九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

RC骨組み構造の非線形Pushover解析における問題点に関する検討

竹内, 崇
九州大学大学院人間環境学府都市共生デザイン専攻

福原, 武史
九州大学大学院人間環境学府都市共生デザイン専攻

北島, 英樹
九州大学大学院人間環境学府都市共生デザイン専攻

孫, 玉平
九州大学大学院人間環境学研究院都市・建築学部門

https://doi.org/10.15017/19064

出版情報：都市・建築学研究. 8, pp.85-92, 2005-07-15. 九州大学大学院人間環境学研究院都市・建築学部門
バージョン：
権利関係：

KYUSHU UNIVERSITY

都市・建築学研究　九州大学大学院人間環境学研究院紀要　第8号，2005年7月
J. of Architecture and Urban Design, Kyushu University, No.8, pp. 85 ~ 92, July. 2005

RC骨組み構造の非線形Pushover解析における問題点に関する検討

Study of Problems in Nonlinear Pushover Analysis of RC Frames

竹内　崇*, 福原武史*, 北島英樹*, 孫　玉平**
Takashi TAKEUCHI, Takeshi FUKUHARA, Hideki KITAJIMA and Yuping SUN

A Multi-segment beam element was proposed to study effects of several primary factors involved in the nonlinear pushover analysis on the calculated capacity curve of reinforced concrete frame structures. Analytical results have indicated that the use of traditional dumped hinge beam element couldn't trace the spread of the plastic hinge region as the increase of deformation. The axial load in both side columns of a frame structure might be increased up to three times of their initial levels induced by the dead load. It has also been made clear that the P-delta effect must be taken into consideration as modeling the structural components since it may not only decrease the ultimate capacity, but also change the failure mechanism of the frame.

Keywords: *Reinforced concrete frame, nonlinear pushover analysis, capacity curve, P-delta moment*
鉄筋コンクリート骨組み，非線形水平挙動解析，能力曲線，P-デルタモーメント

1．序

Capacity Spectrum Method（以下CSM法と略す）は性能基盤型耐震性能評価法の一つである．この方法は，建築構造体の水平力抵抗特性を表す指標であるCapacity Spectrum（以下CS）と，想定する地震動に対して建築物の塑性変形量に応じた等価粘性減衰を考慮して低減した応答スペクトルであるDemand Spectrum（以下DS）を重ね合わせることによって，建築物の地震時最大応答を推定するものである．CSM法では，非線形Pushover解析によって鉄筋コンクリート構造（以下RC構造と略す）のCSを求めることになっているので，Pushover解析の精度が建物の耐震性能評価に大きく影響しかねない．一方，Pushover解析の結果は部材のモデル化手法や解析時の載荷条件等によって大きく変わるのにもかかわらず，モデル化手法や載荷条件等について明確な規定はなく曖昧なところが多くある．

RC構造のPushover解析結果の精度にかかわる問題点として次のようなものが挙げられる．

(1)　集中型ヒンジモデルの採用に伴う問題
(2)　M-ϕ関係のモデル化による影響
(3)　側柱に作用する軸力の変動による影響

*　都市共生デザイン専攻
**　都市・建築学部門

(4) 大変形時におけるP-Deltaモーメントの影響

現在汎用解析プログラムの多くでは，構造全体の非線形解析を行うのにRC部材のモデルとして主に集中型ヒンジモデルを用いられているが，このような集中型ヒンジモデルは，水平変位の増加に伴う部材内部での塑性（破壊）域の進展を追跡できない．また，常時荷重を考慮にいれると，図1に示すように，梁に生じるヒンジの位置は端部からずれる現象も集中型ヒンジモデルでは表現できない．

また，部材の曲げ剛性については断面のM-ϕ関係を何本かの直線で近似する方法が主流であるが，モデル化に際しての折れ線の決め方が曖昧で，異なる取り方による解析結果への影響については明らかではない．

水平荷重の増加に伴い骨組の両側柱に大きな軸力の変動が生じることが予想される．この軸力の変動に伴い，断面の耐力や剛性が随時変化するが（図2参照），このような軸力の変動が構造全体のCSの計算結果に及ぼす影響は明らかにされていない．また大変形時のP-Deltaモーメントの影響はPushover解析にどのように考慮されているのかも不明瞭である．

