローブ計測には計測系が直接プラズマに触れてしまうことで測定対象であるプラズマに擾乱を与えてしまうといった欠点がある. トモグラフィによるプラズマ揺動計測ではプラズマに対して非接触な測定ができ, プラズマ全体にわたって局所計測できるという点で, プラズマ揺動計測における有用な手法の一つであると考えられる.

1.4 本研究の目的

本研究の目的は、乱流プラズマ実験装置 PANTA で計測されたアルゴンプラズマの発光揺動について、揺動の空間構造を明らかにし、その空間運動の特性を定量化することである。例えば、揺動が空間を伝播する際には方位角方向に回転したり径方向に移動したりする。そこで、個々の揺動がどの向きに伝播し、それが時間的にどう変化するのかを明らかにすることが本研究の目的である。そのために、本研究では Stokes parameter を用いることで空間運動特性の定量化を試みた。PANTA では、プラズマ密度が空間的に一定の構造を保ったまま電子反磁性方向に回転するソリタリー揺動が確認されている。ソリタリー揺動では、スペクトルが高次高調波の組み合わせになっており完全な乱流状態にはない。そのため、スペクトル分解によって各々の波動の空間運動の分解が容易である。よって、この現象をトモグラフィで観測し、発光量の揺動の空間構造に対して Stokes parameter を用いた解析を行うことで、円柱プラズマ中でのソリタリー揺動の空間構造変化を定量的に評価することを目的とする。

本論文の構成は、第 2 章に実験装置 PANTA 及びトモグラフィ計測システムの概要の紹介、第 3 章に計測データを発光分布へ再構成する手法や解析に用いた Fourier-Bessel 関数展開, Stokes parameter の手法の詳細な解説、第 4 章には解析結果、第 5 章はまとめとなっている。

第 2 章 実験装置

2.1 乱流プラズマ実験装置(PANTA)

本研究では PANTA(Plasma Assembly for Non-linear Turbulence Analysis)において、トモグラフィを用いたプラズマからの発光揺動の解析を行った。図 2-1, 図 2-2 に放電中の装置の様子, 及び装置の概要図を示す。PANTA では全長 4000 mm, 直径約 100 mm の円筒状のプラズマを生成し計測を行っている。PANTA の運転パラメータを表 2-1 に示す。PANTA では主に磁場, ガス圧, 高調波(RF)パワーを制御することでプラズマの乱流状態を変化させ, プラズマ中で見られる様々な非線形現象の研究を行っている。これまでの研究の中で非線形波動に関わる様々な現象が確認されている[10,11].



図 2 - 1 放電中の PANTA の様子

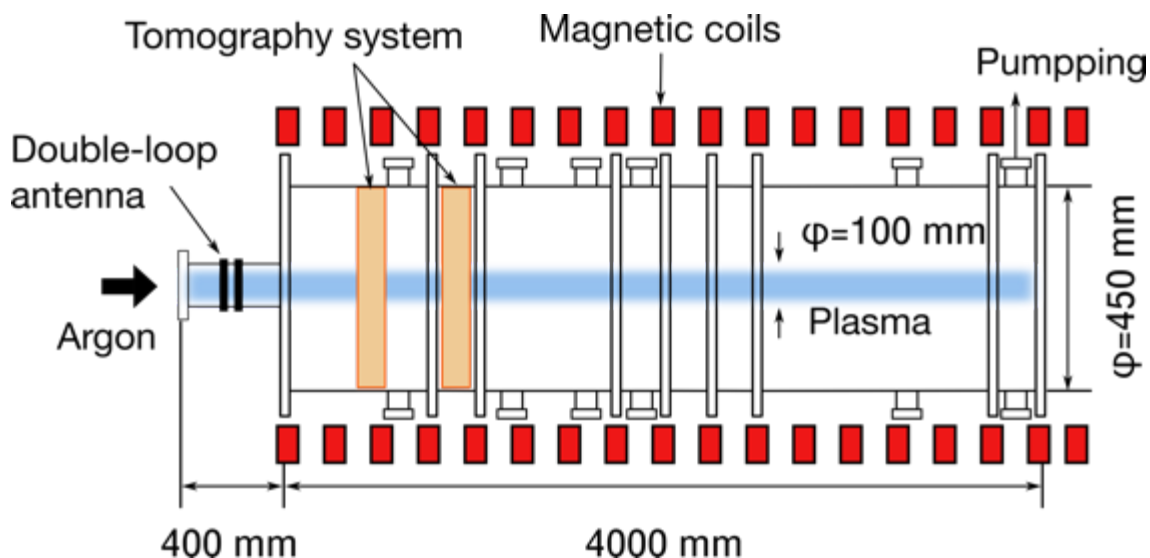


図 2 - 2 PANTA 概要図

Parameter	Range (Typical Value)
Gas fill pressure	1 - 4 mTorr
Magnetic field	Up to 1500 G
RF power & frequency	Up to 10 kW, 7 MHz
Electron Temperature	2 - 4 eV
Ion temperature	0.1 - 0.4 eV
Electron density	$1.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
Ion gyro frequency ω_{ci}	(36 kHz)
Electron gyro frequency ω_{ce}	(2.5 GHz)

表 2 - 1 PANTA の運転パラメータ

2.2 真空容器の真空度・ガス圧管理

本項では PANTA の真空度・流入ガス圧の管理について述べる。背景真空度や流入ガス量は電離真空計を用いて計測している。ガス流量はマスフローコントローラで管理しており、内径 150 mm のバッフル板を $z=0.375 \text{ m}$ 及び真空容器終端部に設置することで真空容器本体のガス圧分布を安定化させている。真空引きには実行排気速度 100 l/s のターボ分子ポンプを 2 台、 400 l/s のポンプを 3 台の計 5 台用いて、最大実行排気速度 1400 l/s を得ている。ここで実効排気速度は配管のコンダクタンスとポンプの排気速度を基に算出した。PANTA では、これらの排気系を用いて背景真空度 $1 \times 10^{-4} \text{ Pa}$ の圧力を実現している。

2.3 プラズマ源

PANTA ではヘリコン波加熱[12]によってプラズマを生成している。ヘリコン波は周波数領域が $\omega_{ci} < \omega < \omega_{ce}$ の右回り円偏波の電磁波であり、 ω_{ci}, ω_{ce} はそれぞれイオンサイクロン周波数と電子サイクロン周波数である。ヘリコン波を用いることで、入力パワー数 kW に対して比較的高密度なプラズマ ($\sim 10^{19} \text{m}^{-3}$) の生成が可能である。

PANTA では、ダブルループアンテナを用いて、周波数 7 MHz のヘリコン波を励起させている。入射パワーは整合回路を通してアンテナに供給される。実験にあたって、運転パラメータやプラズマの状態に応じて、整合回路に戻ってくる反射パワーが最小になるように整合回路中の 2 種のコンデンサーの調節を行う。図 2-3 に放電中の RF 入射波・反射波の検波器出力信号を示す。

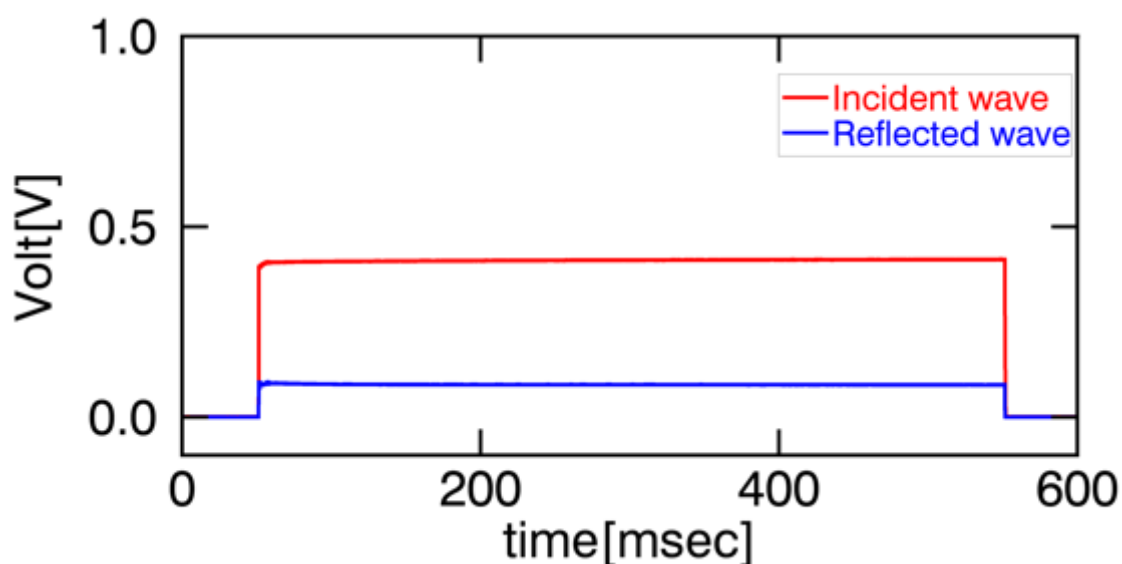


図 2-3 RF 入射波と反射波の波形

2.4 トモグラフィシステム

トモグラフィとは、異なる角度から取得した線積分量を局所分布に再構成する手法である。プラズマ乱流研究においてトモグラフィ計測を行う利点は、プラズマ全体にわたって同時に高空間分解能で局所計測できる点と、プラズマに擾乱を与えることなく測定できる点である。本研究ではアルゴンプラズマの発光を特定の波長域で切り出して視線積分量を計測し、局所発光分布の再構成を行っている。

2.4.1 計測系のアウトライン

トモグラフィシステムは z 軸上の 2 箇所 ($z=375, 875 \text{ mm}$) に設置しており、プラズ

マの線積分発光を計測している。図2-4にその概要図を示す。1つのモジュールにつき4系統の検出器を周方向に45°毎に設置しており、1系統あたり33chの視線を有している。各視線は磁場に対して垂直な方向を向いており、それぞれが平行となるようにコリメータを用いている。コリメータは長さが80 mm、径が2 mmで5 mm間隔で並んでおり、コリメータに入射した光は干渉フィルターを通して検出波長域を選別した後、ファイバーを通じて装置から離れた場所まで運ばれる。運ばれた光はフォトダイオードで検出され、I/V変換回路によって電圧の信号に変換し、デジタイザーを用いて記録している。デジタイザーのゲインは 10^8 V/Aであり、サンプリング時間は1 μ sである。表2-2にフォトダイオード並びに増幅器の諸元を示す。

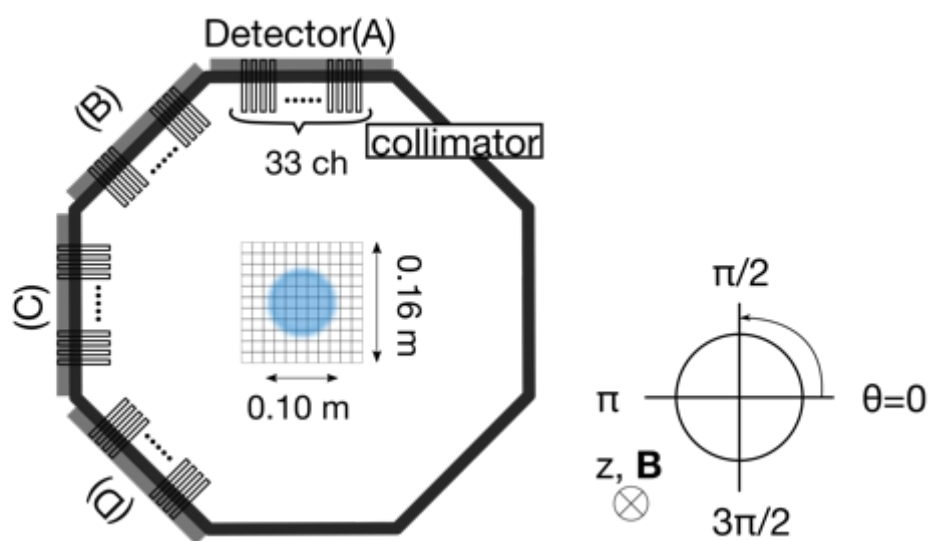


図2-4 トモグラフィ概要図

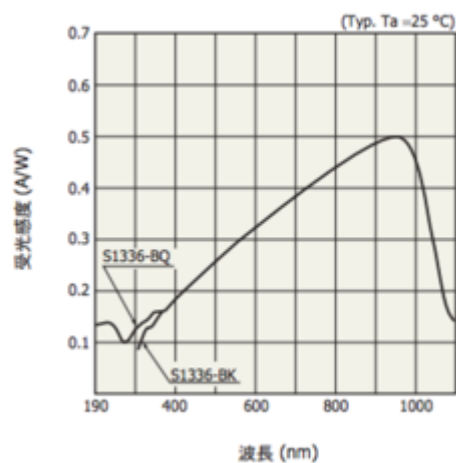
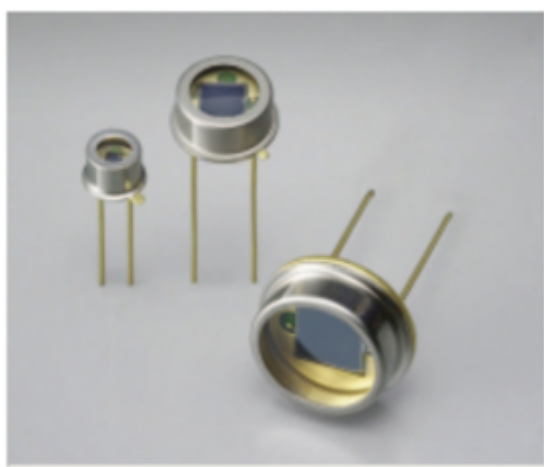


図2-5 フォトダイオードと感度曲線

Package	Metal
Package character	TO-5
Light receiving surface size	3.6×3.6 mm
Sensitivity wavelength range	190~1100 nm
Dark current maximum	0.05 nA
Light sensitivity at λ_p	960 mm
Rise time	0.5 μ s
Capacity between the terminal	150 pF
Parallel resistance	0.6 G Ω
Measurement condition	If default is not supplied is Typ. TA=25°C

表 2-2 フォトダイオードの諸元

2.4.2 アルゴン発光の計測波長域

トモグラフィシステムでは、干渉フィルターを用いることで異なる4つの波長域の発光を同時に計測している。図 2-6 にアルゴンプラズマの発光スペクトルとフィルター透過波長域を示す。トモグラフィシステムでは4つの異なる波長域を同時に測定することができる。図 2-7, 図 2-8 に、コリメータアレイと干渉フィルターの概要図及び実験装置に取り付けられたコリメータアレイを示す。測定に用いた波長域とバンド幅は, ArI (810 ± 30 nm), ArII (476.5 ± 30 nm), ArI (696.5 ± 30 nm), ArI (810 ± 50 nm)であるが、現在有意な信号強度が得られているのは 810 nm と 476.5 nm である。

