

Model comparison for LAQ models with dependent observations

江口, 翔一

<https://doi.org/10.15017/1931722>

出版情報 : 九州大学, 2017, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

氏 名	江口 翔一			
論 文 名	Model comparison for LAQ models with dependent observations (従属観測データにおける局所漸近二次構造モデルのモデル比較)			
論文調査委員	主 査	九州大学	教授	増田 弘毅
	副 査	九州大学	教授	西井 龍映
	副 査	九州大学	教授	前園 宜彦
	副 査	九州大学	准教授	二宮 嘉行

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

近年の著しい情報処理技術の発展と利用環境の向上により、複雑な従属性を呈する大規模データの収集が容易なものとなってきている。このようなデータが擁する情報を効率良く抽出・平滑化するためには、確率解析や確率過程論（マルチンゲール理論）を基盤とした統計解析手法の開発が重要となる。とくに、物理構造が未知である不確实现象の解明と予測、知識獲得のために重要な役割を果たすのが統計的モデリングであり、構築された「統計モデルの良さ」を何らかの基準に基づいて評価する問題は、統計的モデル評価もしくはモデル選択と総称される。Schwarz (1978) による古典的な Bayes 情報量規準 BIC は、事後確率を最大とするモデルを、言い換えれば周辺尤度に関する Kullback-Leibler エントロピーを最小にするモデルを相対的に最適なものとして選択するための実用的な統計量であり、赤池情報量規準 AIC (Akaike, 1973) と双璧を成すモデル評価基準として多分野で実用されている。ところが、近年その統計解析手法の整備が喫緊である大規模従属データに適用可能な BIC 型モデル評価基準に関する先行研究は、これまで存在していなかった。

本論文で申請者は、局所漸近二次構造 (LAQ) の仮定のもと、真の尤度とは限らないという広い意味での疑似対数尤度関数を対象とした BIC 型統計量を提案した。LAQ を仮定することにより、独立同分布モデルや回帰モデルまた定常・非定常時系列モデルはもとより、エルゴード的拡散過程や連続セミマルチンゲールのボラティリティ推定といった高頻度従属データモデルに係る統計的モデル評価までも対象にできる。まず申請者は、Eguchi (2018, *Econometrics and Statistics*) において一種の従属型一般化線形モデルに対して、モデル誤特定の場合にも適用可能な BIC 型モデル評価基準を導出し、そのモデル選択の一致性を示している。この結果は、先行研究 Lv and Liu (2014) の結果の一部を改良したものである。その後申請者は Eguchi and Masuda (2018a, *Bernoulli*) において、より一般の疑似尤度関数を用いて、モデル誤特定や漸近混合正規性、疑似最尤推定量の各要素が異なる収束率を持つ場合まで統一的に扱うことができる設定のもと、対数周辺疑似尤度の確率展開式を陽に与えた。この確率展開式の発散項を取り出すことによって、疑似 Bayes 情報量規準 (Quasi-BIC; QBIC) を提案し、QBIC のモデル選択の一致性についても厳密かつ簡潔な証明を与えた。これにより古典的な BIC の適用範囲を大きく拡張しつつ、新たな情報量規準の公式が得られたことになる。本結果は、単に理論的なモデル設定の拡張ではなく、BIC の公式をその構成段階から見直す必要があったことを明確に示している。統計モデルの一般性と主張の簡明さ、ひいては実用性がバランス良く共存した理論研究結果といえる。

また論文 Eguchi and Masuda (2018a, *Bernoulli*) においては、エルゴード的拡散過程や連続セミマルチンゲールのボラティリティ推定を対象とし、QBIC の成立条件を整理することで BIC 型統

計量によるモデル評価の正当性を与えた。これらのモデルに対しては、contrast-based information criterion (Uchida, 2010) や spot volatility information criterion (Uchida and Yoshida, 2016) といった AIC 型のモデル評価基準に関する先行研究は存在するが、BIC 型のモデル評価基準は申請者によって初めて与えられた。とくに例としてあつかわれているエルゴード的拡散過程におけるモデル選択においては、計算コストの削減や精度の安定化に着目し、二段階モデル評価法も提案してその漸近挙動を解明している。

さらに申請者は最近 Eguchi and Masuda (2018b, *arXiv:1801.10378v2*, 国際誌へ投稿中) において、時間スケールが未知のエルゴード的拡散過程に対する一種のプロファイル疑似尤度を提案し、係数パラメータと時間スケールの推定量の同時漸近分布とともに BIC 型モデル評価基準の導出も理論的に行なった。これは Eguchi and Masuda (2018a) で例として扱われたエルゴード的拡散過程に関する結果を改良するものとも見ることができる。当該分野において、これまでは時間スケールを恣意的に決めた上での推定法しか知られておらず、時間スケールの任意性にデータ駆動的に対処可能な推定手法は本結果が初めてのものである。一見するとモデルの微調整係数に見える時間スケールを統計推測の対象としてしまったことのインパクトは大きく、その新規性は非常に高いといえる。また、単に推定の処方箋の提案だけでなく、時間スケール同定可能のための十分条件を理論的に詰めている点そのものも評価に値する。

さらに特筆すべきは、申請者は整備した理論を独自に確率過程統計解析ソフトウェア (YUIMA パッケージ, CRAN) へ実装してきている点、とくに計算機への実装の過程で得た知見を理論へ還元し両者を相乗的に発展させる能力に長けている点である。今後の高頻度実データ解析の現場への多大な貢献が期待される。

以上の結果は、統計的漸近理論の分野において価値ある業績と認められる。よって、本研究者は博士 (数理学) の学位を受ける資格があるものと認める。