そこで本論は，これらの問題点の解消を目指して，RC構造のPushover解析プログラムを開発し，諸問題点の解析結果への影響を調べた．

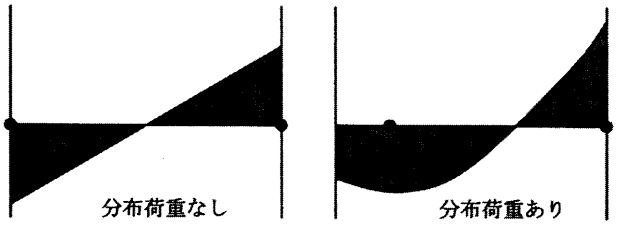


図１　ヒンジ発生位置のずれ

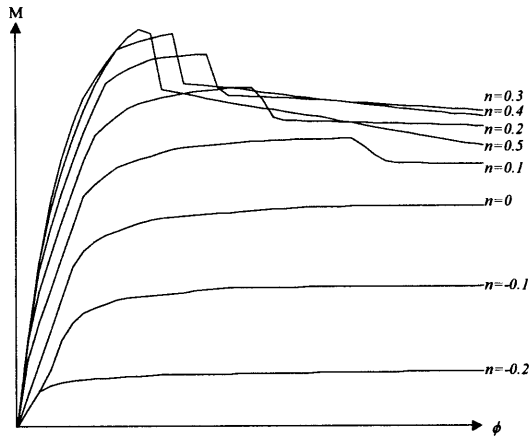


図２　軸力の変動に伴う断面 M-ϕ関係の変化

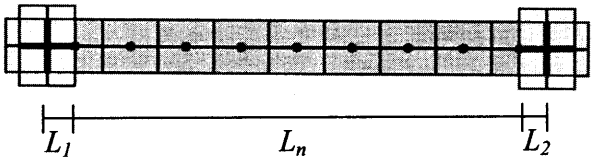


図３　分割型モデルの概念

２．RC 部材のモデル化

前述した諸問題点を解決するために，本論では集中型ヒンジモデルのかわりに，RC 部材を図 3 に示すような分割型モデルをもってモデル化する．

分割型モデルでは，部材の材軸方向にそって応力を確認するポイントを均等に配置し，そのポイントを中心にヒンジが発生すると考え，部材を有限個のセグメントに分割する．

図 3 に示すように RC 部材を分割してから，部材の剛性マトリックス $\mathbf{K}_{AX}$は文献 1 で述べられている直列連鎖材の考え方に基づいて，式(1)によって求められる部材全体のたわみ性マトリックス $\mathbf{F}_{AX}$の逆マトリックスとして求められる．

$$\mathbf{F}_{AX} = \sum \mathbf{H}'_{KX} \mathbf{F}_k \mathbf{H}_{KX} \qquad (1)$$

ここで，$\mathbf{H}_{KX}$は部材の K-X 間の釣り合いマトリックスで，$\mathbf{F}_k$は部材の左側から数えて k 番目セグメントのたわみ性マトリックス（図 4 を参照）であり，次のように表される．

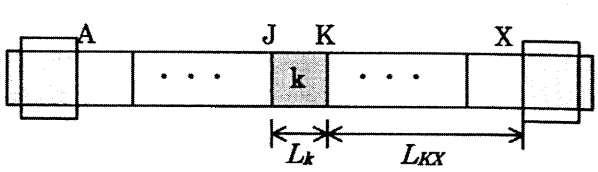
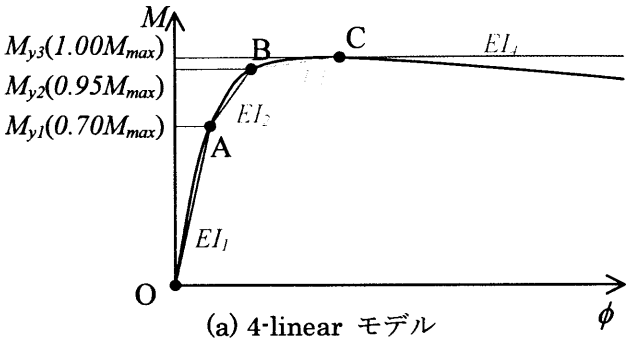
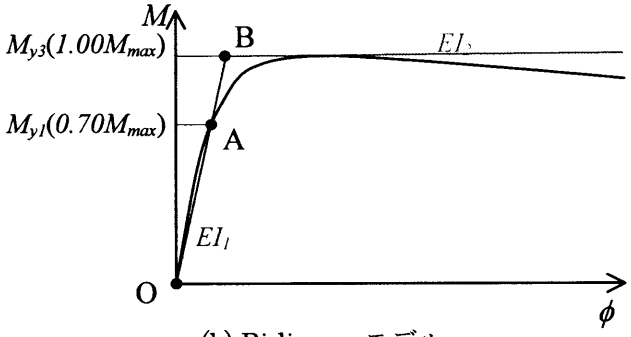


図４　部材のセグメント化



(a) 4-linear モデル



(b) Bi-linear モデル

図５　M-ϕ関係のモデル化

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \frac{L_k}{EA_k} & 0 & 0 \\ 0 & \left(1+\frac{\gamma}{2}\right)\frac{L_k^3}{3EI_k} & \frac{L_k^2}{2EI_k} \\ 0 & \frac{L_k^2}{2EI_k} & \frac{L_k}{EI_k} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_{AX} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & L_{KX} & 0 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

ここで，L_kは k 番セグメントの長さ，EA_kと EI_kはそれぞれ当該セグメントの軸剛性と曲げ剛性，γは弾性せん断変形の影響を表す係数である．

式(2)における分割型モデルの各セグメントの曲げ剛性 EI_kは，断面解析によって得られた M-ϕ関係をいくつかの直線からなる折れ線で近似化することで求められる．本論では，M-ϕ関係のモデル化の違いによる計算結果への影響を見るために，図 5 に示すように 4 本の直線で近似化する 4-linear モデルと 2 本の直線で近似化する Bi-linear モデルの二つを考える．

なお，図 5 中の 4-linear モデルにおける A 点，B 点と C 点は，それぞれ 1 次降伏点（M_{y1}），2 次降伏点（M_{y2}）

とピーク点（M_{max}）を表す点である．M_{y1}とM_{y2}はそれぞれM_{max}の70%と95%となる時点に対応している．またピーク点後の曲げ剛性の値は3次剛性の値の100分の1とする．一方，Bi-linearモデルはA点と原点を結んで1次剛性を取り，M_{max}を降伏点とする．

本モデルでは，弾性せん断変形の影響は係数γを取り入れることを通じて考慮に入れており，γの算定方法については文献1を参照されたい．ただし，セグメントの軸剛性EA_kは変化しないとする．

また，軸力変動の影響を考慮するために，軸力比の刻み幅を決めてから，それぞれの軸力比時のM-ϕ関係を作成・保存して，各部材にはPushover解析のステップ毎に，各々の軸力比に適したM-ϕ関係を使用することにする．