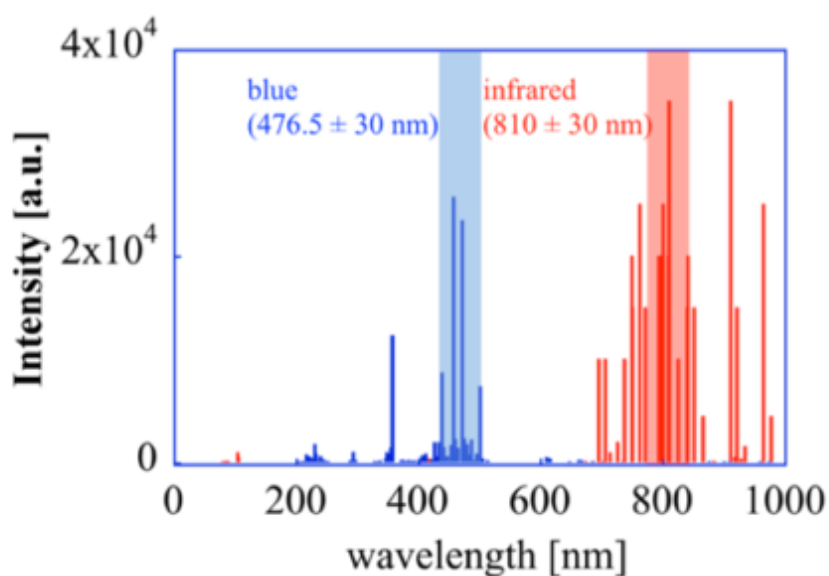


図 2-6 アルゴンプラズマの発光スペクトルとフィルター透過波長域

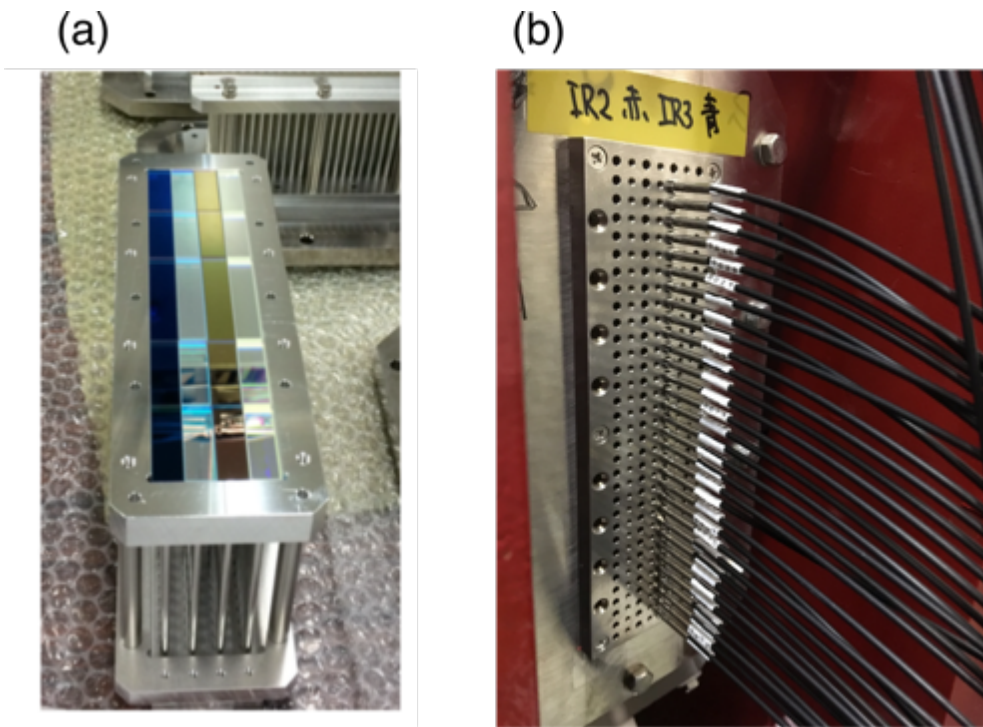


図 2 - 7 (a) コリメータアレイと干渉フィルター, (b) 装置に取り付けられたコリメータアレイ

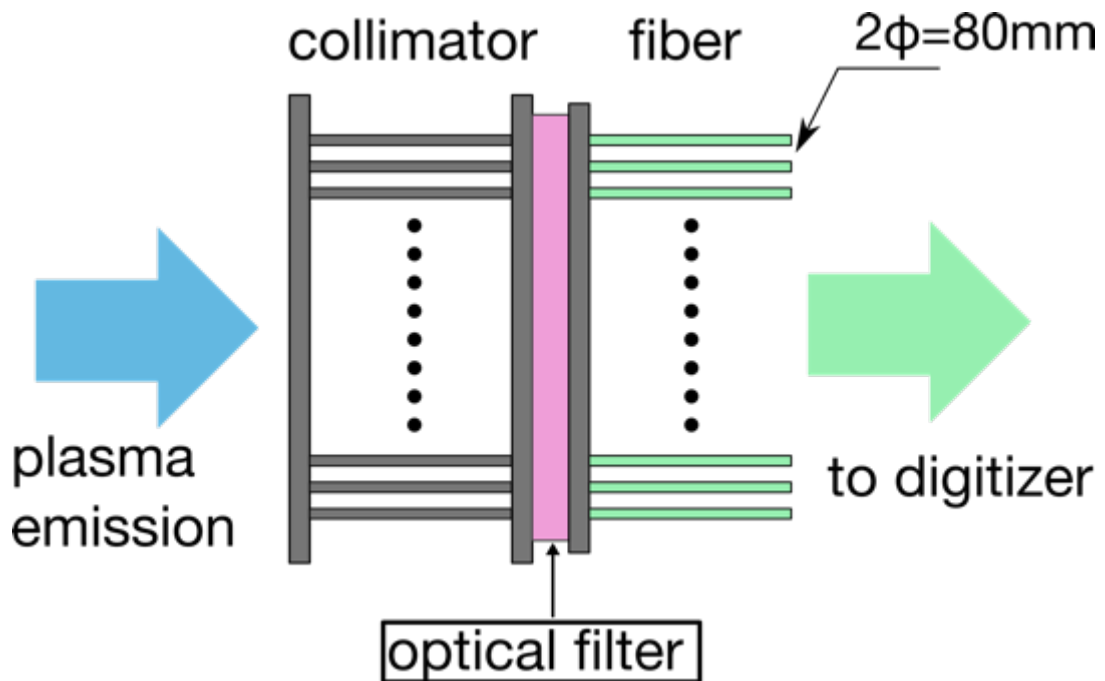


図 2 - 8 コリメータアレイと干渉フィルターの概要図

第3章 解析手法

3.1 トモグラフィアルゴリズム

トモグラフィにおける2次元画像の再構成手法には代数的手法による再構成、基底関数を用いた再構成、統計的手法による再構成の大きく分けて3つある。

本研究では、統計的手法による再構成法の一つである最尤推定-期待値最大化法 Maximum Likelihood-Expectation Maximization(ML-EM) method を用いた。

3.1.1 最尤推定-期待値最大化法(ML-EM 法)

ML-EM 法は、各ピクセルから各視線に入射する光子量が計測値を再現できるような発光分布を逐次計算で求める手法である[13,14]。以下に具体的な計算式を示す。

各ピクセルのラベルを j 、検出器のラベルを i 、計測される視線積分発光量を g_i として各ピクセルの発光量 ε_j を再構成したい。ここで直接的には計測できない量である、 j 番目のピクセルから i 番目の検出器に入射する光子数 x_{ij} を導入する。ここで、各ピクセルから放出される光子数はポワソン分布に従うことを仮定すると、局所発光量の値 ε_j から検出器 i に x_{ij} 個の光子が入射する確率は

$$P(x_{ij}) = e^{-\varepsilon_{ij}} \frac{\varepsilon_{ij}^{x_{ij}}}{x_{ij}!} = e^{-C_{ij}\varepsilon_j} \frac{(C_{ij}\varepsilon_j)^{x_{ij}}}{x_{ij}!} \quad (3.1.1)$$

と書ける。ここで ε_{ij} は x_{ij} の期待値、 C_{ij} は検出確率であり、 C_{ij} は i 番目の検出器の視線が j 番目のピクセルを横切るときの線分の長さに相当する。 x_{ij} は直接計測ができないため、独立性を考慮すると、それぞれのピクセルの実現値が x_{ij} である同時確率は

$$\prod_{j \in I_i} P(x_{ij}) = \prod_{j \in I_i} e^{-C_{ij}\varepsilon_j} \frac{(C_{ij}\varepsilon_j)^{x_{ij}}}{x_{ij}!} \quad (3.1.2)$$

と書ける。これをすべての視線を考慮に入れると

$$\prod_i \prod_{j \in I_i} P(x_{ij}) = \prod_i \prod_{j \in I_i} e^{-C_{ij}\varepsilon_j} \frac{(C_{ij}\varepsilon_j)^{x_{ij}}}{x_{ij}!} \quad (3.1.3)$$

のようになる。この式を用いて対数尤度は以下のように表せる。

$$\begin{aligned}
L(\varepsilon) &= \ln\{P(x)\} \\
&= \ln\left\{\prod_i \prod_{j \in I_i} e^{-C_{ij}\varepsilon_j} \frac{(C_{ij}\varepsilon_j)^{x_{ij}}}{x_{ij}!}\right\} \\
&= \sum_i \sum_{j \in I_i} \{-C_{ij}\varepsilon_j + x_{ij}(\ln C_{ij} + \ln \varepsilon_j) - \ln(x_{ij}!)\} \\
&= \sum_i \sum_{j \in I_i} \{-C_{ij}\varepsilon_j + x_{ij}\ln \varepsilon_j\} + const \tag{3.1.4}
\end{aligned}$$

$L(\varepsilon)$ が極大値を取るような ε を求めたいが、対数尤度 $L(\varepsilon)$ には x_{ij} の項が含まれるため、ここから $L(\varepsilon)$ が極値を取る ε を決定することはできない。そこで、 k 回反復計算時の推定値 ε_j^k と g_i を与えたときの対数尤度関数 $L(\varepsilon)$ の条件付き期待値を最大化するような推定値を計算する。対数尤度 $L(\varepsilon)$ の条件付き期待値を $Q(\varepsilon|\varepsilon^k)$ と表記すると

$$\begin{aligned}
Q(\varepsilon|\varepsilon^k) &= E[\ln P(x)|g, \varepsilon^k] \\
&= \sum_i \sum_{j \in I_i} \{-C_{ij}\varepsilon_j + E[x_{ij}|g, \varepsilon^k]\ln \varepsilon_j\} + const \tag{3.1.5}
\end{aligned}$$

と表せる。式中の x_{ij} の条件付き期待値 $E[x_{ij}|g, \varepsilon^k]$ を求めるために視線積分発光量 g_i を与えたときの x_{ij} の事後確率を導出する。これはベイズの定理から次式のように表せる。

$$P(x_{ij}|g_i) = \frac{P(x_{ij})P(g_i|x_{ij})}{P(g_i)} \tag{3.1.6}$$

$P(x_{ij})$ は式(3.1.1)で表され、 g_i が得られる確率は

$$P(g_i) = \exp\left(-\sum_{m \in I_i} C_{im}\varepsilon_m\right) \frac{(\sum_{m \in I_i} C_{im}\varepsilon_m)^{g_i}}{g_i!} \tag{3.1.7}$$

で表せる。さらに、 $P(g_i|x_{ij})$ は x_{ij} が与えられたときの g_i が得られる確率なので、 $P(g_i - x_{ij})$ と表記することができるので次の式の通り整理できる。

$$\begin{aligned}
P(g_i|x_{ij}) &= P(g_i - x_{ij}) \\
&= \exp\left(-\sum_{m \in I_i} [C_{im}\varepsilon_m - C_{ij}\varepsilon_j]\right) \frac{(\sum_{m \in I_i} (C_{im}\varepsilon_m - C_{ij}\varepsilon_j))^{g_i - x_{ij}}}{(g_i - x_{ij})!} \tag{3.1.8}
\end{aligned}$$

式(3.1.6)-(3.1.8)をまとめると

$$P(x_{ij}|g_i) = \frac{g_i!}{x_{ij}!(g_i - x_{ij})!} \left(\frac{C_{ij}\varepsilon_j}{\sum_{m \in I_i} C_{im}\varepsilon_m} \right)^{x_{ij}} \left(\frac{\sum_{m \in I_i} (C_{im}\varepsilon_m - C_{ij}\varepsilon_j)}{\sum_{m \in I_i} C_{im}\varepsilon_m} \right)^{g_i - x_{ij}} \quad (3.1.9)$$

のように表せる. これは $P(x_{ij}|g_i)$ が二項分布に従うことを示しており, $\varepsilon_j = \varepsilon_j^k$ を与えたときの条件付き期待値は試行回数 g_i の二項分布の期待値で次式のように表せる.

$$E[x_{ij}|g, \varepsilon^k] = g_i p_{ij} = g_i \frac{C_{ij}\varepsilon_j^k}{\sum_{m \in I_i} C_{im}\varepsilon_m^k} \quad (3.1.10)$$

以上の式をまとめると対数尤度の条件付き期待値は

$$\begin{aligned} Q(\lambda|\lambda^k) &= E[\ln P(x)|g, \varepsilon^k] \\ &= \sum_i \sum_{j \in I_i} \{-C_{ij}\varepsilon_j + N_{ij} \ln \varepsilon_j\} + const \\ N_{ij} &= E[x_{ij}|g, \varepsilon^k] = g_i \frac{C_{ij}\varepsilon_j^k}{\sum_{m \in I_i} C_{im}\varepsilon_m^k} \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

となり, この関数が極値を取る条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_j} Q(\varepsilon|\varepsilon^k) &= \frac{\partial}{\partial \lambda_j} \left[\sum_i \sum_{j \in I_i} \{-C_{ij}\varepsilon_j + N_{ij} \ln \varepsilon_j\} + const \right] \\ &= \sum_i \left\{ -C_{ij} + \frac{N_{ij}}{\varepsilon_j} \right\} \\ &= -\sum_i C_{ij} + \frac{\sum_i N_{ij}}{\varepsilon_j} = 0 \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

と表せる. この推定値は k 回目の反復計算での推定値から求めたものなので ε_j^{k+1} と表記すると

$$\varepsilon_j^{k+1} = \frac{\varepsilon_i^k}{\sum_i C_{ij}} \sum_i \frac{C_{im}g_i}{\sum_{m \in I_i} C_{im}\varepsilon_m^k} \quad (3.1.13)$$

のように表せる. 実際の計算では, 反復計算により算出された局所発光量の推定値が

$$|\varepsilon_i^{k+1} - \varepsilon_i^k| < \delta, \quad \delta \sim 10^{-5} \varepsilon_{max}^k \quad (3.1.14)$$

を満たすまで反復計算を行う. ここで ε_{max}^k は k 回目の分布の中で最も大きな値を意味する.

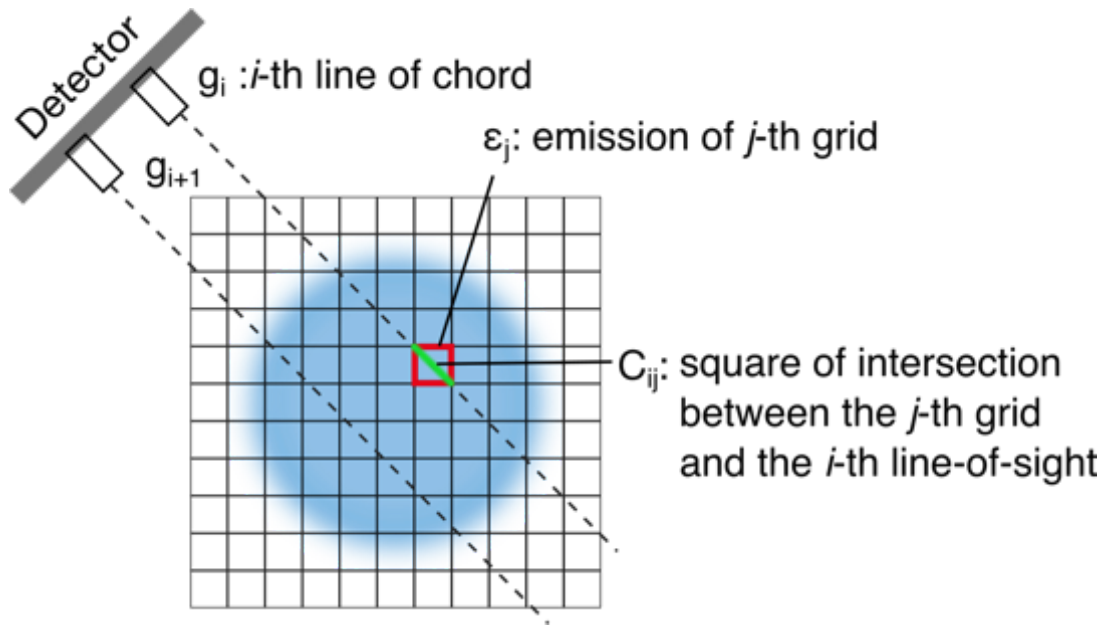


図 3 - 1 ML-EM 概要図

3.1.2 Fourier-Bessel 関数展開

ML-EM 法により再構成された発光分布の空間構造を定量的に評価するために、本研究では再構成画像に Fourier-Bessel(F-B)関数をフィッティングし、フィッティング係数の時系列データの解析を行った[15]. この項ではその手法について述べる.

