

ガウシアンメディアンフィルタによる画像の平滑化

小野, 元気
九州大学大学院芸術工学研究院

井上, 光平
九州大学大学院芸術工学研究院

原, 健二
九州大学大学院芸術工学研究院

浦濱, 喜一
九州大学大学院芸術工学研究院

<http://hdl.handle.net/2324/1912753>

出版情報 : 2017-11-08
バージョン :
権利関係 :



ガウシアンメディアンフィルタによる画像の平滑化

Image Smoothing by Gaussian Median Filter

小野元気, 井上光平, 原 健二, 浦浜喜一
九州大学大学院芸術工学研究院

Genki ONO, Kohei INOUE, Kenji HARA, Kiichi URAHAMA
Faculty of Design, Kyushu University

アブストラクト 加重平均化フィルタの一種であるガウシアンフィルタと, 順序統計フィルタの一種であるメディアンフィルタとを組み合わせたガウシアンメディアンフィルタを提案し, 画像平滑化への応用例を示す.

1 はじめに

画像に含まれる雑音を除去するために平滑化フィルタが用いられることがある. ガウシアンフィルタがその代表例であるが, インパルス性雑音などの外れ値の影響を受けやすいという難点がある. そこでメディアンフィルタなどのロバストなフィルタも提案されているが, 入出力関係が非線形であるため, その解析はガウシアンフィルタなどの線形フィルタほど簡単ではない.

本論文では, ガウシアンフィルタとメディアンフィルタを組み合わせたガウシアンメディアンフィルタを提案し, インパルス性雑音除去への応用例を示す.

2 ガウシアンメディアンフィルタの導出

まず, 従来のガウシアンフィルタとメディアンフィルタを概説し, その後で, それらを組み合わせたガウシアンメディアンフィルタを導出する.

2.1 ガウシアンフィルタ

n 個の画素からなる画像を F とする. F の第 i 画素の位置ベクトルを \mathbf{x}_i とし, 画素値ベクトルを \mathbf{f}_i とすると, ガウシアンフィルタの出力は

$$\mathbf{g}_i = \frac{\sum_{j \in N_i} w_{ij} \mathbf{f}_j}{\sum_{j \in N_i} w_{ij}} \quad (1)$$

と表される. ここで N_i は第 i 画素を中心とするフィルタ窓に含まれる画素の集合であり, w_{ij} は画素 i, j 間の重みであり,

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|_2^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

で与えられる. ここで σ はガウス分布の標準偏差を表す正定数であり, $\|\cdot\|_2$ は L_2 ノルムを表す. 式 (1) のガウシ

アンフィルタは次の最小化問題の解である.

$$\min_{\mathbf{g}_i} \sum_{j \in N_i} w_{ij} \|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2^2 \quad (3)$$

実際, 式 (3) の目的関数を E_i とおき, $\partial E_i / \partial \mathbf{g}_i = \mathbf{0}$ を \mathbf{g}_i について解けば, 式 (1) が得られる.

2.2 メディアンフィルタ

メディアンフィルタは, グレースケール画像などの1次元信号を処理対象としたものが基本的であり, その場合, フィルタ窓内の入力信号の中から中央値を選んで出力する. カラー画像などの多次元信号への拡張もこれまでに考えられており, 例えば, ベクトルメディアンフィルタ [1] は次のように定式化される.

$$\min_{\mathbf{g}_i} \sum_{j \in N_i} \|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2 \quad (4)$$

信号が1次元の場合, L_2 ノルムは L_1 ノルムと一致するため, 式 (4) は基本的な1次元信号のメディアンフィルタに帰着する. なお, 式 (4) には式 (3) にあるような重みはないが, 荷重メディアンフィルタ [1] との組み合わせにより, 重み付きに拡張することもできる [2].

式 (3) から式 (1) を導出したように, 式 (4) からフィルタ出力を求めると, ゼロ除算を含む式が得られるため, その式は実際には使えない. そのため文献では, すべての候補の中から目的関数値を最小にするものを探す方法が採られている.

2.3 ガウシアンメディアンフィルタ

本節では, ベクトルメディアンフィルタで生じるゼロ除算を回避するとともにガウシアンフィルタの重みを導入したガウシアンメディアンフィルタを提案する.