式(1)で得られた$\mathbf{F}_{AX}$の逆マトリックスである$\mathbf{K}_{AX}$は，A端を固定端とした片持ち梁の自由端での荷重と変形の関係式である．$\mathbf{K}_{AX}$から分割型モデルの要素剛性マトリックス$[\mathbf{K}_e]$は以下の式によって求められる．

$$[\mathbf{K}_e] = \mathbf{C}_0 \mathbf{K}_{AX} \mathbf{C}_0^T \tag{3}$$

ここで，

$$\mathbf{C}_0^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -(L_1+L_n) & 0 & 1 & -L_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

式(4)における諸記号の持つ意味ついては図3を参照されたい．

大変形時のP-Deltaモーメントによる影響は幾何剛性マトリックス$[\mathbf{K}_g]$を部材の剛性マトリックスに加えることによって考慮する．幾何剛性マトリックスは非線形項を加えたGreen-Lagrangeのひずみテンソルをひずみと変位の関係式に用い，荷重と内力の仮想仕事の釣り合いにより求めることができる．紙面の都合で誘導仮定を省略するが，分割型モデルが適合された部材の幾何剛性マトリックスは式(5)によって表される．

$$[\mathbf{K}_g] = \frac{N}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \tag{5}$$

ここでNは部材に作用する軸力で，引張を正とする．

分割型モデルの部材剛性マトリックス$[\mathbf{K}]$は，式(3)で求めた要素剛性マトリックス$[\mathbf{K}_e]$と式(5)で求めた幾何剛性マトリックス$[\mathbf{K}_g]$を足し合わせたものとなる．

$$[\mathbf{K}] = [\mathbf{K}_e] + [\mathbf{K}_g] \tag{6}$$

3．解析例と検討内容

解析対象建物として，文献2にならって12層5スパンと6層5スパンの2つのRC造純骨組構造を選定し，いずれも梁降伏先行型の破壊メカニズムを示すように断面設計を行った．解析対象骨組みの軸組図を図6に，12階建て骨組みの柱断面詳細を図7に示す．またPushover解析にあたって，水平荷重の高さ方向に沿う分布は層せん断力がAi分布になるように仮定し，長期鉛直荷重は梁の剛域を除く部分にのみ作用するとする．

解析における検討項目は以下の通りである．

(1) 集中型ヒンジモデルと分割型モデルのCSへの影響のほか，分割モデルの分割数による影響，分布鉛直荷重有無の影響
(2) M-ϕ関係のモデル化の違いによる影響
(3) 骨組の側柱に作用する軸力の変動幅と軸力変動による解析CSへの影響
(4) P-DeltaモーメントのCSへの影響

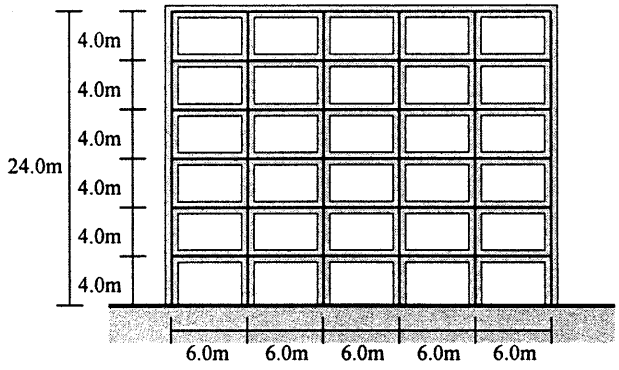
なお，上記諸項目の検討を終えてから，その結果を踏まえて，後の解析における基本的な解析条件は，「梁を分割型(17分割)，柱を集中型，分布荷重あり，4-linearモデル」とした．

4．解析結果と考察

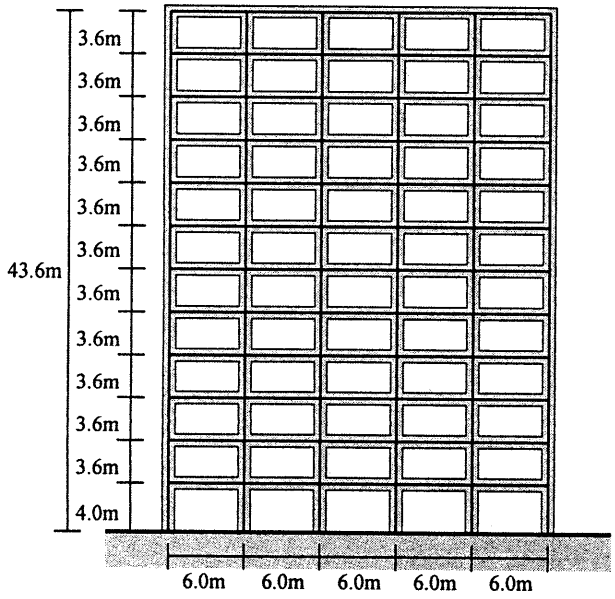
図8は，集中型ヒンジモデルと分割型モデルに基づく検討対象建物のPushoverの計算結果を示す．図8から，梁部材を分割型とした場合と集中型とした場合では，建物の全体変形角（屋上水平変位Δと高さHの比）が6層では0.5%から2.0%にかけて，12層では0.3%から1.5%にかけて，前者の方がやや高い耐力を示していることがわかる．これは部材をより細かく分割したことで適切な領域だけ降伏することになり，部材全体の剛性が高くなるためと思われる．また，柱部材を分割型とした場合と集中型とした場合では，6層，12層共にほとんど差が出ていないこともわかる．このことから，梁部材には分割型モデルを用いた方が良いが，柱部材には分割型を用いる必要性はあまり強くないことが分かる．

分割モデルを適用した場合，部材の分割セグメント数の影響を示すのは図9である．図9から明らかのように，分割型モデルにおけるセグメントの分割数は17程度であれば，計算結果はほぼ収束していく．この結果を踏まえて，以下の解析では分割モデルを用いる際のセグメント分割数を17と一定とする．