Fourier-Bessel 関数展開式は

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}(r, \theta) &= \sum_i a_i \phi_i(r, \theta) \\ &= \sum_{m,n} [\alpha_{m,n} J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta) + \beta_{m,n} J_m(k_{mn}r) \sin(m\theta)] \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

のように定義される. ここで, $\hat{\epsilon}(r, \theta)$ は F-B 級数で表現される発光分布であり, ϕ_i と a_i は i 番目の F-B 基底関数とその展開係数である. F-B 基底関数には $J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta)$ と $J_m(k_{mn}r) \sin(m\theta)$ があり, m は周方向モード数, $J_m(r)$ は m 次のベッセル関数, k_{mn} は $J_m(r)$ の n 番目の零点を意味する. F-B 関数の添字 i は周方向モード数 m と径方向モード数 n を用いて次の様に表せる.

$$\begin{aligned} i &= n_{\max}(0) + \sum_{j=1}^{m-1} 2n_{\max}(j) + 2n - 1 \\ i &= n_{\max}(0) + \sum_{j=1}^{m-1} 2n_{\max}(j) + 2n \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

ここで $n_{\max}(m)$ はモード数 m で用いる最大径方向モード数を意味する。各基底関数の係数 a_i を求めるにあたって、次式で定義される評価関数に対して最小二乗法を用いた。

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_j \{\varepsilon(r_j, \theta_j) - \hat{\varepsilon}(r_j, \theta_j)\}^2 + \gamma |\hat{\varepsilon}(r, \theta)|^2 \\ &= \sum_j \left\{ \varepsilon(r_j, \theta_j) - \sum_i a_i \phi_i(r_j, \theta_j) \right\}^2 + \gamma \left[\sum_{ij} a_i \phi_i(r_j, \theta_j) \right]^2\end{aligned}\quad (3.1.17)$$

評価関数 χ^2 には、最小二乗法を計算する際の正則性を高めるために $\hat{\varepsilon}(r, \theta)$ の絶対値の自乗をペナルティ関数として式に加えている。 γ の値は 8×10^{-3} を適用した。 $\partial \chi^2 / \partial a_i = 0$ の方程式を整理すると

$$\sum_l (\Phi_{kl} + \lambda \delta_{kl}) a_l = b_k \quad (3.1.18)$$

のようになる。ここで、 Φ_{kl}, b_k は

$$\Phi_{kl} = \sum_j \phi_{kj} \phi_{lj}, \quad b_k = \sum_j \phi_{kj} \varepsilon_j \quad (3.1.19)$$

であり、添字の k, l は基底と空間座標 (r, θ) を表す。この方程式を行列に直すと、

$$(\mathbf{P} + \lambda \mathbf{I}) \vec{a} = \vec{b} \quad (3.1.20)$$

が得られる。ここで $\mathbf{I}, \mathbf{P}, \vec{a}, \vec{b}$ は単位行列、行列形式の Φ_{kl} 、 \vec{a}, \vec{b} のベクトルである。数値計算を行ううえでF-B基底の組み合わせは有限であり、本研究では表3-1に示す基底を用いてフィッティングを行った。F-B基底関数のイメージプロットの一例を図3-2に示す。

m -order	n -order
$m=0$	0, ..., 8
$m=1$	0, ..., 6
$m=2, \dots, 6$	0, ..., 5

表 3 - 1 Fourier-Bessel 基底

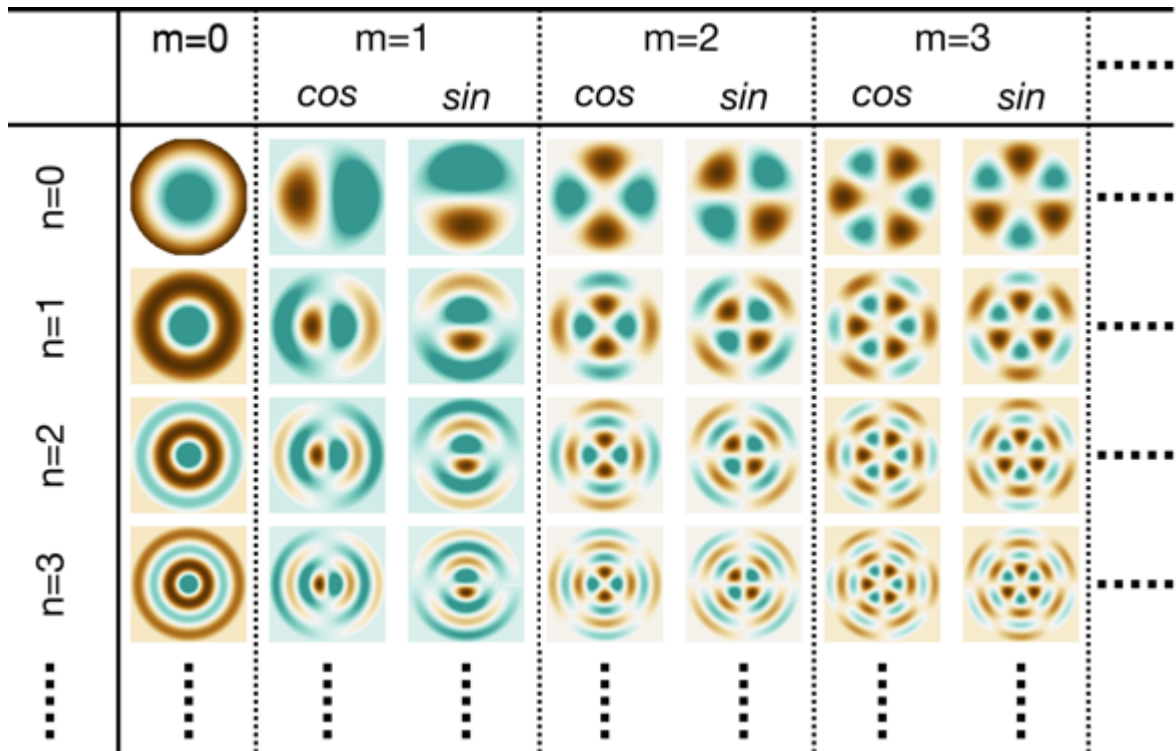


図 3-2 Fourier-Bessel 基底関数のイメージプロット

3.2 Fourier 変換を用いた周波数解析の手法

Fourier 変換を用いることで、測定によって得られた時系列データを周波数成分ごとに分解することができる。本項では、揺動の解析において重要な指標となるパワースペクトル、クロススペクトル、コヒーレンス、位相差について述べる。

3.2.1 Fourier 変換とパワースペクトル・クロススペクトル

ある時系列データ $x(t)$ を種々の周期の波の重ね合わせで記述するとその周波数成分は次のように表せる。

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.2.1)$$

ここで ω は角周波数 $\omega = 2\pi f$ である。フーリエ振幅 $X(\omega)$ は複素数であり振幅と位相差の情報を含んでいるため、解析では両者をさらに分解して評価する指標が必要である。フーリエ成分と自身の複素共役をかけることで振幅の2乗に対応する統計量を得ることができる。これはパワースペクトルと呼ばれ、次式のように表せる。

$$P_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\langle X(\omega) X^*(\omega) \rangle}{T} \quad (3.2.2)$$

また、異なる信号どうしの位相差の指標としてクロススペクトルと呼ばれるものがある。2つの信号をそれぞれ $x(t), y(t)$ そのフーリエ変換を $X(\omega), Y(\omega)$ とするとク

ロススペクトルは次式で表せる.

$$P_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\langle X(\omega)Y^*(\omega) \rangle}{T} \quad (3.2.3)$$

3.2.2 コヒーレンスと位相差

前項のパワースペクトルとクロススペクトルを用いて 2 つの時系列データ間の相関の指標を導出することができる. これはコヒーレンスと呼ばれ次式のように表せる.

$$\gamma_{xy}^2(\omega) = \frac{|\langle P_{xy}(\omega) \rangle|^2}{P_{xx}(\omega)P_{yy}(\omega)} \quad (3.2.4)$$

また, 2 つの信号の位相差は次のように定義できる.

$$\theta_{xy}(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}[P_{xy}(\omega)]}{\text{Re}[P_{xy}(\omega)]} \right) \quad (3.2.5)$$

コヒーレンスは 0-1 の値を取り, 2 つの信号間の相関が強いほど 1 に近くなる.

3.3 Stokes parameter を用いた空間運動の評価

偏光テンソルとは, 光学分野において偏光特性の定量化に用いられるテンソル量であり, 電場ベクトルを直交基底で分解した時の振幅と位相差を用いて計算することができる[16]. 本研究では, プラズマ発光分布の空間構造のダイナミクスを評価する目的で偏光テンソルと Stokes parameter の考え方を F-B フィットング係数に適用させた.

3.3.1 光学系における偏光テンソルと Stokes parameter

電磁波は進行方向に垂直な平面上を振動し, その平面の向きは電場成分と磁場成分が互いに直行さえしていれば, 任意の向きを取りうる. 例えば, 波が偏光している場合はその平面の向きが揃っているのに対し, 自然光はあらゆる方向を向いている. 電磁波の進行方向を z 軸にとり, 電場ベクトルを

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(kz - \omega t)} = (E_1 \mathbf{e}_x + E_2 \mathbf{e}_y) e^{i(kz - \omega t)} \quad (3.3.1)$$

のように表す. ここで, $\mathbf{e}_{x,y}$ は x, y 方向の単位ベクトル, k は波数, ω は周波数である. 電場成分の振動する平面は $\varphi = \arctan(E_2/E_1)$ と書き表すことができ, E_1, E_2 を

$$E_i = a_i e^{i\delta_i} \quad (i = 1, 2) \quad (3.3.2)$$

のように振幅 a_i と位相 δ_i に分解することで, それぞれの組み合わせ方で偏光状態を表現することができる. 例えば $\delta_1 = \delta_2$ のとき, 式(3.3.1)は

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = (a_1 \mathbf{e}_x + a_2 \mathbf{e}_y) e^{\delta_1} e^{i(kz - \omega t)} \quad (3.3.3)$$

となり $\varphi = \arctan(E_2/E_1) = \arctan(a_2/a_1)$ の平面上を振動する直線偏光となる。また、 $\delta_2 = \delta_1 \pm \pi/2$ の場合は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= (a_1 \mathbf{e}_x \pm ia_2 \mathbf{e}_y) e^{\delta_1} e^{i(kz - \omega t)} \\ \text{Re}(\mathbf{E}) &= a_1 \mathbf{e}_x \cos(kz - \omega t) \mp a_2 \mathbf{e}_y \sin(kz - \omega t) \\ &= a_1 \mathbf{e}_x \cos(kz - \omega t) \mp a_2 \mathbf{e}_y \cos(kz - \omega t + \pi/2) \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

より、 $a_1 = a_2$ のときは z 軸周りを回転する円偏光となる。一般に $a_1 \neq a_2$ や $\delta_1 \neq \delta_2$ のときは楕円偏光となる。

ここで偏光状態を表す量として次のようなテンソル量を考える。

$$\rho_{\alpha\beta} = \frac{\langle E_\alpha E_\beta^* \rangle}{\langle \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^* \rangle} \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \quad (3.3.5)$$

式(3.3.5)は偏光テンソルと呼ばれており、偏光状態の定量化に用いられる。偏光テンソルの対角成分 ρ_{11} と ρ_{22} は実数であり、非対角成分は $\rho_{12} = \rho_{21}^*$ を満たすため、このテンソル量は3つの実数パラメータで決められる。

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha\beta} &= \frac{\langle E_\alpha E_\beta^* \rangle}{\langle \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^* \rangle} \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \xi_3 & \xi_1 - i\xi_2 \\ \xi_1 + i\xi_2 & 1 - \xi_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

展開に用いた実数パラメータは Stokes parameter と呼ばれ、 ξ_3 と ξ_1 はそれぞれ45°、0°直線偏光の度合い、 ξ_2 は円偏光の度合いに対応したパラメータである。

3.3.2 Stokes parameter の Fourier-Bessel 展開係数への適用

周方向モード数が1以降のF-B係数には \cos と \sin の成分があり、両者の振幅と位相差によりモードの時間発展が定まる。F-B係数の時系列データに含まれるコヒーレントな揺動はプラズマ発光の空間構造の時間発展に伴う運動と対応しており、 \cos と \sin の成分の位相差が揃っていれば、モードの空間運動はある規則性を持っていることになる。つまり、F-B係数の \cos と \sin 成分をそれぞれ直交するベクトルであるとみなすと、モードが回転しているのか、それとも定在的であるのかどうかの度合いを光学における偏光の度合いと類推させて評価できる。本研究ではF-B係数の \cos 成分と \sin 成分の時系列データについて、振幅と位相差の周波数成分を計算することで、Stokes parameter を求め、その規則性を評価した。以下にその式を示す。

$$\begin{aligned}\rho_{\alpha\beta}(f) &= \frac{\langle \tilde{E}_\alpha(f) \tilde{E}_\beta^*(f) \rangle}{\langle \tilde{\mathbf{E}}_0(f) \tilde{\mathbf{E}}_0^*(f) \rangle} \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \xi_3(f) & \xi_1(f) - i\xi_2(f) \\ \xi_1(f) + i\xi_2(f) & 1 - \xi_3(f) \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (3.3.7)$$

ここで, $\tilde{\mathbf{E}}_0(f) = (\tilde{a}_{mn}(f), \tilde{b}_{mn}(f))$ は F-B 係数のそれぞれ $J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta)$, $J_m(k_{mn}r) \sin(m\theta)$ のフーリエ成分からなるベクトルである. テンソルの対角成分はパワースペクトル, 非対角成分はクロススペクトルに対応するので Stokes parameter は次のように整理される.

$$\begin{bmatrix} \xi_1(f) \\ \xi_2(f) \\ \xi_3(f) \end{bmatrix} = \frac{1}{P_{aa} + P_{bb}} \begin{bmatrix} 2\text{Re}[P_{ab}] \\ 2\text{Im}[P_{ab}] \\ P_{aa} - P_{bb} \end{bmatrix}\quad (3.3.8)$$

ここで P_{aa}, P_{ab} はそれぞれパワースペクトルとクロススペクトルである. モードの空間運動が定在的であると ξ_3, ξ_1 の値が 1 に近くなり, 周方向に回転する成分が多いと ξ_2 が 1 に近くなる.

3.3.3 wavelet 変換

フーリエ変換を用いて Stokes parameter を計算した場合は, 時間に関する情報が失われてしまう. そこで, 時間領域の情報を残す手法として wavelet 変換[17]を用いてクロススペクトルとパワースペクトルを計算することで Stokes parameter の時間発展を求めた. 以下にその式を示す

wavelet 変換では窓関数である wavelet 基底を周波数に応じて変化させて畳み込み積分を行う.

$$\begin{aligned}\psi_{a,b}(t) &= \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \\ \mathcal{W}_\psi[x(t)] &= T(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt\end{aligned}\quad (3.3.9)$$

ここで $x(t)$ は元信号, $\psi_{a,b}(t)$ は wavelet 基底, $T(a,b)$ は wavelet 変換係数である. a は wavelet 基底の時間スケール, b は時間方向のズレに対応する. wavelet 基底には様々な関数を用いることができ, 本研究の解析においては Morlet wavelet を用いた. Morlet wavelet とは, 包絡線がガウス曲線でキャリアは複素サインとなる基底であり次式のように定義される.

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} e^{i\omega t}\quad (3.3.10)$$

ここで σ は包絡線の幅, ω は複素サインの各周波数である. 解析では $\sigma = \frac{7}{\omega}$ を用いた. 図 3-3 に Morlet 基底の一例を示す.

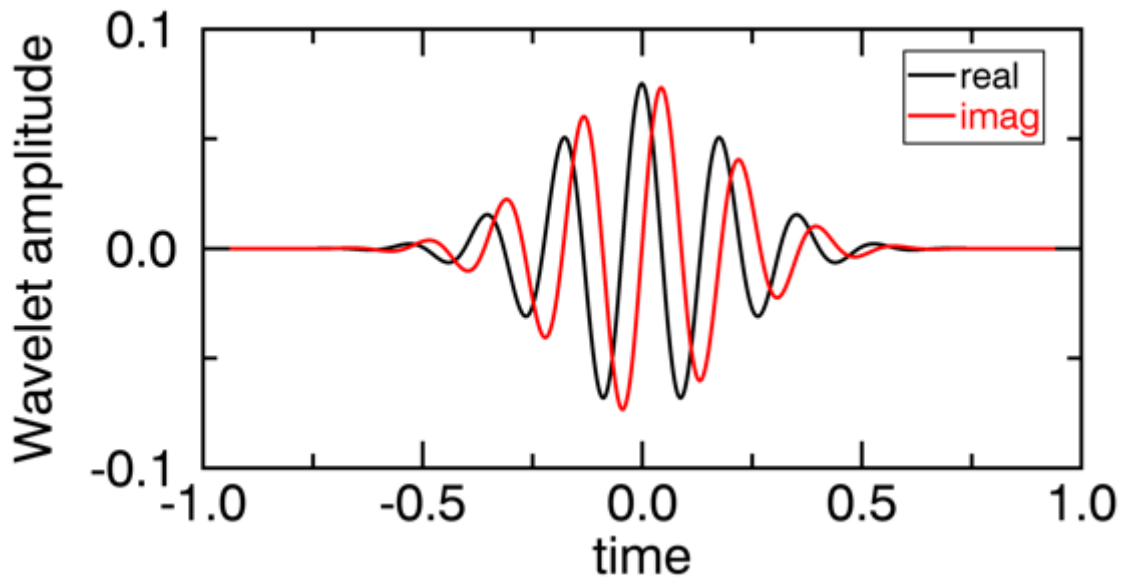


図 3 - 3 Morlet 基底の一例

各時間に対して wavelet 変換係数を定義できるので, wavelet 変換を用いることで FFT では得られなかったある時間帯におけるオートスペクトルやクロススペクトルを次のように書き表せる.

$$\begin{aligned}
 C_{xx}(a, b) &= \int_{b-\Delta\tau}^{b+\Delta\tau} \mathcal{W}_x(a, \tau) \mathcal{W}_x^*(a, \tau) d\tau \\
 C_{xy}(a, b) &= \int_{b-\Delta\tau}^{b+\Delta\tau} \mathcal{W}_x(a, \tau) \mathcal{W}_y^*(a, \tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{3.3.11}$$

