

三刺激値の2乗誤差最小化による分光反射率の推定

井上, 光平
九州大学大学院芸術工学研究院

張, 子シュ
九州大学大学院芸術工学府

原, 健二
九州大学大学院芸術工学研究院

浦浜, 喜一
九州大学大学院芸術工学研究院

<https://hdl.handle.net/2324/1913963>

出版情報：映像情報メディア学会誌. 71 (9), pp. J214-J217, 2017-09-01. 映像情報メディア学会
バージョン：
権利関係：<https://www.ite.or.jp/contents/paper/wabunkitei.pdf>



研究速報

三刺激値の2乗誤差最小化による分光反射率の推定

Estimating Reflectance Spectra by Squared Error Minimization of Tristimulus Values

正会員 井上光平[†],張子シュ[†],原 健二[†],浦浜喜一[†]Kohei Inoue[†], Zixu Zhang[†], Kenji Hara[†] and Kiichi Urahama[†]

あらまし 既知の照明条件の下で計測された物体表面の三刺激値から、その分光反射率を推定する方法を提案する。分光反射率を推定する問題を三刺激値間の2乗誤差最小化として定式化し、その解析的な解法を示す。推定された分光反射率から元の色を良好に再現できることを実験で確認する。

キーワード：分光反射率，三刺激値，XYZ 値，一般逆行列

1. ま え が き

物体表面の色は RGB 値や XYZ 値などの三刺激値で表されるが¹，三刺激値から物体表面の分光反射率を計算することは困難な問題であり¹，様々な方法が提案されている。Sharma と Wang はニューラルネットを用いた分光反射率復元法を提案した²。Harifi らは主成分分析に基づく方法を提案した³。Amiri と Amirshahi は分光反射率を補間する空間の次元数を6次元から3次元まで段階的に減らしていく方法を提案した⁴。Wu らは学習データの中から分光反射率復元に適したデータを選択する方法を提案した⁵。筆者らは分光反射率の非負性に基づく方法⁶やスパース Neugebauer モデルに基づく方法⁷を提案した。これらの方法は、学習データとして、分光反射率と三刺激値が既知の色データを必要とする。

本論文では、学習データを用いずに三刺激値から分光反射率を推定する問題を、真の三刺激値と推定分光反射率から復元した三刺激値との間の2乗誤差を最小化する問題として定式化し、その解析的な解法を示す。推定された分光反射率から元の三刺激値を良好に再現できることを、Macbeth ColorChecker⁸のデータを用いた実験で確認する。

2. 提 案 手 法

等色関数を $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ とし、照明の相対分光分布を $\bar{s}(\lambda)$ とすると、分光反射率 $\bar{p}(\lambda)$ の XYZ 値は

$$\bar{X} = \bar{k} \int \bar{s}(\lambda) \bar{p}(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \quad (1)$$

$$\bar{Y} = \bar{k} \int \bar{s}(\lambda) \bar{p}(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \quad (2)$$

$$\bar{Z} = \bar{k} \int \bar{s}(\lambda) \bar{p}(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \quad (3)$$

で与えられる¹⁾。ここで λ は波長を表し、 $\bar{k} = c / \int \bar{s}(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda$ であり、 c は定数であり、通常 $c = 100$ である。 λ の値を $\Delta\lambda$ の間隔で標本化すると、(1)-(3) 式は

$$X = c \frac{\sum_{i=1}^n s_i p_i x_i \Delta\lambda}{\sum_{i=1}^n s_i y_i \Delta\lambda} = c \frac{\sum_{i=1}^n s_i p_i x_i}{\sum_{i=1}^n s_i y_i} \quad (4)$$

$$Y = c \frac{\sum_{i=1}^n s_i p_i y_i \Delta\lambda}{\sum_{i=1}^n s_i y_i \Delta\lambda} = c \frac{\sum_{i=1}^n s_i p_i y_i}{\sum_{i=1}^n s_i y_i} \quad (5)$$

$$Z = c \frac{\sum_{i=1}^n s_i p_i z_i \Delta\lambda}{\sum_{i=1}^n s_i y_i \Delta\lambda} = c \frac{\sum_{i=1}^n s_i p_i z_i}{\sum_{i=1}^n s_i y_i} \quad (6)$$