図10は，長期荷重の有無がCSに与える影響を表す．図10より，長期荷重を考慮しなければ，骨組の降伏し始める点がやや遅めに評価される傾向が見られる．これ



(a) 6 層 5 スパン建物軸組図



(b) 12 層 5 スパン建物軸組図

図６　解析対象骨組み概要

0	DD	800	Pt	0.00890625
	BB	800	有効せい	720
	Dcore	694	Fc	42
	Bcore	694	fcc'	45.07704488
	帯筋径	_D16	K	1.073262973
	間隔 @	80	主筋	16-D38
	C	358	使用階	1,2階
	帯筋長さ	5552		
	体積比	0.0215357		
1	DD	800	Pt	0.007473438
	BB	800	有効せい	720
	Dcore	691	Fc	42
	Bcore	691	fcc'	45.08881391
	帯筋径	_D16	K	1.073543188
	間隔 @	80	主筋	16-D35
	C	355	使用階	3,4,5,6階
	帯筋長さ	5528		
	体積比	0.0214426		
2	DD	800	Pt	0.007473438
	BB	800	有効せい	720
	Dcore	691	Fc	36
	Bcore	691	fcc'	38.4127043
	帯筋径	_D16	K	1.067019564
	間隔 @	100	主筋	16-D35
	C	358	使用階	7,8階
	帯筋長さ	5528		
	体積比	0.0171541		
3	DD	750	Pt	0.008503111
	BB	750	有効せい	675
	Dcore	651	Fc	36
	Bcore	651	fcc'	38.75052887
	帯筋径	_D16	K	1.07640358
	間隔 @	100	主筋	16-D35
	C	335	使用階	9,10階
	帯筋長さ	5208		
	体積比	0.0183877		
4	DD	700	Pt	0.008104082
	BB	700	有効せい	630
	Dcore	608	Fc	36
	Bcore	608	fcc'	39.14769464
	帯筋径	_D16	K	1.087435962
	間隔 @	100	主筋	16-D32
	C	312	使用階	11,12階
	帯筋長さ	4864		
	体積比	0.0197141		

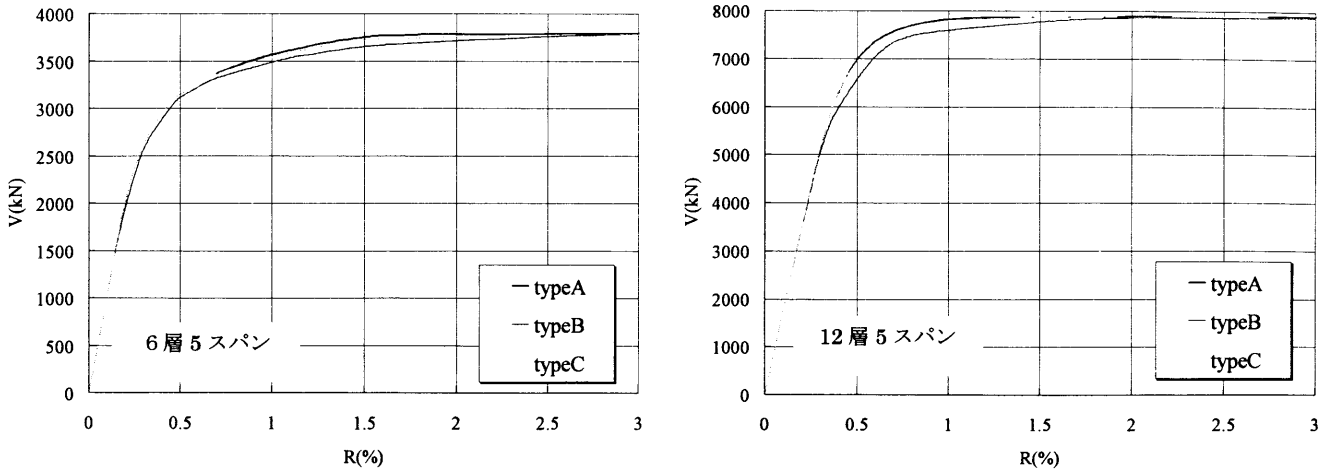
図７　１２階建て骨組みの柱断面詳細

は長期荷重を考慮する際には梁の左右端にヒンジが発生するタイミングがずれるので早い段階から緩やかに曲がるためと思われる．

図 11 は，長期荷重の有無によって，建物の変形角が 2.0%時点における塑性ヒンジの形成場所と広がりの違いを比較したものである．骨組の低層の梁では，長期荷重の有無でヒンジ領域は材端からシフトした場所で生じることはなかったが，上層部に行くほど，梁の最初のヒンジ発生位置は材端からシフトする傾向が見られた．また図 11 から明らかのように，分割型モデルでは，大変形時の部材における塑性領域の進展状況をよく捉えている．

図 12 は M-ϕ関係のモデル化の違いによる解析結果への影響を示す．図 12 より，4-linear モデルによる CS では塑性化が緩やかに進行していくのに対して，bi-linear モデルによる CS では塑性化が始まるのは遅いが，塑性化が始まると急激に剛性が低下することが分かる．特に 12 層 5 スパンの構造物の場合は，構造全体の変形角が 0.5%となる近傍で耐力に大きな差が現れ，その差は 5%程度であった．また，bi-linear モデルを適用して求めた 12 層 5 スパン骨組みの CS では，顕著に降伏する点は 1 点であったのに対して，6 層 5 スパンの CS では 2 点に別れているのがわかる．このことから構造によって影響の現れ方が異なることが言える．