上記の wavelet 変換を用いて, Stokes parameter を表すと次式のようにになる.

$$\begin{bmatrix} \xi_1(a, b) \\ \xi_2(a, b) \\ \xi_3(a, b) \end{bmatrix} = \frac{1}{C_{xx} + C_{yy}} \begin{bmatrix} 2\text{Re}[C_{xy}] \\ 2\text{Im}[C_{xy}] \\ C_{xx} - C_{yy} \end{bmatrix} \tag{3.3.12}$$

第4章 解析結果

本章では、PANTA における発光揺動のトモグラフィ計測についての解析結果をまとめる。はじめに、視線積分発光量のデータとそれを基に ML-EM 法により再構成したプラズマ発光分布を 4.1 項でまとめる。4.2 項では、ML-EM 法で再構成した発光分布に対して F-B フィッティングにより空間モード構造分解を試みた結果をまとめる。4.3 項では、局所発光量の時系列データに対して周波数解析を行った結果を、4.4 項では F-B 展開で得られた、発光揺動の空間運動について周波数解析を行った結果をまとめる。4.5 項では、F-B 展開により得られた発光揺動の二次元構造の解析結果を、4.6 項では揺動の空間運動を Stokes parameter を用いた定量化を試みた解析結果をまとめる。

4.1 視線発光量計測データ

トモグラフィシステムで計測された視線積分発光量の時間発展の一例を図4-2に示す。プロットに用いた視線はそれぞれプラズマ境界外側(ch=1,49)、プラズマ境界(ch=6,38)、プラズマ中心(ch=15,47)、揺動が最も強い点(ch=18,49)である。プロットに用いた視線の位置の概要図を図4-1に示す。RFは500 msecの間入射され、測定はその50 msec前後にわたって行われた。放電パラメータはガス圧が1.9 mTorr、磁場強度が900 G、RFパワーが3.0 kWであり、計測した発光の波長域はArI (810 ± 30 nm)である。この放電条件では乱流状態が比較的穏やかであり、後述の通り特定の周波数でのピークが顕著に見られたことから、空間構造ごとに分解して解析を行う上で好ましいと考えられる。

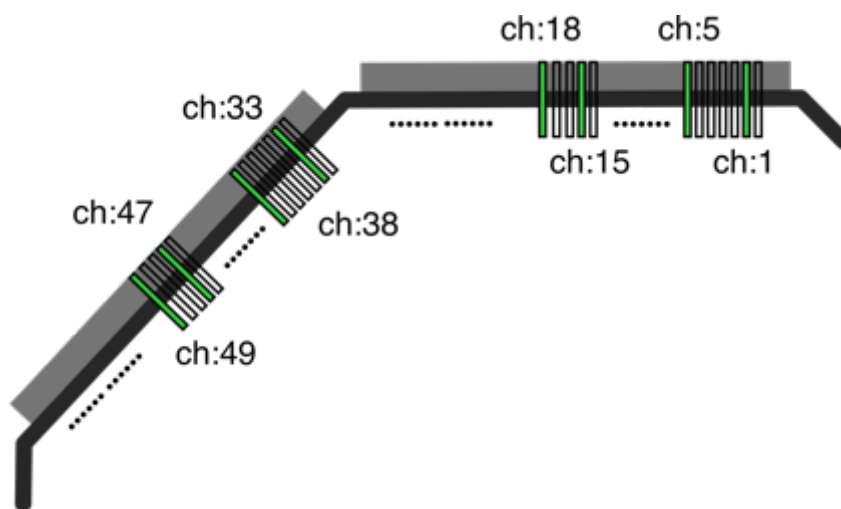


図4-1 プロットに用いた視線の位置

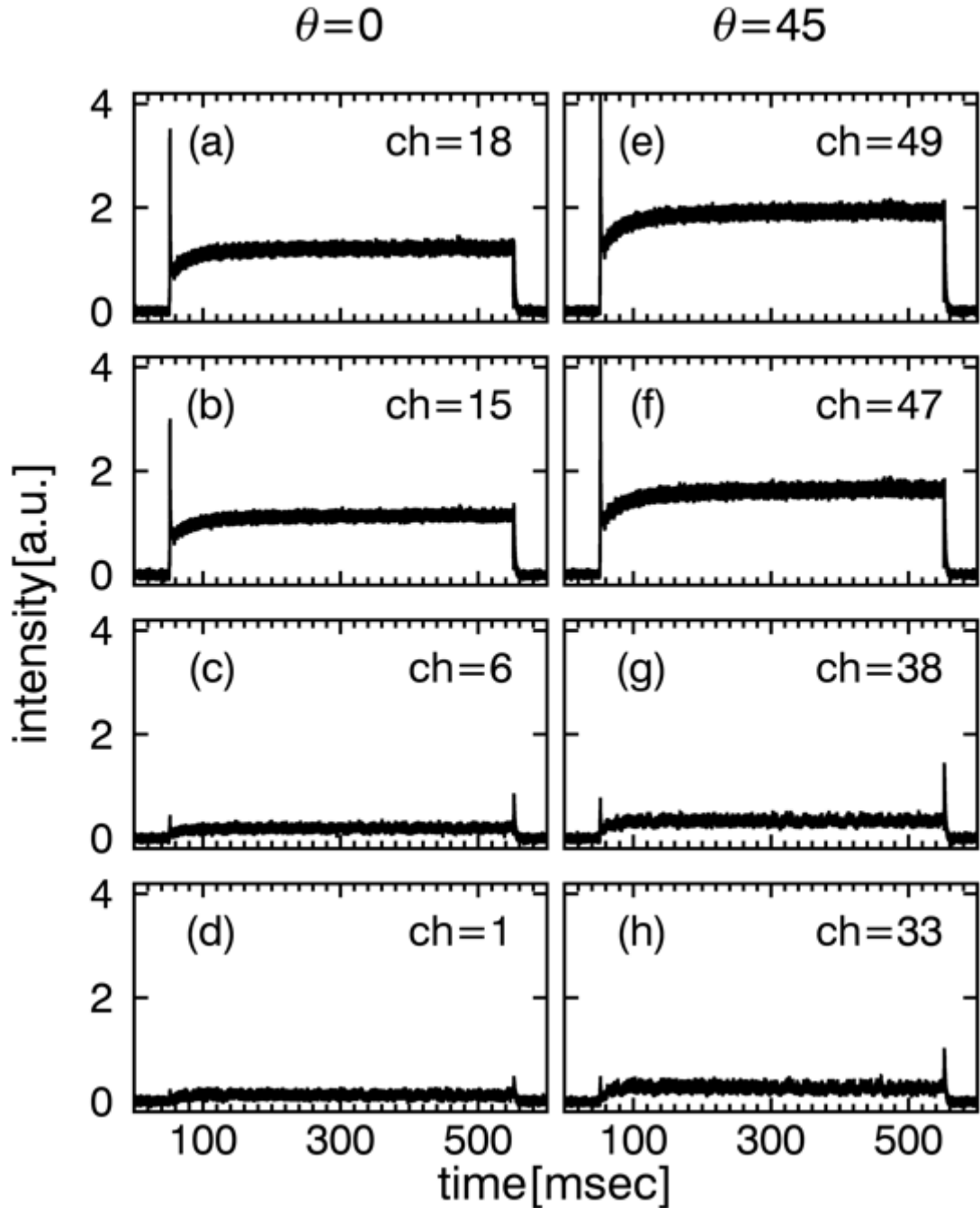


図 4 - 2 (a)-(d)は $\theta = 0$, (e)-(h)は $\theta = 45$ の計測系の視線であり, (a),(e)は揺動が強い箇所, (b),(f)は中心, (c),(g)はプラズマ境界, (d),(h)は境界より外側の視線を示す

4.2 発光分布の平均プロフィール

図 4-3 に一例として, RF の入射後, プラズマが十分定常となっていると考えられる 400 msec における視線積分発光量のサイノグラムとそれをもとに ML-EM 法を用いて再構成した発光分布を示す. 発光分布は 16 cm×16 cm 四方に対して 11×11=121 の解像度を有しており, 各グリッドの幅は約 1.45 cm である.

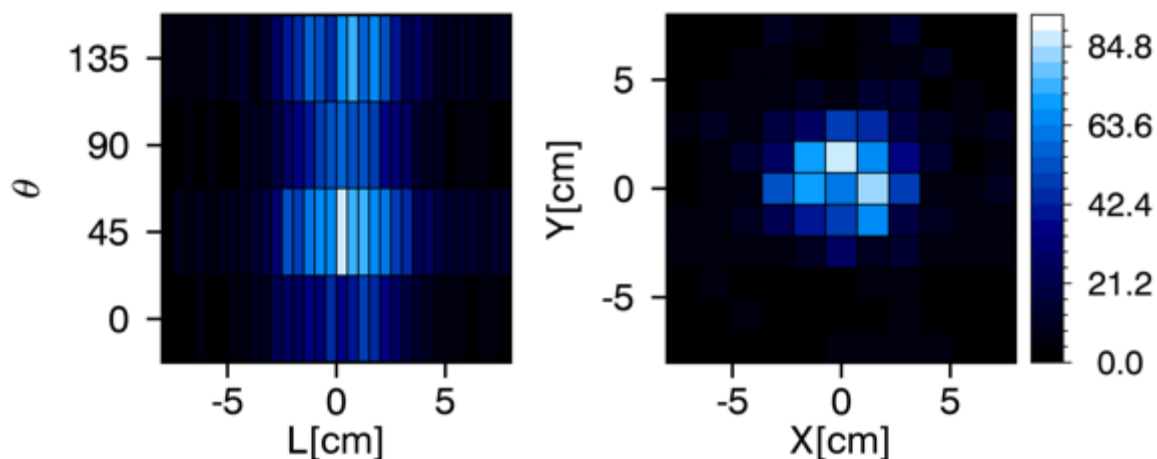


図 4 - 3 400 msec のサイノグラム(左)と ML-EM 再構成画像(右)

また, ML-EM 法で再構成した発光分布に対して, F-B 関数を用いてフィッティングしたイメージ図を図 4-4 に示す. また, 図 4-5 にこの画像に含まれる F-B 成分を F-B 基底ごとに示す. 色の違いは, 周方向モード数 m の違いを表しており, 同色の中では径方向モードが小さいものから順に並んでいる. また, $m=1$ 以降の偏心成分については, 同じモード数の中で \cos と \sin 成分が交互に並んでいる.

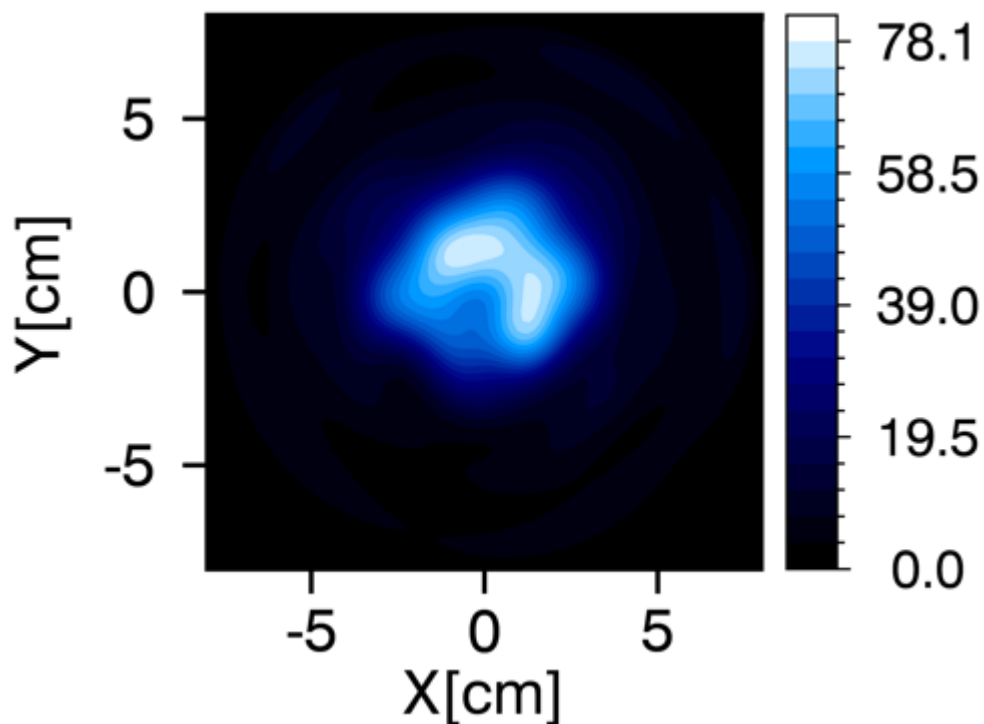


図 4 - 4 400 msec の発光の F-B フィッティングイメージ

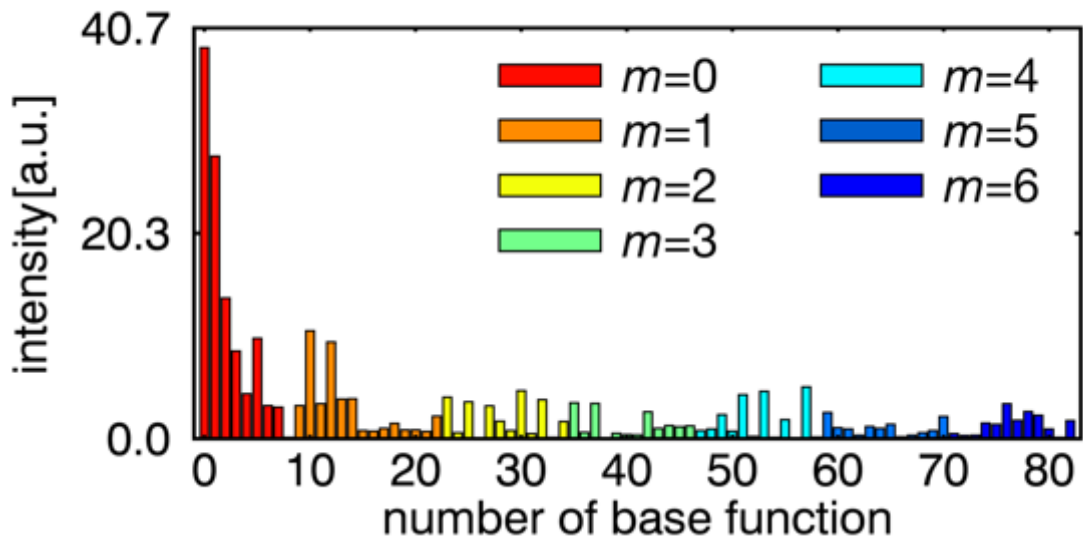


図 4 - 5 400 msec の F-B フィッティングイメージに含まれる F-B 成分

F-B 関数展開を用いることで滑らかな発光分布を得ることができるだけでなく、発光分布を空間モードごとに分解することができる。例えば、この放電におけるプラズマ発光中には $m=0$ の主要な対称成分の他にも $m=1, m=2$ のような偏心成分も含まれていることが確認できた。また、図 4-6 に RF が入射されていない時間帯の F-B 成分を示す。この成分はノイズとして RF が入射されている間にも存在していると考えられるが、定常状態の F-B 係数の平均値と比較すると極めて小さい。