と表される。ここで s_i は $\bar{s}(\lambda)$ の i 番目の標本値を表し、 n は標本数である。 p_i , x_i , y_i , z_i についても同様とする。表記を簡単にするために、 $E_{xi} = \tilde{c} s_i x_i$, $E_{yi} = \tilde{c} s_i y_i$, $E_{zi} = \tilde{c} s_i z_i$, $\tilde{c} = c / \sum_i s_i y_i$ とおくと、(4)-(6) 式は

$$X = \sum_{i=1}^n E_{xi} p_i \quad (7)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n E_{yi} p_i \quad (8)$$

$$Z = \sum_{i=1}^n E_{zi} p_i \quad (9)$$

と表せる。

ある物体表面の色の XYZ 値 $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ が与えられるとき、その分光反射率の標本値を要素とする縦ベクトル $\mathbf{p} = [p_i]$ を求める問題を、 $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ と \mathbf{p} から復元した XYZ 値 $(X(\mathbf{p}), Y(\mathbf{p}), Z(\mathbf{p}))$ との2乗誤差最小化問題

$$\min_{\mathbf{p}} [\bar{X} - X(\mathbf{p})]^2 + [\bar{Y} - Y(\mathbf{p})]^2 + [\bar{Z} - Z(\mathbf{p})]^2 \quad (10)$$

2017年1月27日受付, 2017年6月6日再受付, 2017年8月15日採録

[†]九州大学 大学院芸術工学研究院

(〒 815-8540 福岡市南区塩原 4-9-1, TEL 092-553-4512)

として定式化する．ここで $X(\mathbf{p})$, $Y(\mathbf{p})$, $Z(\mathbf{p})$ は、(7)-(9) 式の X , Y , Z が \mathbf{p} の関数であることを表す．(10) 式の目的関数を F とおくと、 $\partial F/\partial p_i = 0$ より、

$$\bar{X}E_{xi} + \bar{Y}E_{yi} + \bar{Z}E_{zi} = \sum_{i'=1}^n (E_{xi}E_{xi'} + E_{yi}E_{yi'} + E_{zi}E_{zi'}) p_{i'} \quad (11)$$

を得る． E_{xi} を要素とする縦ベクトルを $\mathbf{E}_x = [E_{xi}]$ とおき、 \mathbf{E}_y , \mathbf{E}_z についても同様に定義すると、すべての i に関する (11) 式をまとめて

$$(\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y, \mathbf{E}_z) \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix} = (\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y, \mathbf{E}_z) \begin{pmatrix} \mathbf{E}_x^T \\ \mathbf{E}_y^T \\ \mathbf{E}_z^T \end{pmatrix} \mathbf{p} \quad (12)$$

と書ける．ここで \mathbf{E}_x^T などの T は行列の転置を表す． $\mathbf{v} = (\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})^T$, $\mathbf{E} = (\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y, \mathbf{E}_z)$, $\mathbf{G} = \mathbf{E}\mathbf{E}^T$ とおくと、(12) 式は

$$\mathbf{E}\mathbf{v} = \mathbf{G}\mathbf{p} \quad (13)$$

と書ける．これを \mathbf{p} について解いて

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{v} \quad (14)$$

を得る．しかし \mathbf{G} は通常正則でないため、逆行列 \mathbf{G}^{-1} は存在しない． \mathbf{G} の固有値分解を $\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{L}\mathbf{U}^T$ とすると、 \mathbf{L} は固有値 $l_1, l_2, l_3, 0, \dots, 0$ を対角要素とする対角行列であり、これを $\mathbf{L} = \text{diag}(l_1, l_2, l_3, 0, \dots, 0)$ と表すことにする． \mathbf{U} はそれら固有値に対応する固有ベクトルを列ベクトルにもつ行列であり、 $\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I}$ を満たす．ここで \mathbf{I} は単位行列である． $l_1, l_2, l_3 > 0$ のとき、 $\bar{\mathbf{L}} = \text{diag}(l_1^{-1}, l_2^{-1}, l_3^{-1}, 0, \dots, 0)$ とおき、 $\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{U}\bar{\mathbf{L}}\mathbf{U}^T$ を (14) 式の \mathbf{G}^{-1} の代わりに用いて