Pushover 解析の過程における側柱に生じる軸力の変動状況は図 13 に示す．軸力の変動は主に骨組みの塔状比の影響を受けるので，検討に当たっては図 6 に示す検討対象骨組みと同じ層数でスパン数が 1 の骨組みについても解析を行った．図 13 より分かるように，骨組みの変形角の増大に伴って，引張側柱の軸力は初期の圧縮力から引張力に変化していくのに対し，圧縮側柱の軸力は初期軸力の数倍にもなり得る．軸力の変動分の大部分は骨組みの変形角が 0.5%となる時点まで現れており，変形角が 1.0%を超えた領域では，側柱や梁における軸力はほとんど変動していないことが図 13 から伺える．また，骨組みの層数が多いほど，軸力の変動幅も高くな



注：type A＝ 柱と梁ともに分割型（17 分割），type B＝ 柱と梁ともに集中型，type B＝ 柱は集中型，梁は分割型

図８　部材のモデル化による影響（分割型は 17 分割の場合）

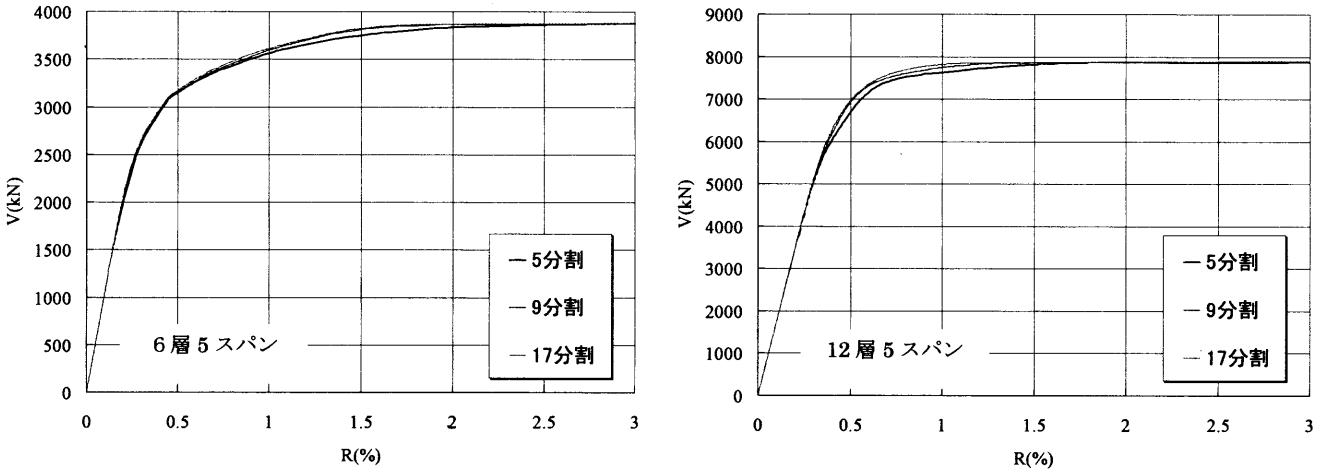


図９　セグメントの分割数の影響

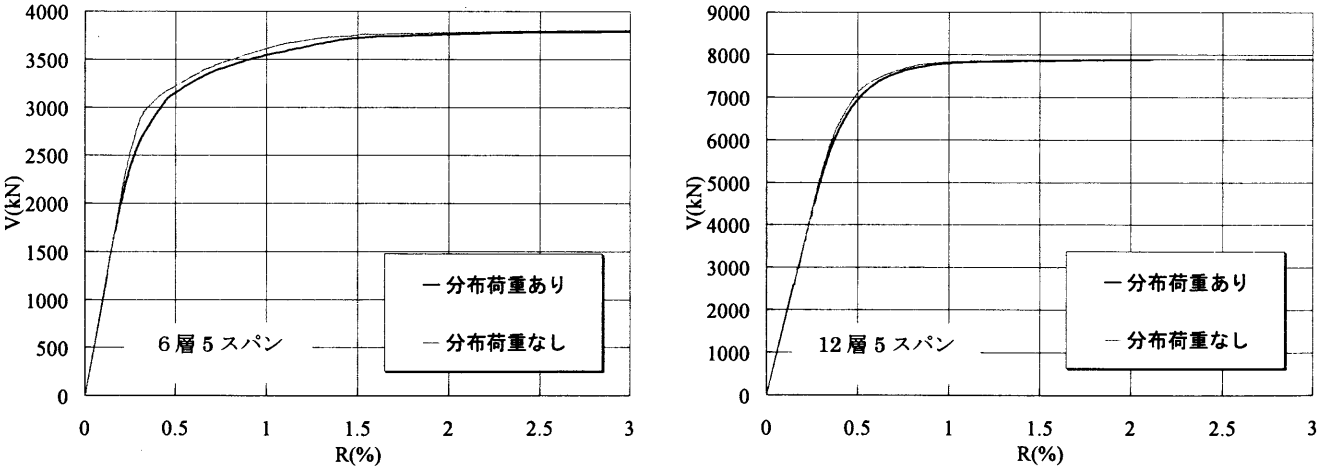
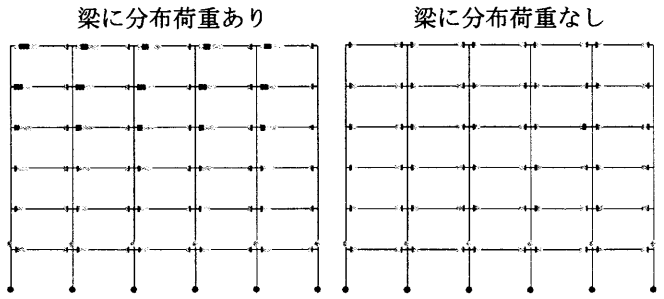