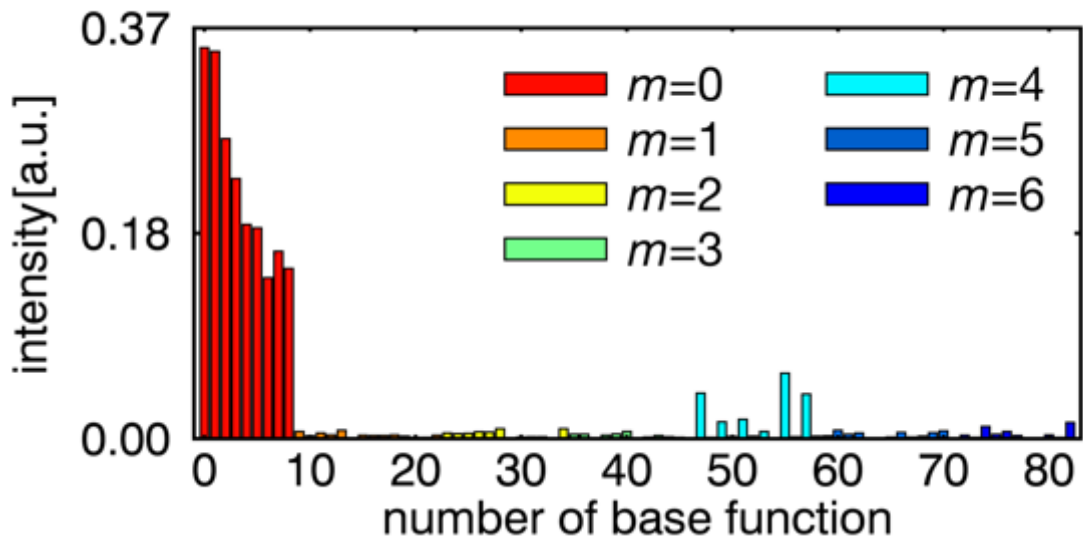


図 4 - 6 非放電中(0 msec-45 msec)の F-B 係数の平均値

4.3 局所発光揺動

局所発光揺動の解析は、F-B 成分に分解するだけでは明らかにできない径方向伝播構造を明らかにできる可能性がある。図 4-7 に[6,6]=(x,y)=(0,0), [6,7]=(x,y)=(0,1.45 cm), [6,8]=(x,y)=(0, 2.90 cm), [6,9]=(x,y)=(0, 4.35 cm)の局所発光量の時間発展の様子を示す。(a)は各グリッドの位置, (b)は放電前後 50 msec を含む各グリッドの局所発光量の全放電中の時系列データであり, (c)は測定開始から 300 msec - 305 msec の間の各グリッドの発光量の揺動成分を表している。局所発光量の時間発展の様子から、発光揺動は乱雑な早い揺動と特徴的な周期的振動及びその高調波によって構成されていることがわかる。このことは、発光揺動が非線形周期振動をしていることを示している。また、この時系列データについて FFT を用いてパワースペクトルを計算した結果を図 4-8(a)に示す。さらに、グリッド位置[6,7]の信号を基準に他のグリッドの発光量の時間発展に対してコヒーレンスと位相差を計算した結果を図 4-8(b),(c)に示す。FFT は 0.15 msec から 0.45 msec 区間の時系列データを用い、周波数分解能は 0.1 kHz である。

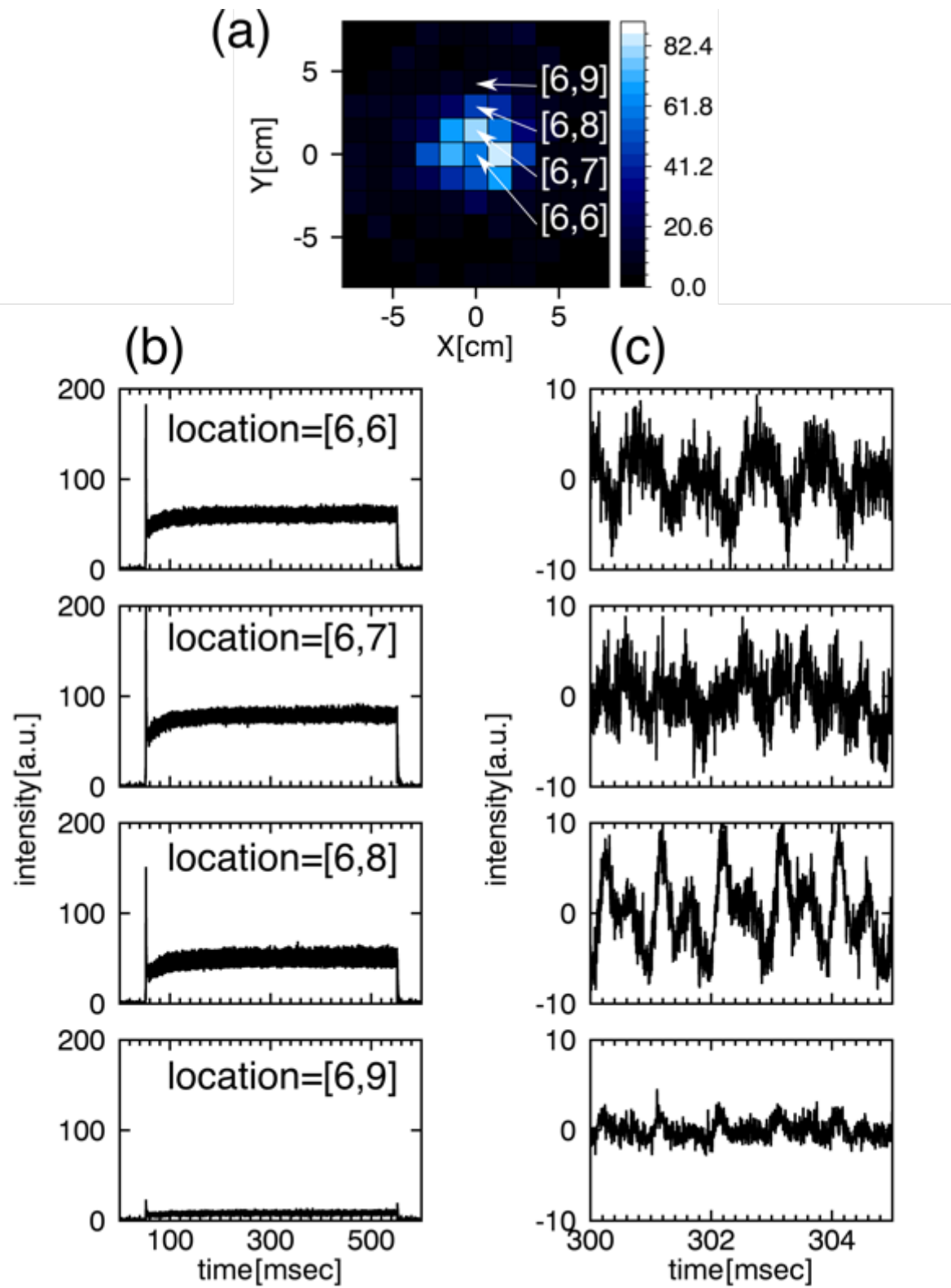


図 4 - 7 (a) 300 msec から 305 msec の間の平均発光分布, (b)径方向で抜き出した各グリッドの局所発光量の全放電時間データ, (c)300 msec から 305 msec の間の揺動成分

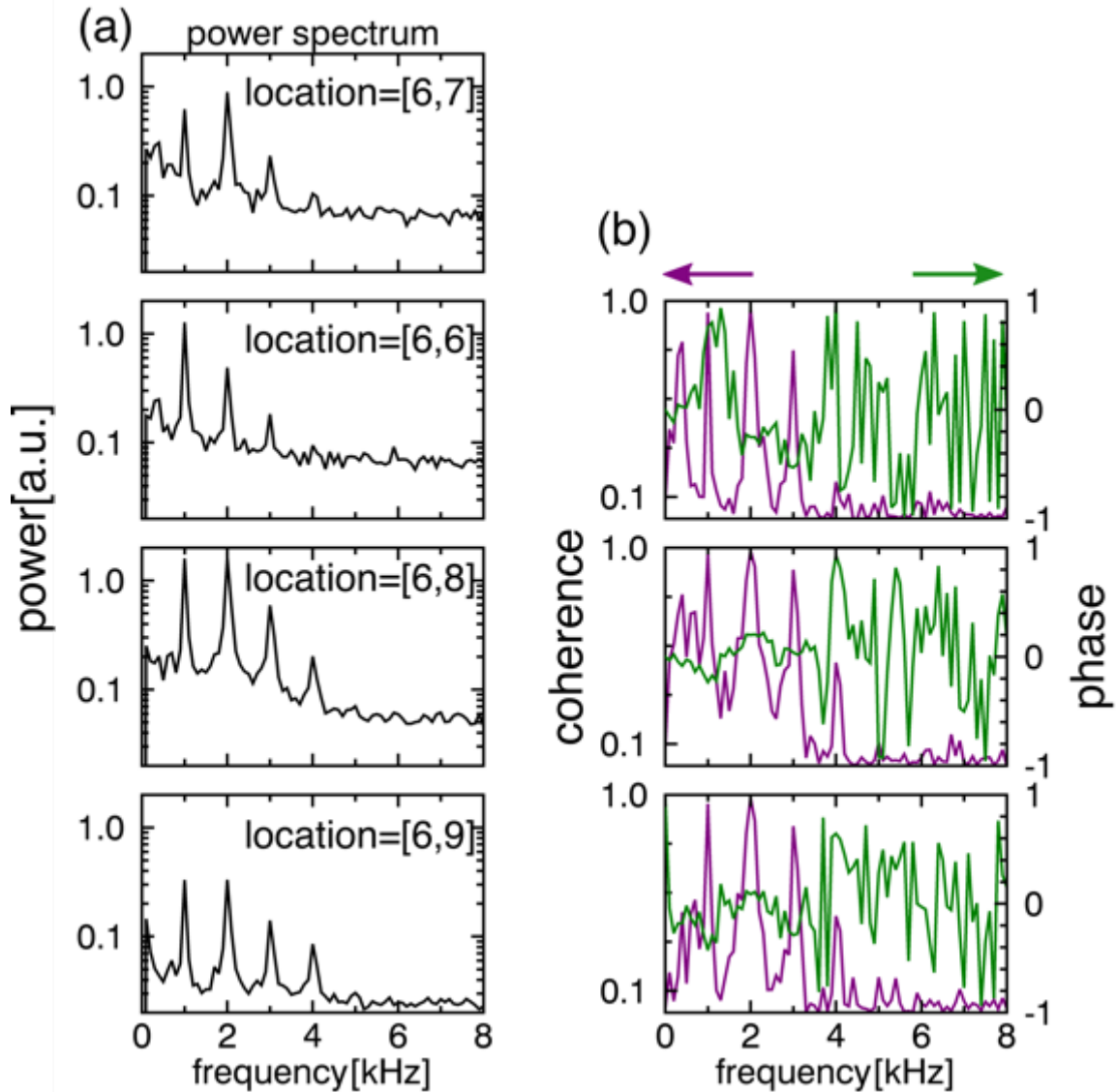


図 4 - 8 (a)各グリッドの局所発光揺動のパワースペクトル, (b)[6,7]のグリッドを基準とした時の各グリッドとのコヒーレンス(左軸)と位相差(右軸)

各グリッドの発光揺動には, 1.0, 2.0, 3.0 kHz の周波数ピークが共通して見られ, 非線形周期振動の振る舞いを支持している. 一方, コヒーレンスの計算結果より, 各周波数ピークにおいて高いコヒーレンスが観測されていることから, それぞれの周波数の揺動が空間中で幅広く広がっていることが示された. さらに, 位相差の計算結果からは, 径方向に分布するグリッドの間で有限な位相差が見られた. また, [6,7]より内側のグリッドの位相差と外側のグリッドの位相差を比べると位相差の振る舞いが異なっていることから, 波長が一様でなく径方向の構造を伴っていることを示唆している.

4.4 発光揺動の空間運動

次に、ドリフト波のように有限の方位角方向周波数を持つ揺動成分の時間発展を明らかにするために、F-B 係数の中でも偏心成分($m=1$ 以降)について時系列データの解析した結果をまとめる. 図 4-9 は F-B 係数の強度を 300 msec - 305 msec にわたって平均を取ったものである. また, 図 4-10 は 300 msec - 305 msec の揺動成分を抜き出したものである. 図 4-9 からプラズマ発光揺動を占める偏心成分の中でも $m=1$ の割合が大きいことが確認でき, $m=1$ の構造が不安定性の最も基本的な構造であることを示唆している. 図 4-10 では, 偏心成分の F-B 係数の中でも $n=0,1$ についての揺動成分を抜き出した. ここからも, F-B 係数が非線形振動していることが確認できたが, $m=4$ の成分については ML-EM の元画像が有する空間解像度が低いため, \sin 成分の揺動が \cos 成分と比べて小さくなっている. 本研究では $m=4$ 以降の成分については揺動の解析には SN 比が不十分であると考え, 以降の解析では $m=3$ までの成分について行った.

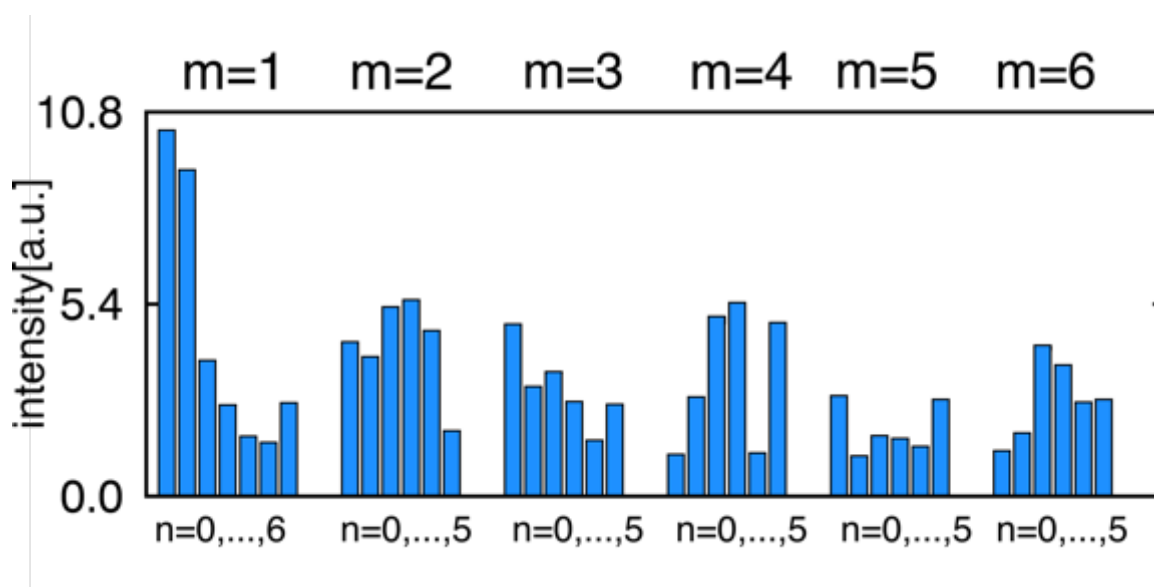


図 4-9 各 F-B モードの強度の 300 msec から 305 msec にわたる平均

black:cos red:sin

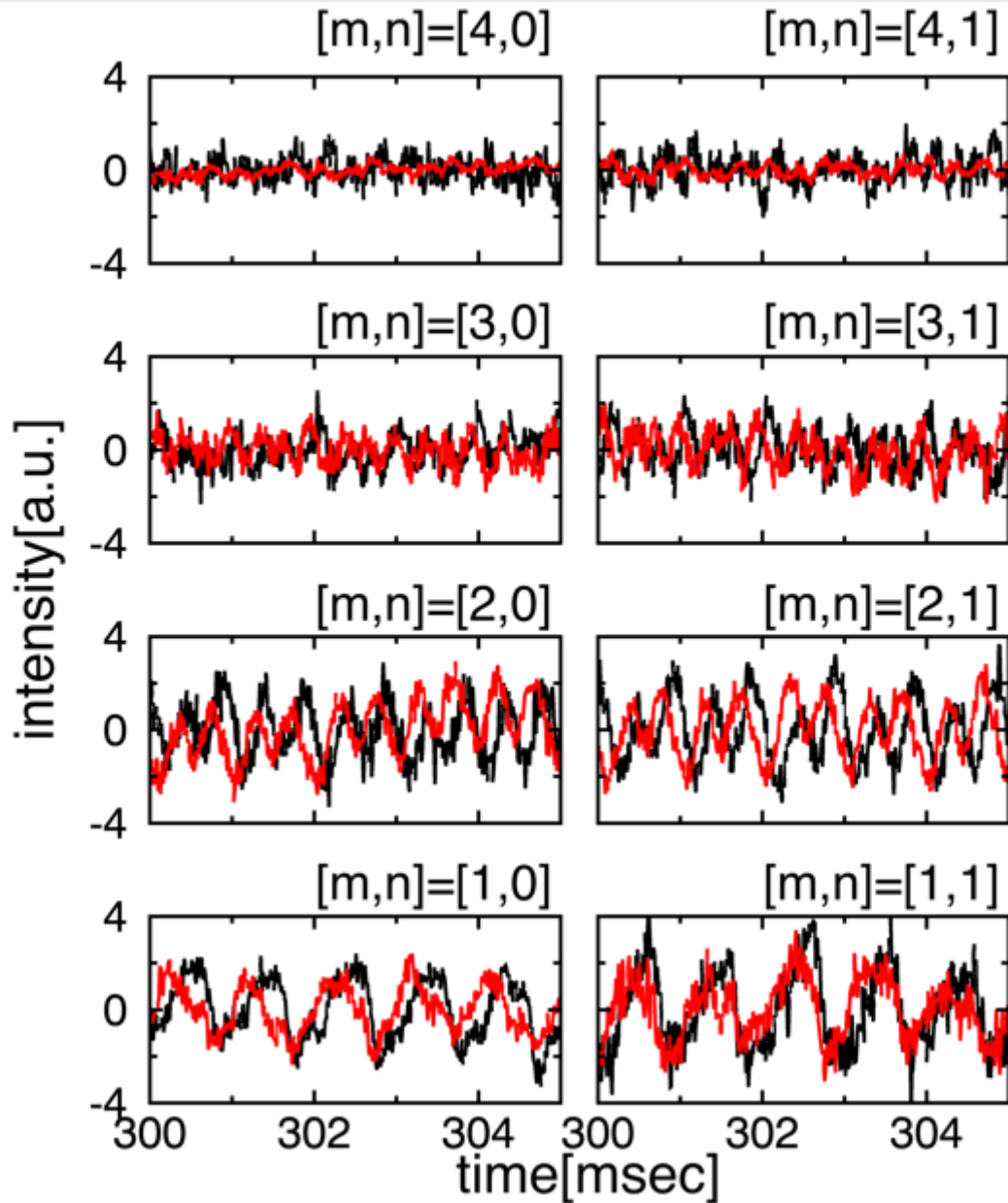


図 4 - 10 各 F-B モードの揺動成分, 黒線は F-B 係数の cos 成分 ($a_{mn} \cos(m\theta) J_m(k_n r)$), 赤線は F-B 係数の sin 成分 ($b_{mn} \sin(m\theta) J_m(k_n r)$), m は周方向モード数, n は径方向モード数を示す.