$$\mathbf{p} = \bar{\mathbf{G}}\mathbf{E}\mathbf{v} \quad (15)$$

とする．付録 A にラグランジュ乗数法を用いた (15) 式と等価な式の導出法を示す．

3. 実験例

分光反射率のわかっている色のデータとして、Macbeth ColorChecker (MCC)⁸⁾ を用いて実験した．D65 光源⁹⁾ の下での色を図 1(a) に示す．また、MCC の各色の分光反射率¹⁰⁾ を図 2 に示す．図 2 の縦軸は反射率であり、横軸は波長である．標本数 n は、380 nm から 780 nm までの波長域を 5 nm 間隔でサンプリングして $n = 81$ とした．

標本数は大きいほど高精度の実験ができると考えられる．本実験では、Munsell Color Science Laboratory¹⁰⁾ などから入手できる 5 nm 間隔でサンプリングされたデータを使用した．他にも 1 nm 間隔のデータが公開されていることもあるが、分光反射率、等色関数、光源のデータすべてを入手することは困難であった．また、標本数が大きくなる

と、計算量も増えるため、現時点では、5 nm 間隔のデータを用いるのが適当であると判断した．

図 2 のグラフの線の色は図 1 の色に対応している．実験に用いた等色関数は、図 3 に示す CIE XYZ 等色関数 (1931)¹⁰⁾ である．提案手法による分光反射率推定の一例として、図 1 の左上の茶色に対する結果を図 4 に示す．青線は Munsell Color Science Laboratory¹⁰⁾ が公開している分光反射率データ (図 2 の中の一つ) であり、赤線は XYZ 値から提案手法を用いて推定した結果である．両者は形状が大きく異なっている．例えば、青線では 700 nm 以上の波長で反射率が大きくなっているが、赤線ではほとんど 0 である．提案手法によって得られる分光反射率は、400 nm 以下と 700 nm 以上の波長で反射率が 0 に近くなる傾向がある．これは、図 3 の等色関数の形状を反映した結果であり、赤外線や紫外線は目に見えないため、その部分がカットされていると考えられる．このことを確認するために、図 4 のデータについて、(4), (5), (6) 式の $s_i p_i x_i$, $s_i p_i y_i$, $s_i p_i z_i$ の値を、それぞれ図 5(a), (b), (c) に示す．青線は図 4 の青線から計算した真値を表し、緑の点は図 4 の赤線から計算した推定値を表す．どのグラフでも両者はよく一致しており、良好な推定ができていていると考えられる．MCC の他の色についても、同様のグラフが得られた．

次に、提案手法で推定した分光反射率を、以下のような手順¹¹⁾ で sRGB 値に変換する．まず、推定した分光反射率を (4)-(6) 式または (7)-(9) 式に代入して XYZ 値を求め、それを

$$\begin{bmatrix} R' \\ G' \\ B' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.2406 & -1.5372 & -0.4986 \\ -0.9689 & 1.8758 & 0.0415 \\ 0.0557 & -0.2040 & 1.0570 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (16)$$

に代入して R' , G' , B' を求め、まず R' を

$$R'' = \begin{cases} 1.055(R')^{1/2.4} - 0.055 & (R' > 0.0031308) \\ 12.92R' & (R' \leq 0.0031308) \end{cases} \quad (17)$$

によって逆ガンマ変換し、更に、

$$R^s = \text{round}(255R'') \quad (18)$$

とする．ここで、 $\text{round}(x)$ は x に最も近い整数を返す関数である．残りの G' , B' についても同様に計算して、sRGB 値 (R^s, G^s, B^s) を得る．