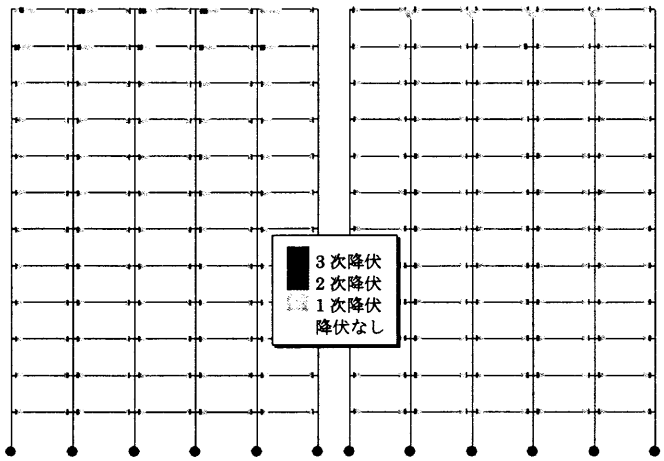
図 10　長期荷重の有無による影響

っており，12 層の場合は圧縮側柱の軸力は骨組みの変形角が 1.0%の時点では初期値（軸力比=0.09）の 3 倍にもなっていた．

一方，建物のスパン数が軸力の変動幅に及ぼす影響はほとんど見られなかった．すなわち，12 層 5 スパンの骨組みで見られた軸力の変動幅と 12 層 1 スパンの骨

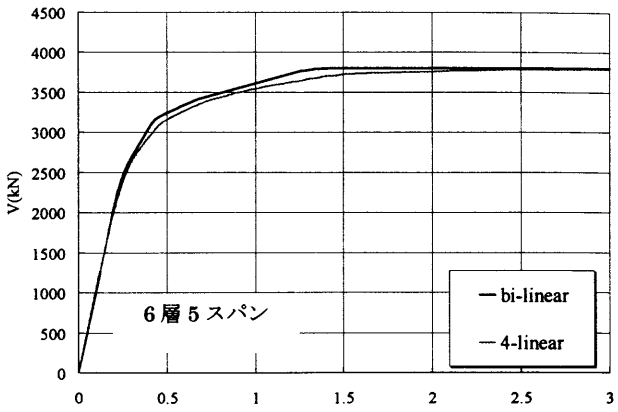


(a) 6 層 5 スパン



(b) 12 層 5 スパン

図 11　塑性ヒンジの発生状況（変形角 2.0%時）



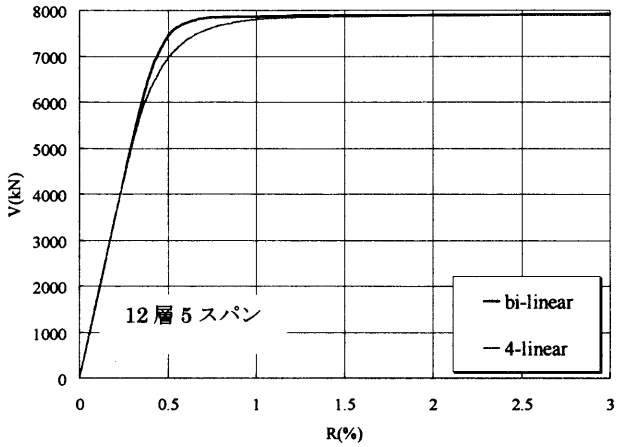
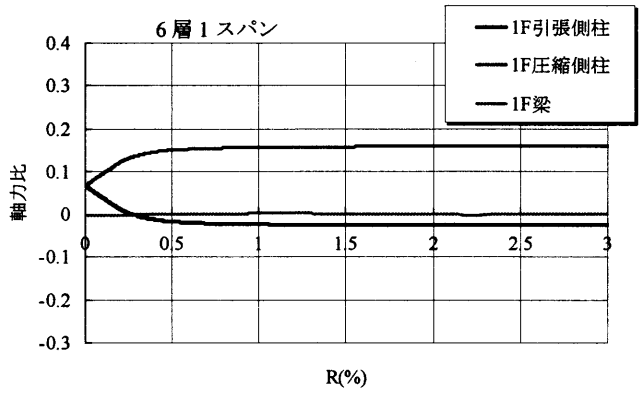
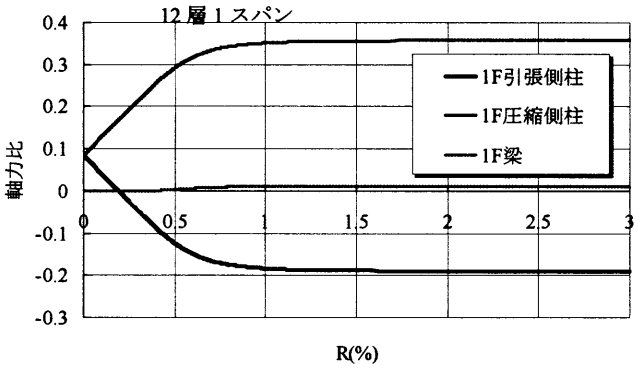
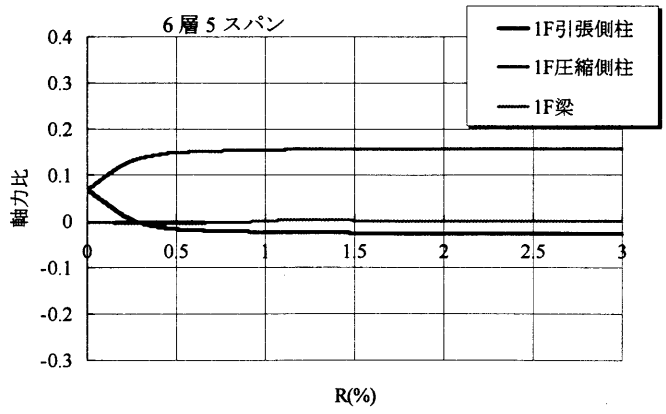