次に, F-B 係数についても, FFT を用いてパワースペクトル, コヒーレンスを計算した結果を図 4-11 - 図 4-12 に示す. FFT の計算には 0.15 msec から 0.45 msec の区間のデータを使用し, 周波数分解能は 0.1 kHz である. F-B 係数の時系列データについても, 1.0 kHz の周波数を持つ基本波と, その整数倍の周波数ピークを持つ高調波で

構成されていることが確認できた。今回の放電では、3.0 kHz の周波数ピークが各モードで共通して見られた。また、 $m=1$ のパワースペクトルでは 1.0 kHz の揺動が、 $m=2$ のパワースペクトルでは 2.0 kHz の揺動が強いことが示され、モード数と周波数が比例関係にあることが示唆された。また、パワースペクトルで見られたピーク周波数において、異なるモード構造の揺動との間でコヒーレンスが高くなっていることが確認できた。異なる波数モード間で高い相関が見られたことから、例えば、別の波動、ピーク周波数の倍の周波数でかつ波数のマッチング条件を満たす別の波動、が介在してこれらのモードの揺動間で位相がカップリングしていれば、このような観測が意味を持ちうるということが示唆された。

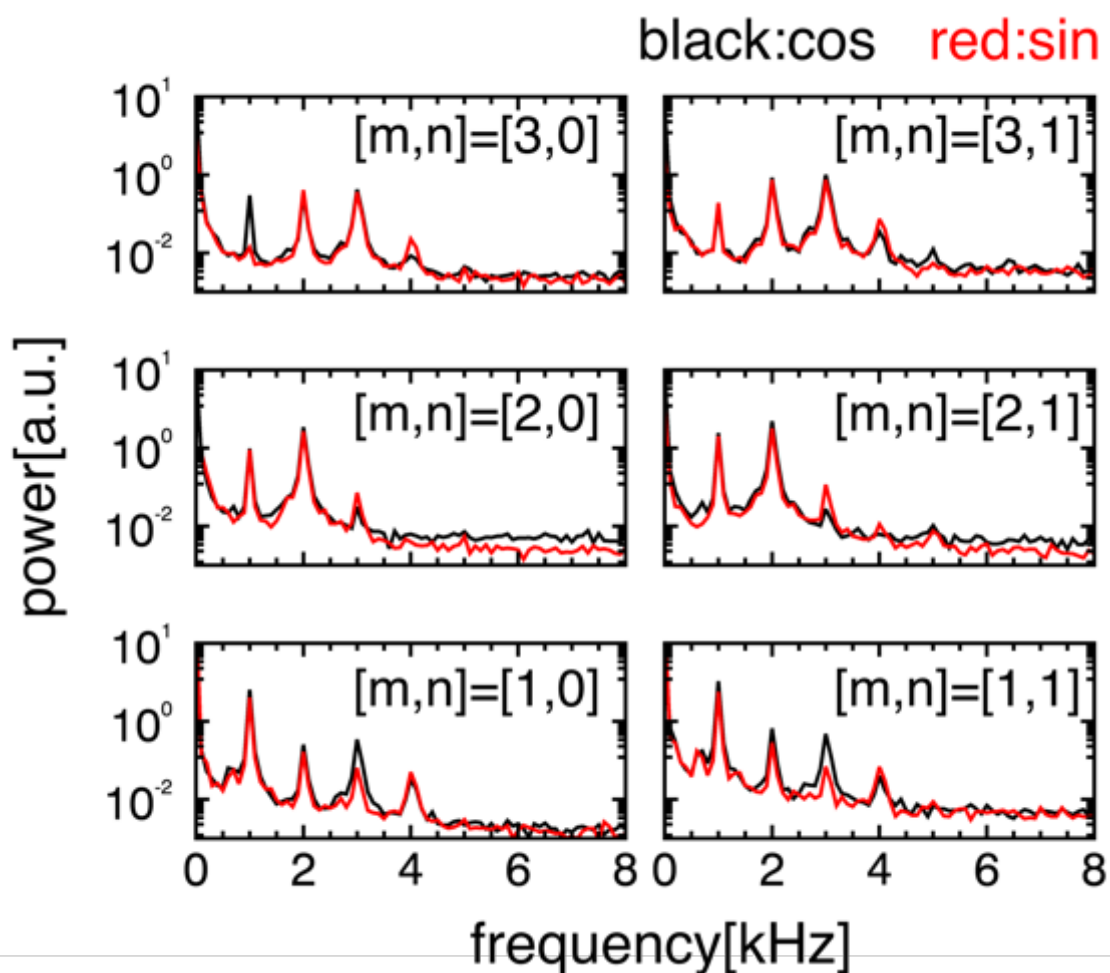


図 4 - 11 各 F-B 係数の揺動のパワースペクトル、黒線は F-B 係数の cos 成分、赤線は F-B 係数の sin 成分のパワースペクトルを示す

black:cos red:sin

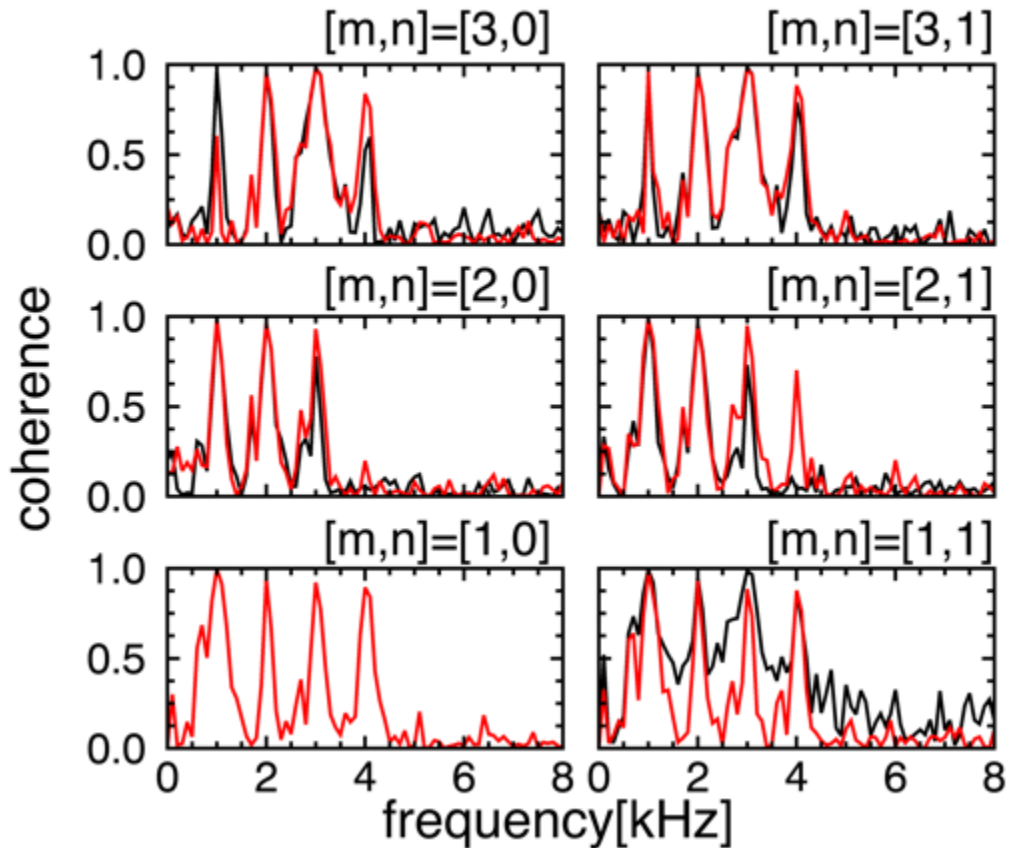


図 4 - 12 $[m,n]=[1,0]$ の F-B 係数の cos 成分を基準とした時の他の F-B 係数とのコヒーレンス, 黒線は F-B 係数の cos 成分, 赤線は sin 成分を示す.

4.5 発光揺動の二次元構造の空間発展

F-B 展開を用いることで, 揺動の中から特定のモードを取り出し二次元構造の発展を個別に解析することができる. 次にその解析結果の一例を示す.

図 4-13-図 4-15 に偏心成分の F-B 係数を用いて揺動の時間発展の様子を表したものを示す. 各コンター図は $m=1, 2, 3$ の $n=0, 1$ の F-B 係数を用いて描画し, 300 msec から 0.1msec 間隔で並べている. それぞれのモードで構造が時間とともに回転している様子が確認できたが, $m=1$ の揺動には方位角方向に巴型の構造が見られ, 径方向に構造が変化していることも確認できた. 回転が構造の変化を伴うことで, 同一観測点で振幅と位相が変化しており, これは径方向への伝播や振幅の振動を示しているのので, 局所揺動の解析で明らかにした径方向の位相差の存在と矛盾しない結果となっている. $m=2$ や $m=3$ についても構造自体は異なっているが, 径方向構造の存在については同様の結論が導かれる.

