

Stochastic analysis for infinite particle systems related to random matrices

河本, 陽介

<https://doi.org/10.15017/1931725>

出版情報 : 九州大学, 2017, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

氏 名	河本 陽介			
論 文 名	Stochastic analysis for infinite particle systems related to random matrices (ランダム行列に関する無限粒子系の確率解析)			
論文調査委員	主 査	九州大学	教授	長田博文
	副 査	九州大学	教授	谷口説男
	副 査	九州大学	教授	白井朋之
	副 査	九州大学	教授	稲浜譲

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

申請者は確率論、特に干渉ブラウン運動と呼ばれる無限粒子系の研究を行っている。干渉ブラウン運動とは、ユークリッド空間の中を干渉ポテンシャルの影響を受けながら相互作用し運動する無限個のブラウン運動粒子の系である。申請者が研究したのは、その中でも干渉ポテンシャルが対数関数の場合である。古典的な統計力学の範疇では、干渉ポテンシャルは Ruelle クラスとしばしば呼ばれるもので、これは超安定性と呼ばれる粒子が集中することを防ぐ構造と、正則性と呼ばれるポテンシャルの遠方での影響が可積分となる二つの構造を持つ。ところが、対数ポテンシャルは遠方で発散するので、その解析は従来理論の適用範囲外で解析は困難を極める。遠方での発散は、この相互作用の影響が極めて強いことを示しており、その確率力学の振舞いも、通常のブラウン運動とは著しく異なる。無論、対数ポテンシャルは 2 次元クーロンポテンシャルであり、豊かな構造があることが予見される。

申請された学位論文は、1 章における研究全体に対する概説の後、2 章から 6 章まで 5 つの部分から構成されている。2 章では、干渉ブラウン運動を記述する無限次元確率微分方程式の解に対する有限粒子系近似を証明した一般論である。2 章では、ドリフト係数の収束から解の収束を導いているが、干渉ポテンシャルが遠方で発散する場合を扱い可能にする一般論を構築しており、ドリフトの末尾部分の厳しい評価を行うことで示している。3 章では 2 章の収束定理の最も典型的な応用例として Dyson ブラウン運動の場合を考察し確率微分方程式の gap という現象を見出している。4 章では、Dyson ブラウン運動の時間発展が末尾事象を不変にすることを証明している。5 章では、干渉ブラウン運動を記述する無限次元確率微分方程式に付随する Dirichlet 形式の一意性を証明している。6 章では Dirichlet 形式の一意性を用いて、有限粒子系近似が相関関数の局所的一様収束から従うことを述べた一般論を展開している。これには、モスコ収束の概念が巧みに使われている。2 章の結果の別証明も与えるが、相関関数の収束という取り扱いが易しい仮定から示しており、強力な定理である。

以上の研究は、ランダム行列から生じる無限粒子系の解析において、力学的普遍性を証明することを目標としたものである。現在、ランダム行列の普遍性は、対応するランダム行列の固有値の分布の、サイン点過程や Airy 点過程に代表される、スケーリングの種類に応じた多様性とスケーリングの種類にのみによる普遍性を持つ典型的な点過程に対する極限定理として、Tao や Yau を始めとする多くの強力な研究者によって盛んに研究されている。

これらは、古典的な中心極限定理の対応物であり、いわば、静的 (static) な問題であった。申

請者はそれを力学的なレベル、つまり、これらの対象物の自然な時間発展を考察し、それに関して、普遍性を示している。このような力学的普遍性は、現時点でこの一連の成果が唯一無比の結果となっている(6章)。

またそれを実行するために、無限粒子系を記述する無限次元確率微分方程式の解に対する有限粒子系近似(有限次元確率微分方程式の解による収束定理)に対する一般論を、2章と6章で二通り構築している。そして、それに付随して、無限粒子系の確率力学を構築する Dirichlet 形式の一意性を、一般的に証明している(5章)。最後の結果は、1996年に無限粒子系の確率力学(干渉ブラウン運動)を確率微分方程式ではなく Dirichlet 形式の理論で構成し解析することが始まって以来、長らく未解決の問題であった。無限次元確率微分方程式に関して、その末尾事象の時間発展に対する不変性は、解の一意性と深くかかわる重要な問題である。しかし末尾事象の位相的な性質の悪さから解析しがたい対象でもある。申請者は Dyson ブラウン運動に関してそれが時間発展に関して不変であることを証明している(4章)。この結果は Dyson ブラウン運動の状態空間のエルゴード分解にも関係し興味深い結果である。以上のように申請者の一連の結果は、統計物理に動機付けられた確率解析の分野において価値ある業績と認められる。

よって、本研究者は博士(数理学)の学位を受ける資格があるものと認める。