図 12　M-φ関係のモデル化による影響







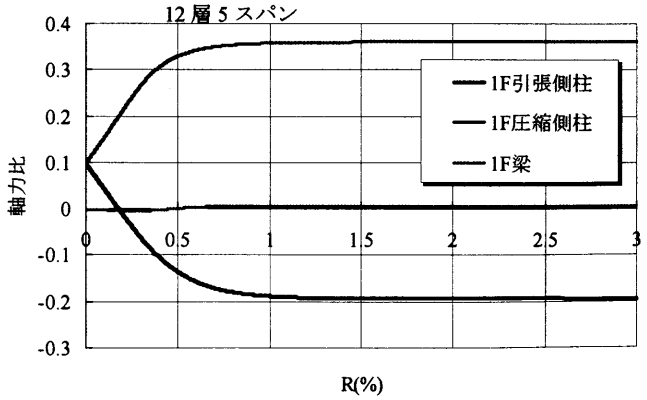


図 13　側柱における軸力の変動状況

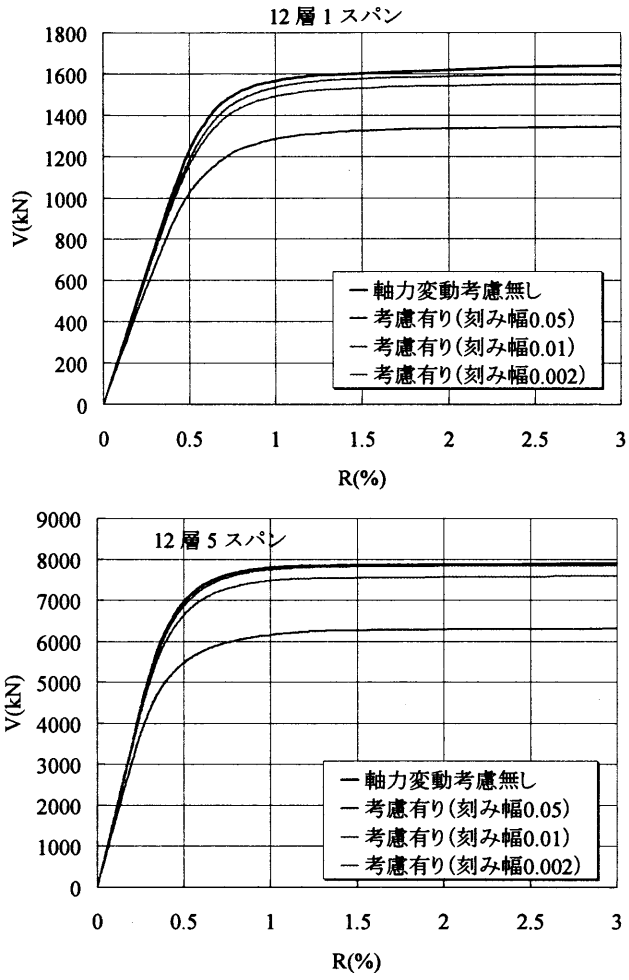


図 14　軸力の変動による解析結果への影響

組みでの変動幅はほぼ同程度であった．骨組み構造における側柱は水平力による転倒モーメントを抵抗するために変形角が増大するに従い変動する．その軸力の変動幅は近似的に骨組みの総スパンに反比例，転倒モーメントに比例すると仮定できる．骨組み構造が抵抗できる水平外力の大きさはスパン数にほぼ比例しており，スパン数の少ない骨組みでは水平外力による転倒モーメントも小さくなる．その結果，スパン数の減少による転倒モーメントの低下分と総スパンの減少による増加分をほぼ相殺される．このことは，スパン数の少ない骨組みにおける側柱における軸力の変動幅はスパン数の多い骨組みのそれとほぼ同じ程度に見られた理由である．

一方，柱材におけるこれだけの軸力の変動が，建物全体の計算 CS にどのような影響を及ぼすかについて示しているのは図 14 である．図 14 には，12 階建ての骨組みの計算結果のみを示しているが，図からわかるように，軸力変動の骨組みの計算 CS への影響は，部材断面の M-ϕ関係群を求める際に仮定した軸力比の刻み幅により大きく異なっている．軸力の刻み幅を大きく取ると誤差が大きくなるためである．特に梁における

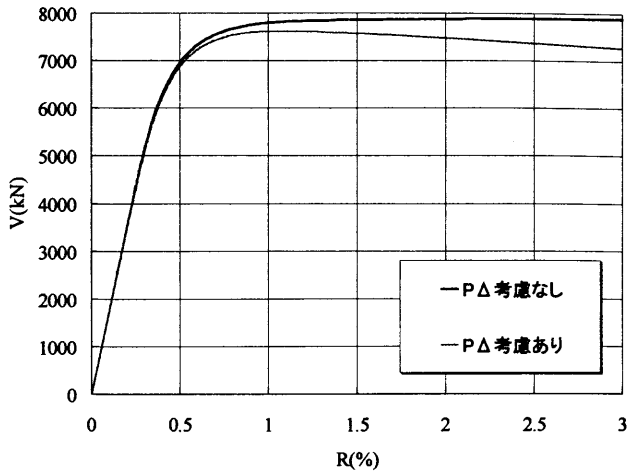
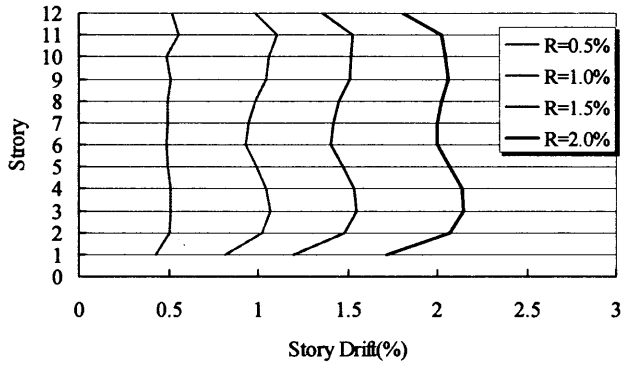
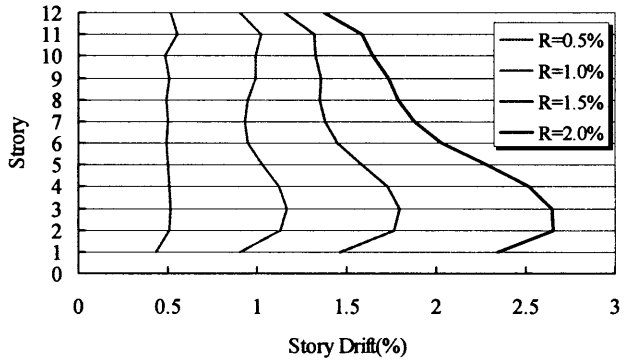