以上のような方法で、分光反射率の推定値から MCC の色を復元した結果を図 1(b) に示す．図 1(b) は図 1(a) の色を良好に再現している．

もう一つ、図 4 と異なる分光反射率の例として、図 6 に、図 1(a) の MCC の 3 行 4 列目 (黄色) の分光反射率を示す．この場合、復元された色は黄色であり (図 1(b)), 分光

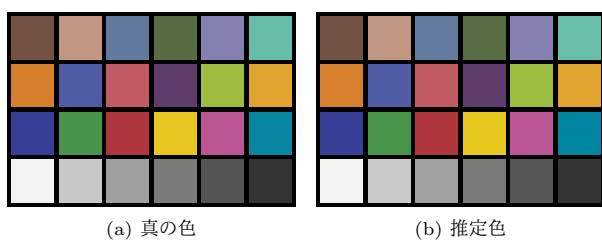


図 1: Macbeth ColorChecker (MCC)

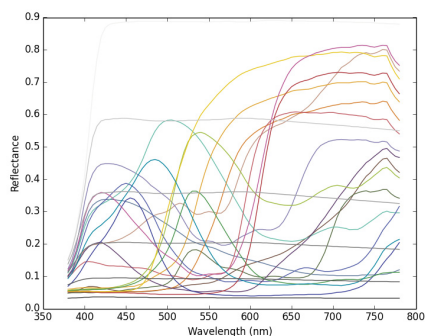


図 2: MCC の分光反射率

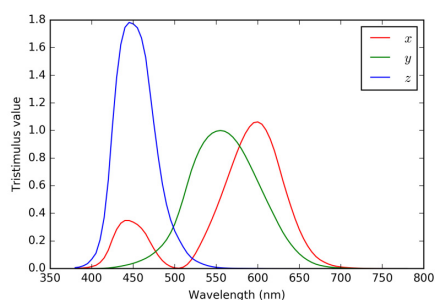


図 3: CIE XYZ 等色関数 (1931)

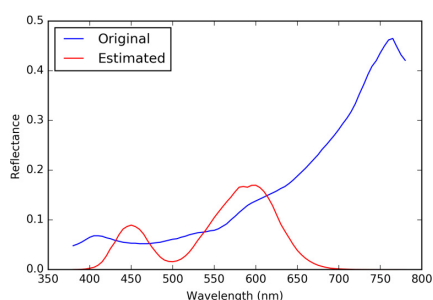


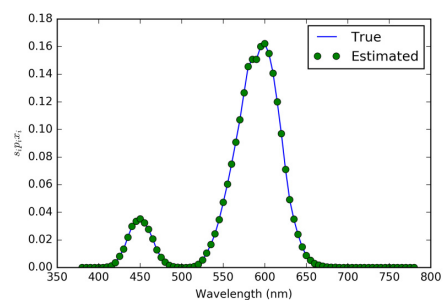
図 4: MCC の左上の色の分光反射率

反射率の違いが色の違いとなって現れることが確認された。

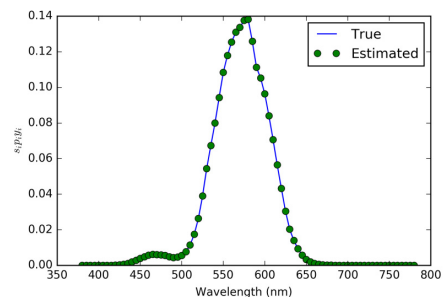
A 光源⁹⁾ の下での色を図 7 に示す。図 7(a) は図 2 の分光反射率から計算した結果であり、同図 (b) は提案手法で推定した分光反射率から計算した結果である。このように、光源を変えた場合でも良好に色を再現できた。