まず, 式 (4) に含まれる $\|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2$ を $\phi(\|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2) = \|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2$ と表す. ここで $\phi(x)$ は L_2 ノルムを引数とする関数であり, この例では $\phi(x) = x$ である. 本論文では, 上記のゼロ除算を回避するような $\phi(x)$ として,

$$\phi_c(x) = \sqrt{c^2 + x^2} - c \quad (5)$$

を提案する．ここで c は正定数であり， $\lim_{c \rightarrow 0} \phi_c(x) = x$ である．この $\phi_c(x)$ を用いて，ガウシアンメディアンフィルタの基になる問題を次のように定式化する．

$$\min_{\mathbf{g}_i} \sum_{j \in N_i} w_{ij} \phi_c(\|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2) \quad (6)$$

式 (6) の目的関数を \tilde{E}_i とおくと，

$$\frac{\partial \tilde{E}_i}{\partial \mathbf{g}_i} = \sum_{j \in N_i} \frac{w_{ij}}{\sqrt{c^2 + \|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2^2}} (\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j) = \mathbf{0} \quad (7)$$

より，

$$\mathbf{g}_i = \frac{\sum_{j \in N_i} \frac{w_{ij}}{\sqrt{c^2 + \|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2^2}} \mathbf{f}_j}{\sum_{j \in N_i} \frac{w_{ij}}{\sqrt{c^2 + \|\mathbf{g}_i - \mathbf{f}_j\|_2^2}}} \quad (8)$$

を得る．式 (8) は右辺にも \mathbf{g}_i があり，ガウシアンフィルタのように解析的には解けない．そこで， \mathbf{g}_i を更新しながら式 (8) を繰り返し計算し，その収束値をガウシアンメディアンフィルタの出力とする．

3 実験例

図 1 にインパルス性雑音除去の実験例を示す．図 1(a) は元画像であり，画素数は 256×256 である．インパルス性雑音により，図 1(a) を劣化させた画像を同図 (b) に示す．この例では，画像全体の 2% の画素が雑音で劣化している．雑音の生成には MATLAB の `imnoise(I, 'salt & pepper', 0.02)` を用いた．ガウシアンフィルタによる雑音除去画像を図 1(c) に示す．雑音と一緒に元々画像に含まれているエッジなども平滑化されて，全体的にぼけた画像になっている．ここでは MATLAB の `imgaussfilt(I, 1)` を用い， $\sigma = 1$ とした．図 1(d) にフィルタ窓のサイズを 3×3 画素としたメディアンフィルタの結果を示す．カラー画像の RGB 各成分にメディアンフィルタをかけ，3 つの出力画像を 1 つにしてカラー画像を再構成した．インパルス性雑音が良好に抑えられている．図 1(e) に MATLAB の `medfilt3` による結果を示す．このフィルタはカラー画像を 3 次元配列として扱い， $3 \times 3 \times 3$ のフィルタ窓を用いるメディアンフィルタであり，フィルタリングによって色が大きく変わるという難点がある．図 1(f) に提案手法による結果を示す．図 1(d) と同様にインパルス性雑音が良好に抑えられている． $c = 5.5$ ， $\sigma = 100$ とし，フィルタ窓のサイズは 3×3 画素とした．式 (8) の収束の条件は各画素 i に対して $\|\mathbf{g}_i^{(t)} - \mathbf{g}_i^{(t+1)}\| < 0.05$ とした．ここで t は反復回数を表す．収束までの反復回数は平均 45 回/画素であった．

図 1(b)-(f) の元画像 (a) とのピーク信号対雑音比 (dB) はそれぞれ，(b) 21.9, (c) 27.3, (d) 29.8, (e) 22.7, (f) 33.6 であり，定量的にも提案手法の有効性が示された．



(a) 元画像

(b) 劣化画像



(c) ガウシアンフィルタ

(d) メディアンフィルタ



(e) MATLAB

(f) 提案手法

図 1: インパルス性雑音除去の例

4 おわりに

ガウシアンフィルタとメディアンフィルタを組み合わせたガウシアンメディアンフィルタを最適化問題から導き，インパルス性雑音除去に応用した．提案手法の収束性に関する検討，画像修復や画像超解像などへの応用が今後の課題である．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP16H03019 の助成を受けたものです．

参考文献

- [1] 棟安実治, 田口亮, 非線形デジタル信号処理, 朝倉書店, 1999
- [2] 田口亮, “カラー画像・映像の復元・強調に関する研究の現状” 電子情報通信学会 基礎・境界ソサイエティ *Fundamentals Review*, Vol. 3, No. 2, pp. 54–64, Oct., 2009