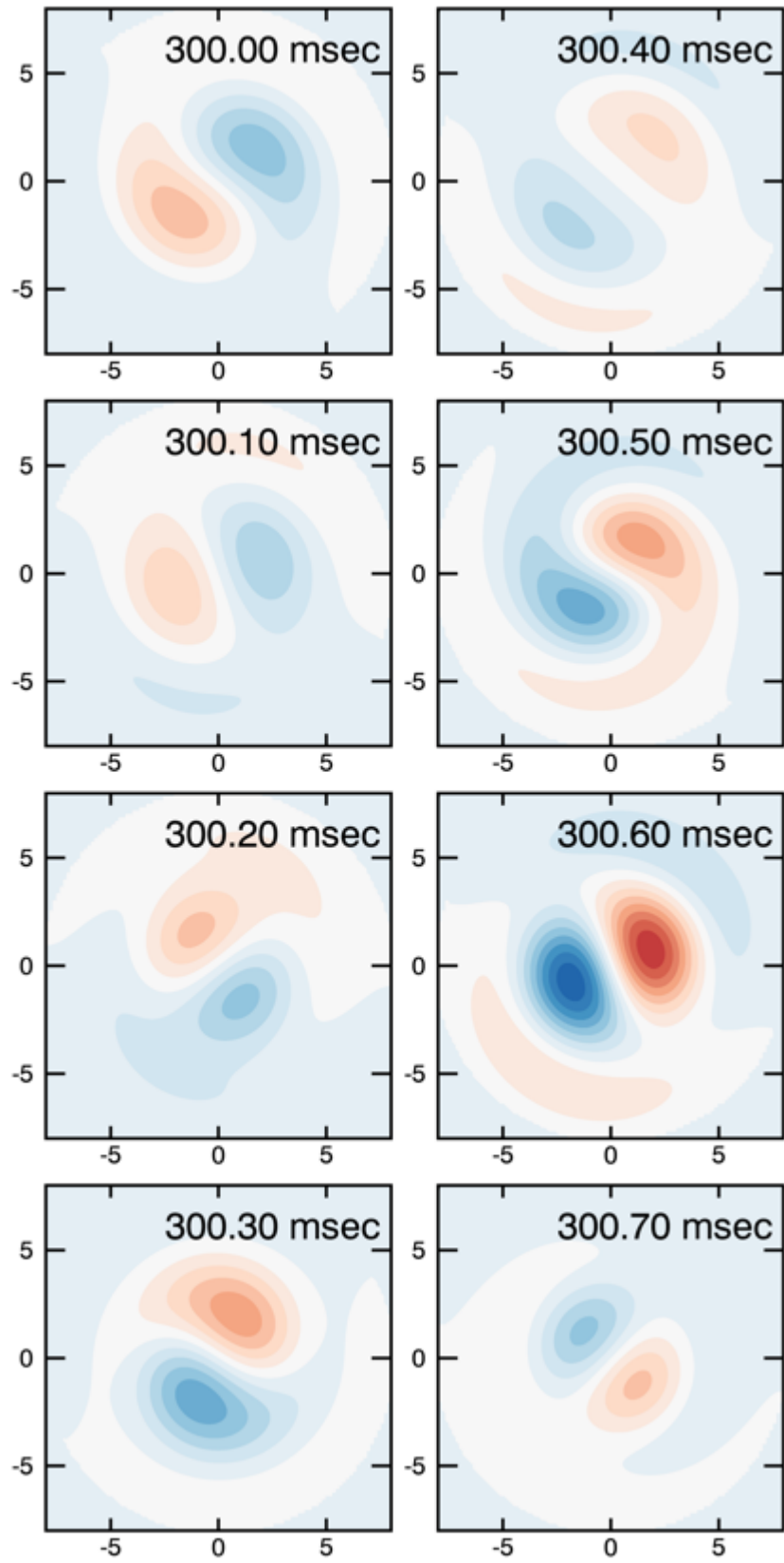


図 4 - 13 $m=1$ の構造の時間発展

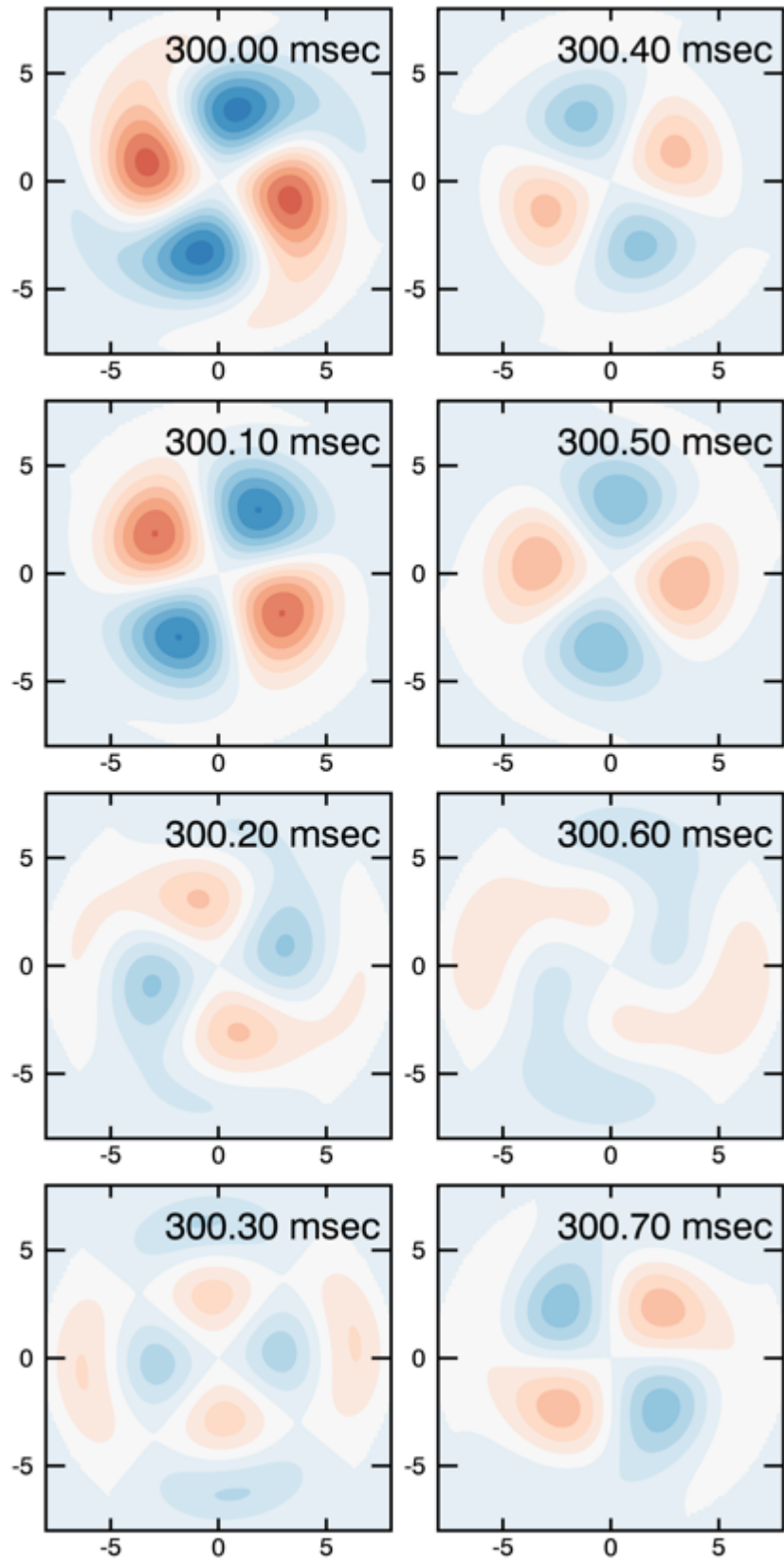


図 4 - 14 $m=2$ の構造の時間発展

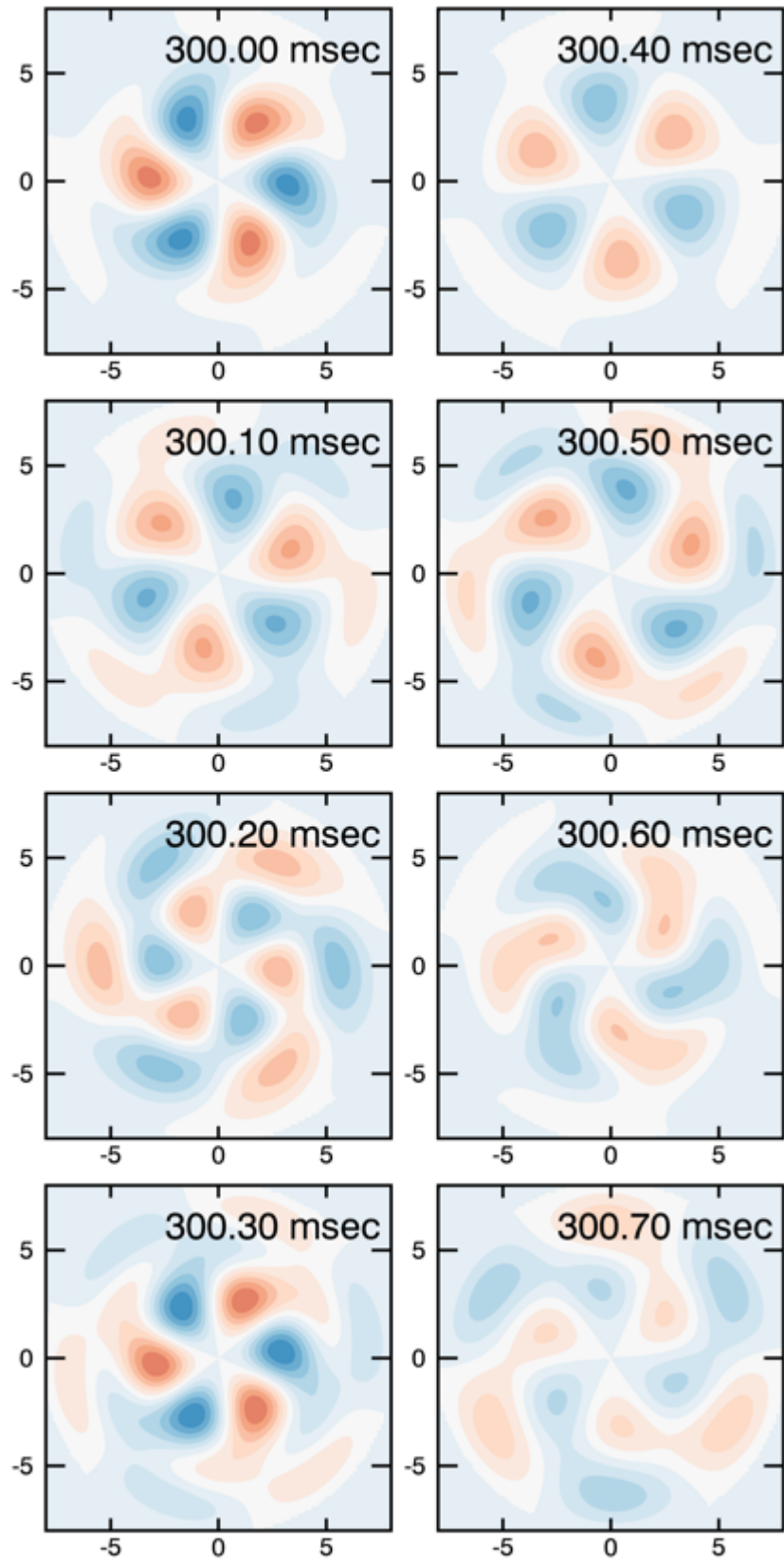


図 4 - 15 $m=3$ の構造の時間発展

4.6 Stokes parameter を用いた空間運動の定量化

次にパワースペクトルでピークが見られた周波数における Stokes parameter をモードごとに表したものを図 4-16 に示す. Stokes parameter の計算に用いたパワースペクトルとクロススペクトルの周波数分解能はそれぞれ 0.1 kHz である. 各グラフの縦軸は次の式で定義される偏光度を意味し, Stokes parameter は $m=1, 2, 3$ の $n=0, 1$ について計算を行った. また, 網掛けの違いは偏光状態の違いを意味し, 網掛けの濃いものから順に ξ_2, ξ_1, ξ_3 の割合を示している.

$$\text{Degree of polarization} = \sum_i \xi_i^2 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.4.1)$$

図 4-16 から, 揺動のパワーが強い $m=1$ の F-B 係数の Stokes parameter は 1.0 kHz において, ξ_2 と ξ_1 が同程度の割合含まれており, 回転と定在波の混ざり合った特徴を有しているのに対し, 同じ周波数の $m=2$ の場合は ξ_2 の値の割合が 1 に近く, 回転の割合が強いことが確認できた. また, 2.0 kHz の Stokes parameter については, $m=1$ の ξ_2 の割合が 1.0 kHz と比べてさらに小さくなっているのに対し, $m=2$ と $m=3$ の ξ_2 の割合は 1 に近いことが確認された. また, 3.0 kHz の Stokes parameter については, 1.0 kHz や 2.0 kHz と比べて $m=1, m=2$ の両者は偏光度が減少しており, ξ_2 の割合も小さくなっている. それに対し, $m=3$ については 3.0 kHz において偏光度は 1 に近く, ξ_2 の割合も 1 に近いことが示された.

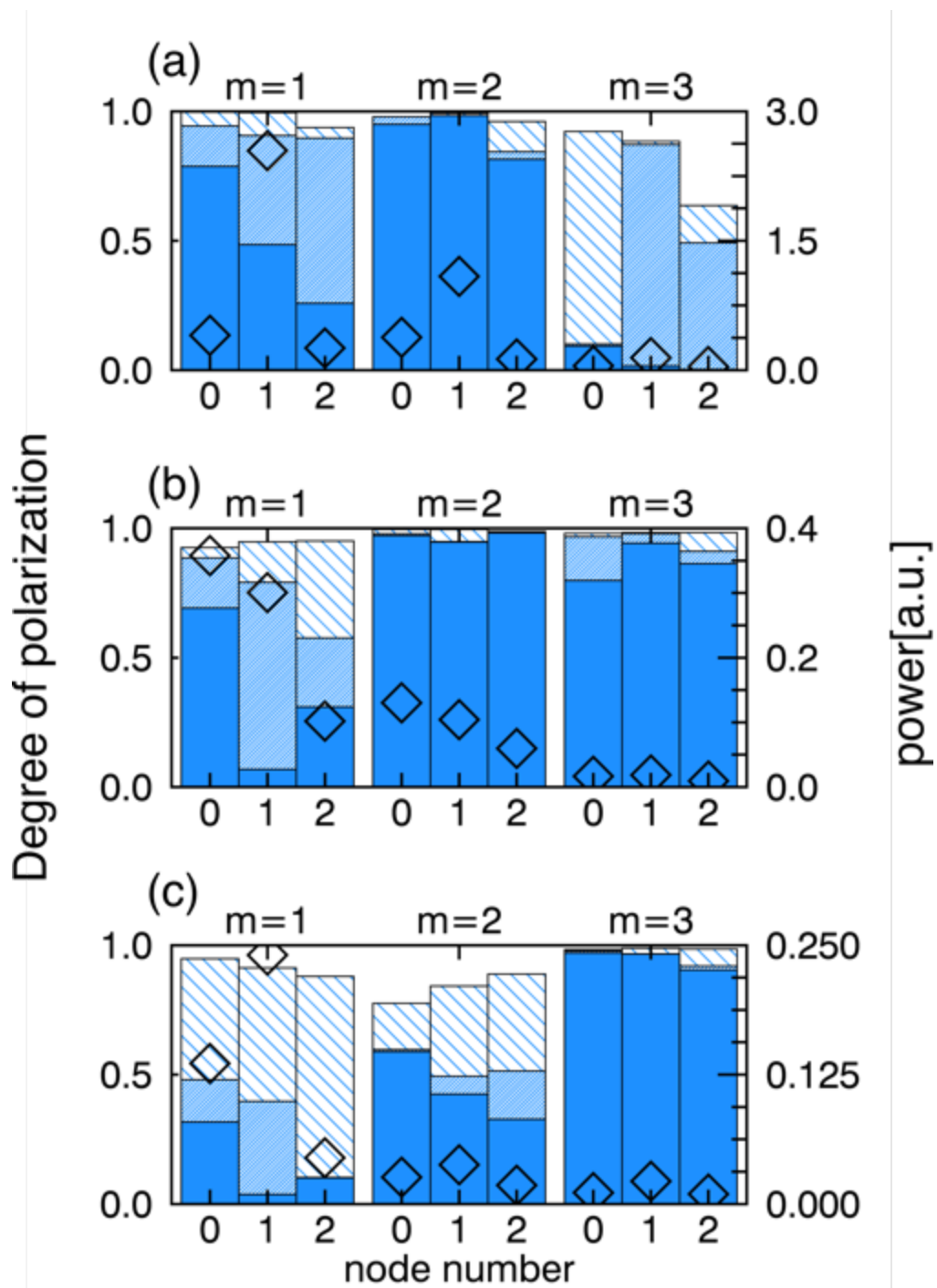


図 4 - 16 ピーク周波数における各空間モードの Stokes parameter, (a)は 1.0 kHz, (b)は 2.0 kHz, (c)は 3.0 kHz における Stokes parameter(左軸)網掛が濃いものから順に ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 の割合を表している. \diamond のシンボルはパワースペクトルの値を表している(右軸)

FFT で求めた Stokes parameter の計算結果では, 各モードのピーク周波数によって偏光状態の割合が異なっており, 偏光状態が揃っているものと揃っていないも

のがあることが明らかになった。特に、 $m=1$ については周波数や径方向モード数が異なると Stokes parameter の値が異なっていた。そこで、 $m=1$ と $m=2$ の揺動について wavelet 変換を用いて Stokes parameter の時間発展を解析し比較することで揺動の空間構造のダイナミクスを明らかにする試みを行った。以下に解析結果を示す。図 4-17 と図 4-18 は $[m,n]=[1,0]$, $[2,0]$ のウェーブレットパワースペクトルである。 $[m,n]=[1,0]$ については 1.0 kHz のパワーが最も大きく、2.0 kHz や 3.0 kHz については間欠的にピークが現れているが、1.0 kHz のピークのパワーと比べてパワーが小さいことが確認できた。同様に $[m,n]=[2,0]$ については 2.0 kHz のパワーが最も大きく、その次に 1.0 kHz のパワーが大きい。それ以降の高調波のピークは間欠的に現れているが、1.0 kHz や 2.0 kHz のピークほどのパワーはないことが確認できた。

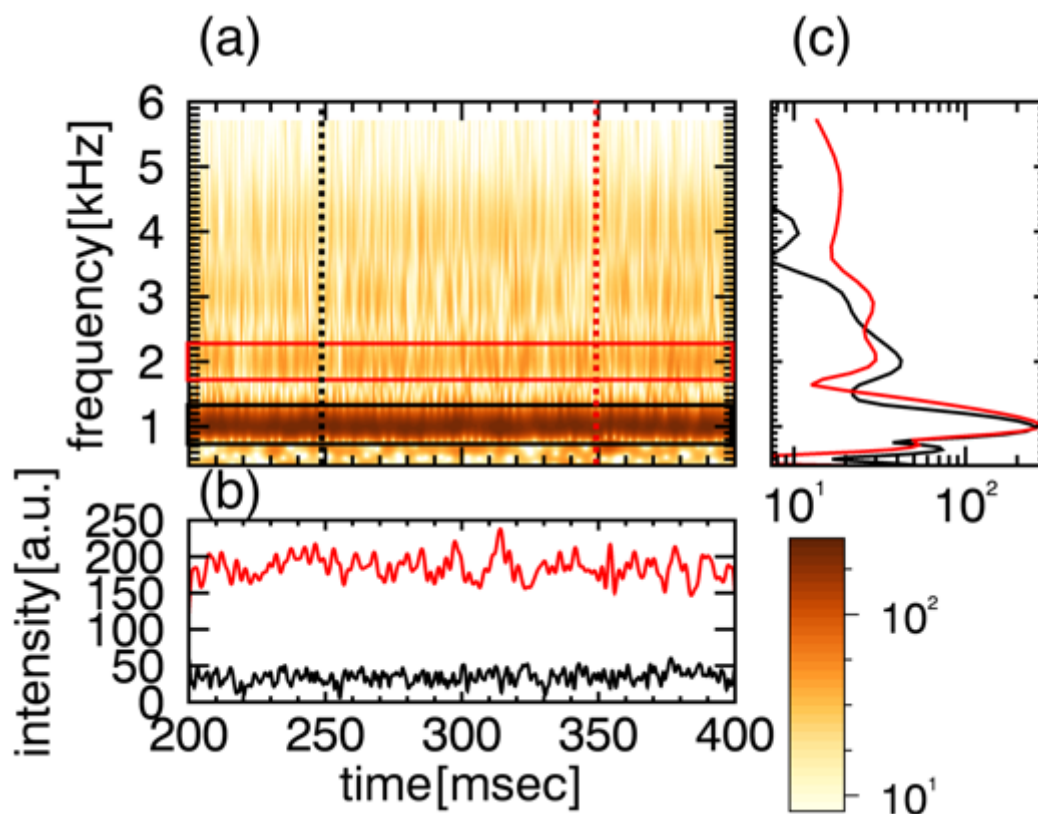


図 4-17 $[m,n]=[1,0]$ の揺動のウェーブレットパワースペクトル(a)はウェーブレットのカウンター図, (b)の黒線は 0.9 kHz から 1.1kHz の積分値, 赤線は 1.9 kHz から 2.1 kHz の積分値, (c)の黒線は 250 msec, 赤線は 350 msec のウェーブレットの 1D プロット

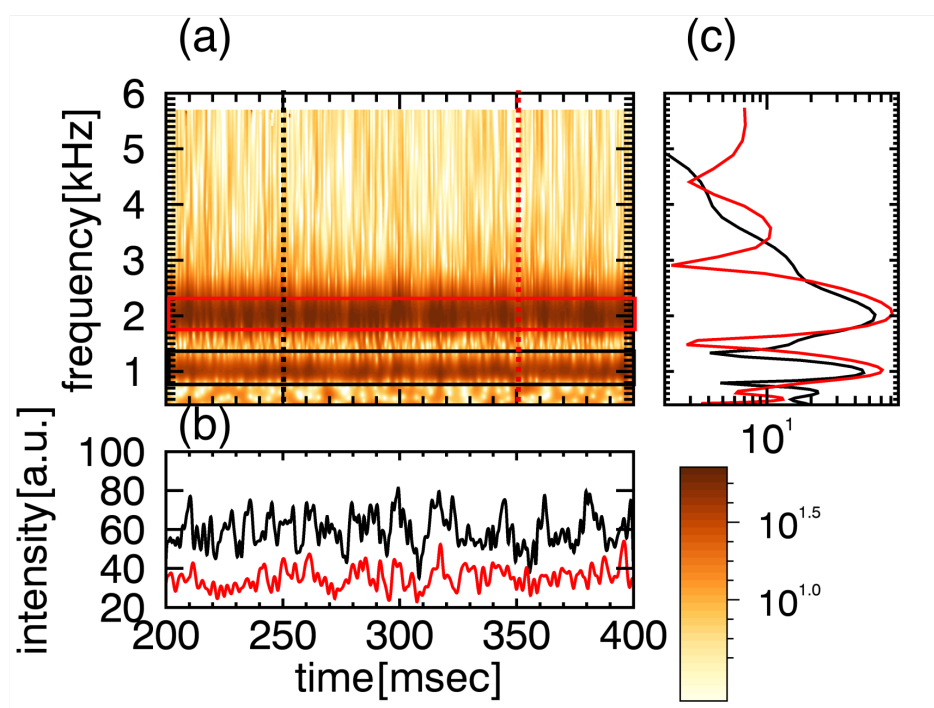


図 4 - 18 $[m,n]=[2,0]$ の揺動のウェーブレットパワースペクトル(a)はウェーブレットのコンター図, (b)の黒線は 0.9 kHz から 1.1kHz の積分値, 赤線は 1.9 kHz から 2.1 kHz の積分値, (c)の黒線は 250 msec, 赤線は 350 msec のウェーブレットの 1D プロット

次に, $[m,n]=[1,0]$ の Stokes parameter のウェーブレット解析結果を図 4-19 に示す. (a)は縦軸が周波数, 横軸が時間の Stokes parameter のコンター図であり, (b), (c)はそれぞれ 0.7-1.3 kHz と 1.7-2.3 kHz の周波数帯の時間変化を抜き出したもの, (d), (e)はそれぞれの周波数帯でのヒストグラムである. (b), (c)の赤線は ξ_2 , 黒線は ξ_1 , 青線は ξ_3 を示す. 解析結果から, $[m,n]=[1,0]$ のモードにおける 1.0 kHz 付近の Stokes parameter は, FFT を用いて計算した Stokes parameter の値付近で変動していることが確認できた. 回転を示す ξ_2 の割合が大きいことから, これは $[m,n]=[1,0]$ のモードが 1.0 kHz で回転していることを示している. しかし, 2.0 kHz 付近の周波数帯では Stokes parameter の激しい変動が見られた. これは $[m,n]=[1,0]$ のモードにおける 2.0 kHz の揺動は偏光状態が乱雑に変動していることを示している. $[m,n]=[2,0]$ についても同様の解析を行った結果を図 4-20 に示す. $[m,n]=[2,0]$ のモードは 1.0 kHz, 2.0 kHz とともに Stokes parameter の値の変動は小さく, それぞれのピーク周波数の揺動の偏光状態が揃っていることが確認できた.