図 15　P-Delta モーメントの影響（CS について）



(a) P-Delta モーメントの影響を無視



(b) P-Delta モーメントの影響を考慮

図 16　P-Delta モーメントの影響（層間変形角について）

M-ϕ関係の誤差が全体構造の計算 CS の誤差に大きな影響を及ぼしている．それは梁に生じる軸力の変動幅は元々大きくないが，軸力比の刻み幅が荒く取るとそれに過剰に反応して大きな誤差をもたらしてしまうからである．一方，軸力の刻み幅を細かく取ると，計算結果は軸力変動の影響を無視した結果に収束していくことが伺える．本解析に取り上げた骨組み構造はいずれも梁降伏先行型の破壊メカニズムとなるように設計されたもので，図 11 からも分かるように，基礎部を除けば骨組みの柱は大変位領域に入っても降伏しておらず，

側柱における軸力変動による骨組み全体の耐力にもたらす変化は顕著でなかったと推測できる．したがって，全体崩壊型骨組みの非線形 Pushover 解析を行うにあたっては，側柱における軸力の変動を考慮しなくてもよいと言える．ただし，軸力変動を考慮する場合は，解析精度を確保するには，部材の M-ϕ関係群を求める際の軸力比の刻み幅を 0.01 程度に細かく設定する必要がある．

図 15 には P-Delta モーメントによる解析結果への影響を示している．P-Delta モーメントの影響を考慮すると，ピーク点後，剛性マトリックスの項は負となるので水平荷重を増加させても変位増分が負になる．そこで最上階の水平変位増分が正になるように水平荷重を減少させて解析を続けた．図 15 より，P-Delta モーメントの影響は，変形角 0.5%近傍から現れ始め，骨組みの最大耐力は低下し，最大耐力時の変形角も小さくなり，P-Delta モーメントが骨組みの計算 CS に及ぼす影響は無視できないほど顕著であることが分かる．

また図 16 から分かるように，P-Delta モーメントは層間変形角の分布にも大きな影響を与える．P-Delta モーメントの影響を考慮すると変形が下に偏る現象が 12 層 5 スパンの骨組みに見られた．これは P-Delta モーメントの影響が軸力の高い下層部ほど大きいためであると思われる．

5．結論と今後の課題

本研究では，鉄筋コンクリート骨組みの Pushover 解析における主な問題点について検討した結果，以下のことが明らかになった．

1) 部材の塑性領域の進展を追跡するためには本論で提示した分割型モデル（17 分割でよい）を用いればよい．
2) 長期荷重を考慮しないことは，骨組み構造の CS にはあまり影響を及ぼさないが，上層部の梁のヒンジ位置を正確に捉えることができない．
3) 骨組み構造のよりスムージングな CS を得るには部材断面の M-ϕ関係を適切にモデル化する必要がある．本論で示した 4-linear モデルは M-ϕ関係をモデル化する際の選択肢の一つとなり得る．
4) 骨組み構造の側柱における軸力の変動幅は主に構造の高さに左右されており，総スパンの影響をほとんど受けない．6 階建て骨組みの初期圧縮側柱の軸力は初期値の 2 倍程度となっていたのに対して，12 階建ての骨組みでは 3.5 倍前後となっていた．
5) 全体崩壊型の骨組み構造の非線形 Pushover 解析時には側柱における軸力の変動影響を考慮しなくても差し支えないが，そうでない骨組み構造をも解析対象とした場合は，軸力変動の影響は無視できない．側柱における軸力変動の影響を取り入れて，部材断面またはセグメントの M-ϕ関係群の定式化を行う際に用いる軸力比の刻み幅は 0.01 程度に設定する必要がある．
6) P-Delta モーメントの影響については，構造全体の耐力を低下させ，層間変形角の高さ方向における分布状況を変える可能性があるので，解析に際して考慮すべきである．本研究で開発した解析プログラムは上記の諸問題を解決できる．

今後の課題としては，軸力比の関数としての M-ϕ関係群の定式化，個々の部材に破壊条件の導入，除荷剛性の導入，および上下（左右）部材の中心軸線のずれによる影響を明らかにすることのほか，本論で検討した諸要因が骨組み構造の応答値(Performance Point)の推定結果に及ぼす影響を定量的に検討することが挙げられる．

参考文献

1) 青山博之，上村智彦：マトリックス法による構造解析，培風館，1988.2.
2) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の靭性保証型耐震設計指針・同解説，1999.8.

（受理：平成 17 年 6 月 9 日）