4. む す び

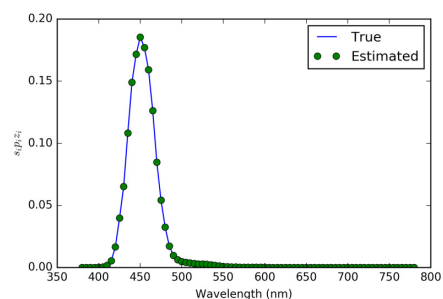
分光反射率の推定問題を三刺激値の真値と推定値の間の



(a) $s_i p_i x_i$



(b) $s_i p_i y_i$



(c) $s_i p_i z_i$

図 5: $s_i p_i x_i$, $s_i p_i y_i$, $s_i p_i z_i$ の真値と推定値

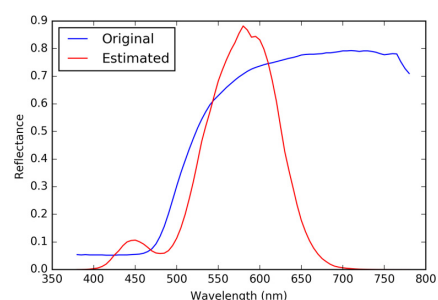
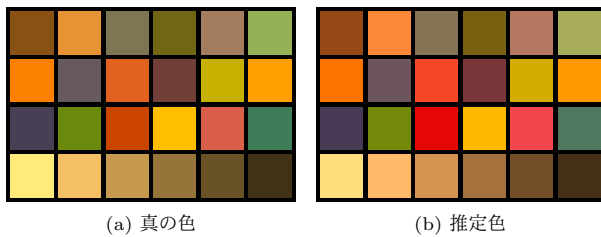


図 6: 分光反射率が異なる場合の例

2 乗誤差最小化問題として定式化し、与えられた三刺激値からその分光反射率を推定する解析的な方法を提案した。提案手法によって推定された分光反射率は、元の分光反射率とは大きく異なっているが、元の三刺激値を良好に再現できることを実験で確認した。提案手法を分光反射率画像処理に応用することが今後の課題である。

謝辞 本研究は JSPS 科研費 JP16H03019 の助成を受け



(a) 真の色 (b) 推定色

図 7: A 光源の下での MCC

たものです。

【文 献】

- 1) S. Westland, C. Ripamonti: "Computational Colour Science Using MATLAB", Wiley (2004)
- 2) G. Sharma, S. Wang: "Spectrum recovery from colorimetric data for color reproductions", Proc. SPIE, **4663**, pp. 8–14 (2002)
- 3) T. Harifi, S. H. Amirshahi, F. Agahian: "Recovery of reflectance spectra from colorimetric data using principal component analysis embedded regression technique", Optical Review, **15**, 6, pp. 302–308 (2008)
- 4) M. M. Amiri, S. H. Amirshahi: "A step by step recovery of spectral data from colorimetric information", Journal of Optics, **44**, 4, pp. 373–383 (2015)
- 5) G. Wu, X. Shen, Z. Liu, S. Yang, M. Zhu: "Reflectance spectra recovery from tristimulus values by extraction of color feature match", Opt Quant Electron, **48**, 64 (2016)
- 6) K. Inoue, K. Hara, K. Urahama: "Reflectance Spectra Recovery with Non-negativity Constraints," Proc. ISPACS (2016) DOI: 10.1109/ISPACS.2016.7824687
- 7) 井上光平, 原 健二, 浦浜喜一: "スパース Neugebauer モデルに基づく分光反射率の推定", 第 31 回信号処理シンポジウム, A2-1, pp. 23–28 (2016)
- 8) ColorChecker, Wikipedia. <https://en.wikipedia.org/wiki/ColorChecker>
- 9) E. Reinhard, E. A. Khan, A. O. Akyuz, G. Johnson: Color Imaging: Fundamentals and Applications, A K Peters/CRC Press (2008)
- 10) Munsell Color Science Laboratory. <http://www.cis.rit.edu/research/mcs12/online/cie.php>
- 11) 篠田博之, 藤枝一郎, 色彩工学入門, 森北出版 (2007)
- 12) Michael Elad, スパースモデリング: l_1/l_0 ノルム最小化の基礎理論と画像処理への応用, 玉木 徹 (訳), 共立出版 (2016)

