スピルオーバー効果の数理モデル解析の現状 : 局所的交流を行うエージェントを用いた分析を中心として

時**永,祥三** 九州大学大学院経済学研究院

松野, 成悟 宇部工業高等専門学校経営情報学科

https://doi.org/10.15017/18238

出版情報:經濟學研究. 77 (1), pp. 45-69, 2010-06-30. 九州大学経済学会

バージョン: 権利関係:

スピルオーバー効果の数理モデル解析の現状

── 局所的交流を行うエージェントを用いた分析を中心として ──

時 永 祥 三 松 野 成 悟

1 まえがき

企業活動にともなう企業間連係の1つの研究分野として SCM(Supply Chain Management) やアウトソーシング (outsourcing) とならんで、スピルオーバー (spillovers) 効果の分析があり、さまざまな側面からの分析結果が示されている。アウトソーシングがメインとなる企業から外部企業への業務の分離の側面が強いのに対して、スピルオーバーの議論においては、企業が周辺に及ぼす良好な影響・効果を分析することに主眼が置かれていると言えよう。もちろん、このような視点は必ずしも一般的な分析の方向性ではないが、地理的な相互関連性において、あるいは企業間の連係関係において、メイン企業が存在することによる経済活動の活発化を論じていることは、多くの研究に共通する性格であろう。本論文では、このような企業のもたらすスピルオーバー効果について、主として数理モデルを用いた分析・研究の現状をまとめるとともに、われわれが現在進めている局所的交流を行う協調エージェント挙動を用いた分析について述べ、その意義を明らかにする。

スピルオーバー効果の分析に関する先行研究は、概要を説明する論述的なものを除いた、いわゆる 数理モデル分析について, (1) 回帰モデルなどを用いた経験的な分析 [1]-[7], (2) 複数地域の間の労 働移動など規範的なモデルを用いた解析(カオス解析など)[8]-[14],(3)エージェント・シミュレー ションによる平面的な挙動の分析 [15]-[23] の 3 つの分野に分けられるであろう。これらの中で、第 1番目の回帰モデルなどを用いた現状の検証については、いわゆる系列企業の存在が顕著であるメ イン企業についての研究結果が知られている。その中では、系列の存在を統計的検定により証明す ることや、系列の有効性が議論されている。このような日本企業の系列の研究と比較して、欧米の企 業では明示的な系列はないので、別の視点 (海外資本の役割や上流企業から下流企業への R&D 投 資など) から研究が展開されている。しかしながら、これらの研究は、いわゆるクロスセクション分 析による静的な分析である側面は否定できないことから、時系列的な経過を見ることができない問 題がある。これに対して第2番目の研究分野においては、エージェント理論を活用して企業間の連 係関係から産業界全体の様相を分析しようとする方向性であり、基本的に動的な解析となっている。 代表的な研究事例として複数の地域を仮定した場合に、地域間をエージェントが協調関係や自身の 利益追求にしたがって移動するモデルが示され、企業が雇用する労働力の移動や国際的な産業配置 の分析などに適用されている [8]-[14]。また,第3番目の研究分野に関しては,平面上の格子点に局 所的交流 (local interactions) をするエージェントを配置した場合におけるエージェント特性を分 析することにより、興味深い現象が観測されることが示されている [15]-[23]。さらには、いまだ本格的な実証分析とはなっていないものの、現実に観測される企業の集積や労働力の集中化などを説明する研究も存在する。このような動的な解析についても、やや数理的な傾向を深めてカオス解析などへと拡張するものもあるが、残念ながら現実からの乖離は小さくない。ここでは、このような3つの分野の研究について現状を整理するとともに、現実の事象との関連性を示していく。

われわれの進めている研究の応用については、以下のようにまとめられるであろう [24]-[30]。 本 論文ではまず基本モデルとして、複数の地域に生産において協調する企業側と労働側が存在 (簡単化 のため、それぞれ企業エージェントと労働エージェントと呼んでおく) する場合に、労働エージェン トだけが移動可能であるケースを整理する。このモデルにおいて、労働エージェントの移動コスト が増加した場合にエージェント配置におけるカオス性変動が発生することが示されている[8]。次 にこのモデルを拡張して、平面上の格子点に企業エージェントと労働エージェントが存在し、協調し て生産活動を行う場合を考察する[24]。企業は労働を雇用し生産を行うが、労働は周辺の格子点の すべての企業の生産物を購入することができると仮定する。このようなモデル化のもとでは、企業 の生産が最適化の基準にもとづいて行われるとしても、コスト T がある値を超えると、企業の雇用 する労働の数(配置パターン)にカオス的な変動が発生することが示される[8]。これまでの研究に おいて、このようなエージェントの移動についてのモデル分析手法として、2 つの地域の間において エージェントの移動コストを導入した場合には、移動により形成されるエージェントの配置パター ンにカオス性変動が発生することが指摘されている[8]。しかしながら、これを平面上のエージェン ト配置へと一般化したものはない [24]。また, 局所的交流をするエージェントの特性により生成さ れる信号としてマルチフラクタル以外の存在は示されていない[25]。本論文では、局所的交流をす る平面上のエージェント特性で生成される信号パターンの分析について述べる [24]-[30]。また、シ ミュレーションをもとにして、これらのカオス性変動とパラメータとの関係を明らかにする。 さら に、モデルを簡単化したケースにおいては、エージェント状態を分析することにより、マルチフラク タル表面が生成されること、およびエージェント状態についてクラスタが形成されることを考察す る [24][25][27]。

