

Hyperbolic Eisenstein Series on n -dimensional Hyperbolic Spaces

入江, 洋右

<https://doi.org/10.15017/1931721>

出版情報 : Kyushu University, 2017, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

氏 名	入江 洋右			
論 文 名	Hyperbolic Eisenstein Series on n -dimensional Hyperbolic Spaces (n 次元双曲空間上の双曲的アイゼンスタイン級数について)			
論文調査委員	主 査	九州大学	准教授	権 寧魯
	副 査	九州大学	教授	金子 昌信
	副 査	上智大学	教授	都築 正男
	副 査	徳島大学	准教授	水野 義紀

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

入江洋右氏は本論文で、必ずしもコンパクトとは限らない高次元双曲多様体に対して、新たに“双曲的アイゼンスタイン級数”を定義し研究を行い、二乗可積分性、スペクトル展開や有理型解析接続などの重要な基本的性質を明らかにした。

第一種フックス群は2次元の双曲空間である上半平面に一次分数変換で作用するが、その放物元（または対応するリーマン面上のカusp）に対して通常の（放物的）アイゼンスタイン級数が定義されるのに対し、双曲的アイゼンスタイン級数はフックス群の双曲元に対して定義される。先行研究であるリーマン面上の双曲的アイゼンスタイン級数は、1979年に S. S. Kudla と J. J. Millson により、通常の（放物的）アイゼンスタイン級数の一般化として定義され、リーマン面上の閉測地線と双対的な調和的保型形式の構成に用いられた。その後、D. Garbin らによってリーマン面上のある測地線の長さが0に近づくようなリーマン面の退化と呼ばれる変形の族に対して、対応する双曲的アイゼンスタイン級数は新しく生じるカuspに対応する通常のアイゼンスタイン級数に収束することが示されるなど、双曲的アイゼンスタイン級数の研究は保型形式の研究においてその重要性が増している。さらに、2010年には J. Jorgenson らにより、双曲的アイゼンスタイン級数が二乗可積分であることが証明され、ラプラシアンに対する明示的スペクトル展開が得られ、全平面への有理型解析接続が証明された。そのスペクトル展開の係数には、対応するマース形式の閉測地線に沿った“周期”が現れる。保型形式の周期は対応する L 関数の特殊値に関係するなど、保型形式の整数論の研究において重要な研究対象である。“双曲的アイゼンスタイン級数”を必ずしもコンパクトとは限らない高次元双曲多様体に対して定義し、研究することは保型形式の整数論において重要で興味深い問題であるといえる。

入江氏は n 次元双曲空間に作用する不定値直交群 $O(n,1)$ の余有限な離散部分群とその双曲元から決まるある測地的部分多様体の組に対して、“双曲的アイゼンスタイン級数”を定義し、その基本的な性質である二乗可積分性、絶対収束域、微分方程式、スペクトル展開を研究し、その基本的性質を証明した。得られたスペクトル展開には、ラプラシアンの固有値や対応する保型形式の測地的部分多様体に沿った周期が現れるなど興味深く、双曲的アイゼンスタイン級数の有理型解析接続、極の位置や留数がわかるなど大変重要な結果である。3次元以上の一般の場合は入江氏により初めて証明された。また、3次元単独の場合も 2015 年に入江氏によって得られており、関連して、3次元双曲多様体の変形に関して、氏の定義した“双曲的アイゼンスタイン級数”が極限の多様体にお

いて、カスプに付随する通常のアイゼンスタイン級数に収束することも証明されている。

以上の結果は、保形形式のスペクトル理論において既に知られている深い結果に立脚しながら、さらにそれを深めた大変優れたものであり、保形形式の整数論の分野において大変価値ある業績と認められる。

よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。