〈付 録〉

A. ラグランジュ乗数法を用いた導出

計測された XYZ 値 $\mathbf{v} = (\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})^T$ を (7)-(9) 式の X, Y, Z に代入すると,

$$\mathbf{v} = E^T \mathbf{p} \quad (\text{付} \cdot 1)$$

となる. E が $n \times 3$ の非正方行列であることから, (付・1) 式は劣決定系である. そこで, (付・1) 式を制約条件とする $\|\mathbf{p}\|^2$ の最小化問題

$$\min_{\mathbf{p}} \|\mathbf{p}\|^2 \quad (\text{付} \cdot 2)$$

$$\text{subj.to } \mathbf{v} = E^T \mathbf{p} \quad (\text{付} \cdot 3)$$

を考える. $\|\mathbf{p}\|^2$ を最小化する理由は, 解を一意に決定したいためである. (付・1) 式は劣決定系であるから, その解は無数にあり, その中の一つを選ぶための一手段として, ノルム最小化¹²⁾ がよく使われる. (付・2) 式もその一つであり, ユークリッドノルムの 2 乗を最小化することによって解を一意に決定する. (付・2)-(付・3) 式のラグランジュ関数

を $\mathcal{L} = \|\mathbf{p}\|^2 + \boldsymbol{\mu}^T (\mathbf{v} - E^T \mathbf{p})$ とおくと, $\partial \mathcal{L} / \partial \mathbf{p} = \mathbf{0}$ より,

$$2\mathbf{p} = E\boldsymbol{\mu} \quad (\text{付} \cdot 4)$$

を得る. この式の両辺に左から E^T をかけて (付・3) 式を用いると, $\boldsymbol{\mu} = 2(E^T E)^{-1} \mathbf{v}$ が得られ, これを (付・4) に代入すると,

$$\mathbf{p} = E(E^T E)^{-1} \mathbf{v} \quad (\text{付} \cdot 5)$$

を得る.

E の特異値分解を $E = U\Sigma V^T$ とすると, $G = EE^T = U\Sigma V^T V\Sigma U^T = U\Sigma^2 U^T$ より, $L = \Sigma^2$ であり, $\bar{L} = L^{-1} = \Sigma^{-2}$ である. 以上より, (15) 式は

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= (U\Sigma^{-2}U^T)(U\Sigma V^T)\mathbf{v} \\ &= U\Sigma^{-1}V^T\mathbf{v} \end{aligned} \quad (\text{付} \cdot 6)$$

と表せる. また, (付・5) 式も

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= (U\Sigma V^T)(V\Sigma U^T U\Sigma V^T)^{-1} \mathbf{v} \\ &= (U\Sigma V^T)(V\Sigma^{-2}V^T)\mathbf{v} \\ &= U\Sigma^{-1}V^T\mathbf{v} \end{aligned} \quad (\text{付} \cdot 7)$$

と表せることから, (15) 式と (付・5) 式は等価であり, どちらも (付・6) 式または (付・7) 式に包括される.

以上のような導出と等価性の議論から, (付・2)-(付・3) 式を利用して求まることが示された.



井上 光平 1996 年, 九州芸術工科大学画像設計学科卒業. 2000 年, 同大学大学院博士後期課程修了. 同年, 九州芸術工科大学助手. 2003 年, 九州大学助教. 現在, 同大学准教授. パターン認識, 画像処理, コンピュータビジョンに関する研究に従事. 正会員.



張 子シュ 2015 年, 北京師範大学珠海分校卒業. 現在, 九州大学大学院研究生. 画像処理, コンピュータグラフィックスに関する研究に従事.



原 健二 1989 年, 京都大学大学院工学研究科修士課程修了. 同年, 武田薬品工業 (株) 入社. 1991 年, 福岡県工業技術センター入所. 2001 年, 東京大学生産技術研究所協力研究員. 現在, 九州大学大学院芸術工学研究院准教授. 博士 (工学). コンピュータビジョン, 画像処理に関する研究に従事.



浦浜 喜一 1980 年, 九州大学大学院工学研究科博士後期課程修了. 同年, 同大学助手. 1989 年, 九州工業大学助教. 現在, 九州大学大学院芸術工学研究院教授. パターン認識, 画像情報処理の研究に従事.