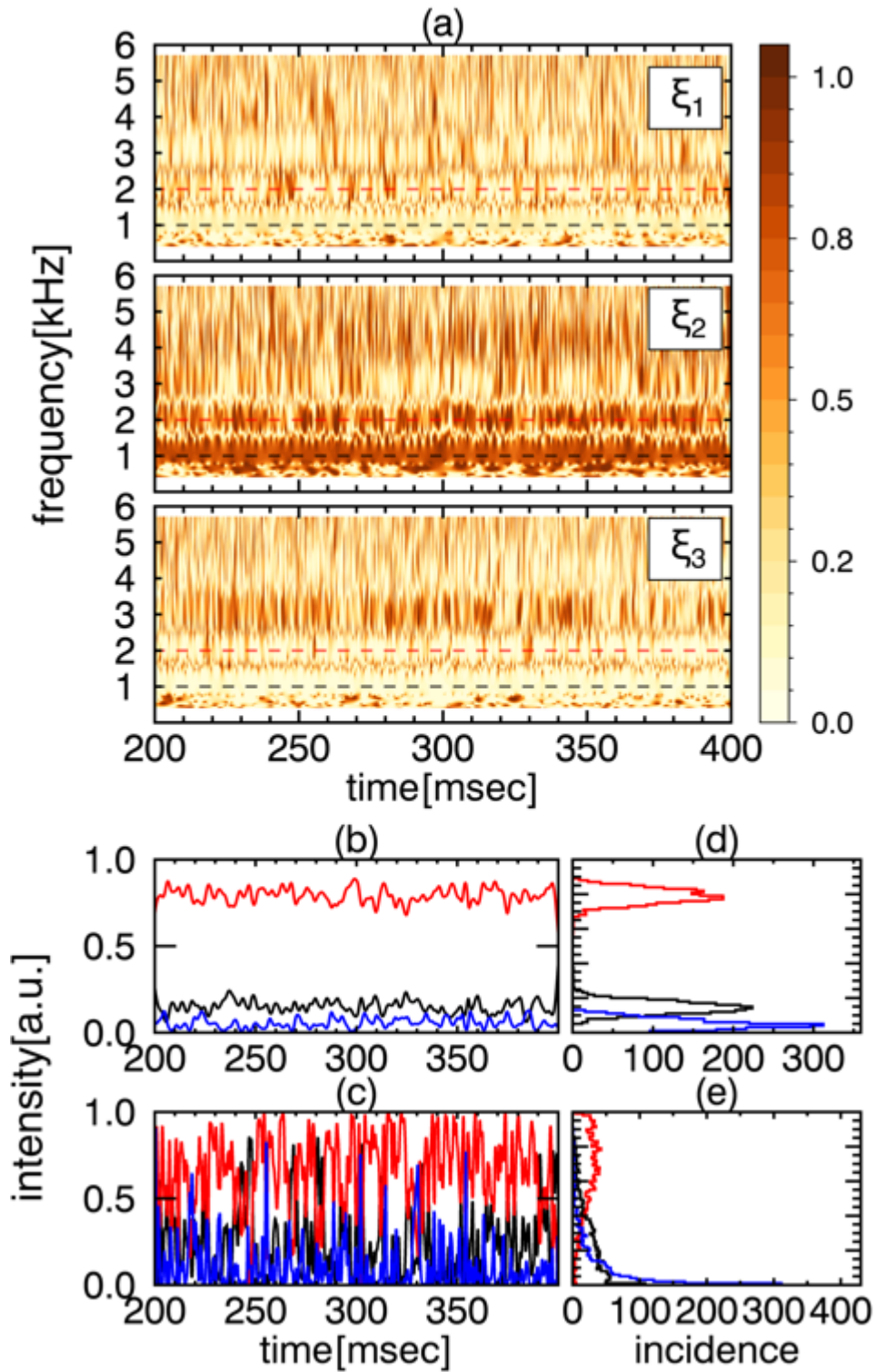


図 4 - 19 $[m,n]=[1,0]$ の Stokes parameter のウェーブレット(a)は上から順に ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 のコンター図, (b)は 0.7 kHz-1.3 kHz の周波数帯の Stokes parameter, (c)は 1.7 kHz-2.3kHz の周波数帯の Stokes parameter, ただし赤線は ξ_2 , 黒線は ξ_1 , 青線は ξ_3 , (d),(e) はそれぞれ(b)と(c)のヒストグラム

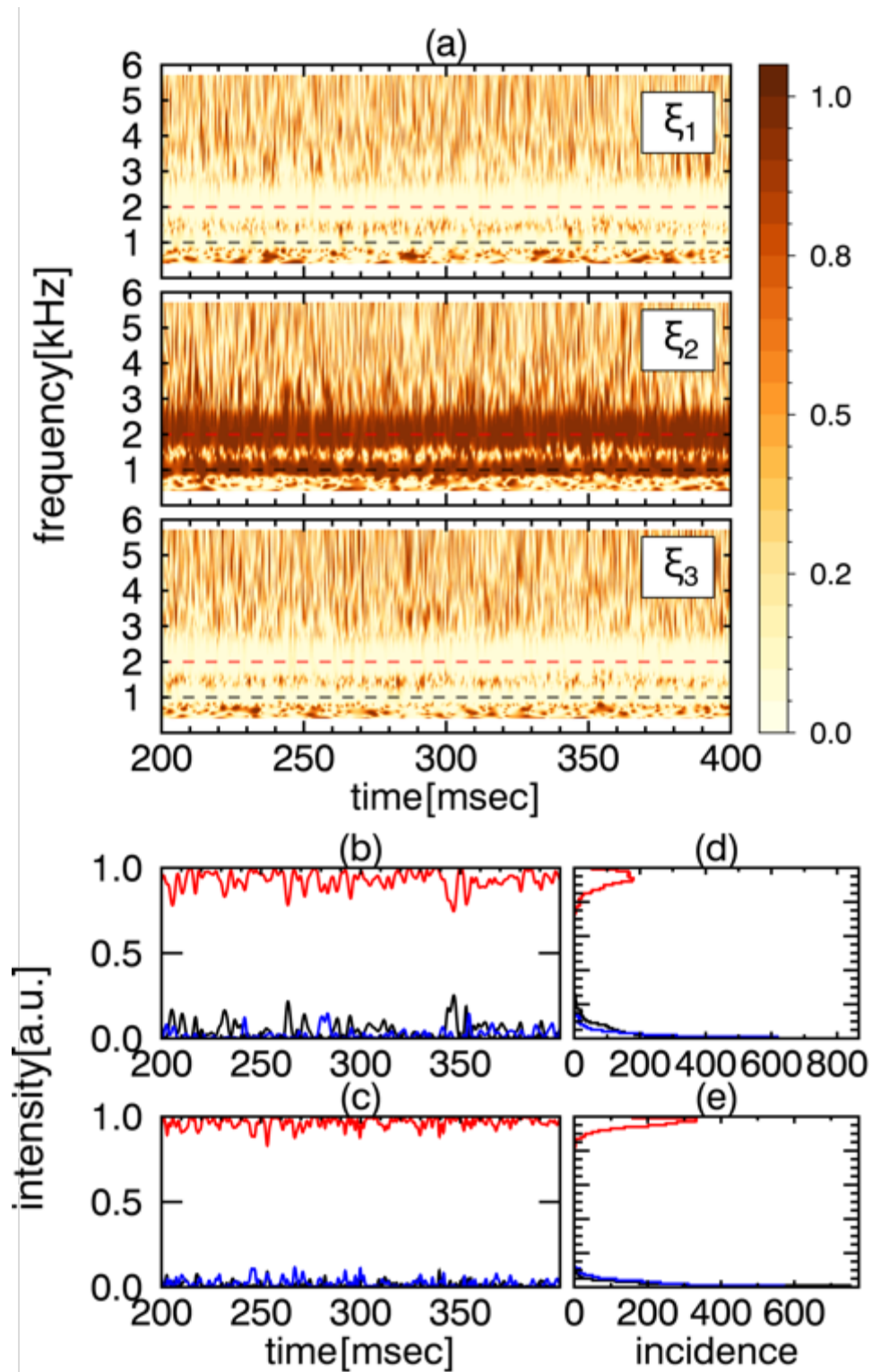


図 4 - 20 [m,n]=[1,0]の Stokes parameter のウェーブレット(a)は上から順に ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 のコンター図, (b)は 0.7 kHz-1.3 kHz の周波数帯の Stokes parameter, (c)は 1.7 kHz-2.3kHz の周波数帯の Stokes parameter, ただし赤線は ξ_2 , 黒線は ξ_1 , 青線は ξ_3 , (d),(e) はそれぞれ(b)と(c)のヒストグラム

第5章 まとめ

本研究では PANTA においてトモグラフィによるプラズマ発光揺動計測を行い、ソリタリー揺動に代表されるプラズマ中の特徴的な構造の機構解明を目的とした実験・解析を行った。計測では、直線磁化プラズマの発光断面に対して 128 本の視線を用いて視線積分量を測定し、ML-EM 法で 11×11 の解像度を有する発光分布の再構成を行った。取得した局所発光量の揺動に対してスペクトル解析を行うことで、揺動が 1.0k Hz の周期的振動とその高調波で構成されていることが示された。また、局所発光量の揺動には径方向に有限な位相差が見られ、プラズマの内側と外側で振る舞いが異なることから、波長は径方向の構造を持っていることが示唆された。また、F-B 関数を用いたフィッティングによって発光の空間構造を分解した結果からは、発光に含まれる偏心成分の中では方位角モード $m=1$ が主要であり、スペクトル解析からも $m=1, 2, 3$ において局所発光揺動と共通する周期的振動が見られ、各モードで主要なピーク周波数とモード数が比例関係にある可能性が示唆された。また、異なるモード数の揺動間でコヒーレンス・位相差を計算した結果、これらのモード数の異なる揺動はピーク周波数でコヒーレンスが高く、異なるモード構造間で位相がカップリングしている可能性が示された。さらに、F-B フィッティング係数の時系列データを用いて揺動の構造の時間発展を追うと、揺動が径方向構造を伴いながら回転している様子が確認され、局所発光揺動解析と矛盾しない結果を得ることができた。さらに、解析で得られたモード構造の空間運動を定量的に評価する手法として、光の偏光の度合いを特徴付けるパラメータである Stokes parameter の考え方を発光揺動に適用することを試みた。Stokes parameter を用いることで、揺動の空間運動が回転の特徴を持つのかあるいは定在的であるのかを定量化することができる。今回の放電で得られたプラズマの揺動を方位角モード $m=1, 2, 3$ に分解すると、主要な周波数ピークの Stokes parameter は回転を表す円偏光の度合いが強いが、その他のピーク周波数では偏光度が減少し、円偏光の割合も小さくなっていることがわかった。さらに、wavelet 展開を用いて Stokes parameter の時間発展を計算すると主要なピーク周波数では Stokes parameter の変動は小さいがその他の周波数では Stokes parameter が激しく変動することがわかった。Stokes parameter を用いた解析によって発光揺動のダイナミクスを明らかできる可能性があり、今後トモグラフィの空間分解能を向上させることで、異なるモードが混在しているような揺動についても詳細な時空間構造解析が可能になることが期待される。

謝辞

本研究を行うにあたり、多くの方々から多大なご指導、ご助力をいただいたことをこの場を借りて深く感謝いたします。

藤澤彰英先生、永島芳彦先生には論文作成や学会発表に対して、熱心で丁寧な指導をして下さりました。先生方のご指導やアドバイスのおかげで、私の研究活動はとても意義深いものになりました。

山崎広太郎さんには、PANTA での作業やデータ解析に関して、. 修士過程から本研究室に所属することになり、この分野について右も左も分からない私に対して、親身になって相談に乗って下さるだけでなく、お忙しい中であっても学会や学内諮問会の発表資料などの添削などを引き受けて下さり深く感謝いたします。

藤澤・永島研究室の同期生である元吉喬望君には、実験や研究、学会発表などの場面を共にすることが多く、多くのアドバイスや励ましの言葉をいただきました。また、同研究室の先輩である江藤健太さんには、学生生活や就職活動に関するアドバイスをして下さりました。また、後輩である松尾士君、上原耀君には実験の手伝いをして下さりました。本研究室で学生生活を楽しく送ることができたのは同研究室のメンバーの支えがあつてこそでした。感謝いたします。

QUEST グループの方々には、グループの垣根を超えた交流を通して研究生活を支えて下さりました。学内諮問回の発表練習に付き合っただけでなく、研究活動以外にも海の中道リレーマラソンなどの行事の中で明るく接して下さりました。感謝いたします。

また、PANTA で行った実験にあたって装置の立ち上げに関わる作業には PANTA グループの先生方や学生の皆様のお世話になりました。また、日永田さんには研究を円滑に進めるにあたって事務手続きを支えて下さるだけでなく、時折サンドウィッチなどの軽食を差し入れて下さるなど、研究生活を幅広く支えて下さりました。

この他にも多くの先生方、先輩、友人、後輩たちに支えられて研究生活を送ることができました。改めまして感謝申し上げます。

参考文献

- [1] J. D. Lawson, Atomic Energy Research Establishment ()
- [2] 鎌田裕, 石田真一, 小関隆久, 菊池満, 「JT-60 の臨界プラズマ条件達成と核融合炉への展望」(日本原子力学会誌, 39 卷(1997)5 号 p. 367-377)
- [3] R. Sánchez et al., Phys. Plasmas 16, 055905 (2009)
- [4] H. Biglari and P. H. Diamond, Phys. Plasmas 2, 1 (1990)
- [5] W. Horton, Rev. Mod. Phys. 71, 3, 735-778 (1999)
- [6] A. Fujisawa, Nucl. Fusion 49, 013001 (2007)
- [7] T. Kaneko et al., Phys. Rev. Lett. 90, 125001 (2003)
- [8] A. Fujisawa et al., Phys. Rev. Lett. 93, 165002 (2004)
- [9] K. ida et al., Nucl. Fusion 55, 013022 (2015)
- [10] Y. Takuma et al., Nat. Phys. 4, 721 (2008)
- [11] T. Kobayashi et al., Phys. Plasmas 22, 112301 (2015)
- [12] K. P. Shamrai, V. P. Pavlenko, and V. B Taranov, Plasma Phys. Control. Fusion, 1997 0741-3335 39 505 (1997)
- [13] 篠原広行, 坂口和也, 橋本敏幸, 「Excel による画像再構成入門」(医療科学社, 2007)
- [14] L.A. Shepp and Y. Vardi, IEEE Trans. Med. Imag. 1 113 (1982).
- [15] K. Yamasaki et al., Rev. Sci. Instrum. 88, 093507 (2017)
- [16] L. D. Landau, E. M. Lifshitz "The Classical Theory of Fields" (1951)
- [17] B. Ph. van Milligan et al., Rev. Sci. Instrum. 68, 967 (1997)