2 スピルオーバー効果分析の研究

2.1 SCM とスピルオーバー研究

現代における企業間の関係を表現する 1 つの概念として SCM が用いられており、これは産業分野による多少の違いはあるにしても、適切な用語であると言えよう。すなわち、単独の企業が製造から販売までのすべてを手がける従前の生産方式に代わり、部品供給や販売などをそれぞれ専業とする企業との連係によって、効率的な生産を実現する方式である。このような SCM による生産方式は、日本の自動車産業において典型的に見られるが、米国の自動車産業においても日本をモデルとして、部分的に導入されているところである。しかしながら、細かな点に関しては、日米間の自動車産業には差異が見られ、1992 年頃の調査では米国の自動車産業ではいわゆる内製化の比率が 45%であるのに対して、日本のそれは 31%であるとされている。したがって自動車メーカが抱える従業員

数にも大きな差異が見られ、例えば 1993 年当時において、トヨタは GM の 1/13 の従業員で GM の 半分相当の自動車を生産していると指摘されている。

このような日米の企業の環境は現在では変化しており、詳細な分析が必要であろうが、本論文の主要なテーマではないので、ここでは省略する。SCM に関連して、次に問題となるものが、生産において協力する企業の間における従属関係の存在の有無や、これに関連する議論である。最近になるまで 1990 年代においても、日本の自動車産業のメーカと系列企業との関係は従属関係であるとする議論は少なからず存在しており、SCM という概念よりは、垂直統合 (vertical integration) という概念が用いられることも少なくなかった。本論文で議論することになる、いわゆる系列企業に関しても、メーカに従属する存在であるのか、あるいはメーカと独立して存在することができる自律的なものであるのかについて、実証研究も含めた論争がなされている。とはいえ、従属か自律かの明確な区分がなされないまま、生産の形態だけが急激に変化しているのが実態であろう。今次の世界的な自動車生産の落ち込みと、これにともなう中小の部品メーカの窮状を見ると、部品メーカは自動車メーカに従属的な存在であるとも言えるが、一方では、新車の研究開発などで自動車メーカは系列企業との間で人的・技術的な交流を行うことにより、経営管理も含めて大きなかかわりを持っている。とくに、いわゆるプラットフォーム化による生産やモジュール化の進展などにより、自動車メーカとの緊密な連係は重要となっている [31]。

スピルオーバー効果の分析は、このような企業間の連係における利益の創出や、利益の共有化に関するモデル分析であり、メーカ側からの一方的な収奪の構造を指摘した従来の議論とは異なる側面からのアプローチである。したがって、研究の歴史は長くはなく、1990年代から本格的に展開されてきていることを指摘できるであろう。スピルオーバー効果は、メーカから系列企業への技術や知識のフローであるととらえることができ、そのフローが発生する要因となるものが、共通のリスク回避の認識であり、利益の共有化であると言える。一方では、このようなスピルオーバーと並行して、オープンな市場からの技術や知識の取得も可能であるので、スピルオーバー効果の分析においては、これらの比較分析をともなうことになる。

なお、それぞれの国における雇用形態などに応じて、スピルオーバーの形態も異なることが指摘されており、米国では企業の技術開発部門から独立(スピンアウト)して企業を立ち上げる事例が多いのに対して、日本では終身雇用の慣行がまだ存在していることや、いわゆるベンチャー企業の定着が難しいことなどから、系列企業との間での技術・知識のフローとなっている。

2.2 回帰分析による企業間連係分析

スピルオーバー効果分析を企業間の連係における利益の創出や、利益の共有化に関するモデル分析であるととらえる視点から、実際に統計的な差異が見られるかを分析する方法論が用いられている [1]-[7]。これらの研究では、1 つの国における産業全般についての解析、外資による地域産業の活性化などの産業横断的な解析に加えて、系列企業による下流企業への技術や知識のスピルオーバーなども論じられている。ただし、方法論としては、データ収集にもとづく回帰分析(ロジット分析を含む)に限定されており、分かりやすい議論である。以下、回帰分析による国際的あるいは企業間スピルオーバー分析の現状についてまとめておく。

(1) 米国での上流企業の IT 投資が下流に与える影響分析 [1]

米国では、主としてスピルオーバー効果を企業間の垂直統合として議論されている。この研究においても、サプライヤーである企業が下流の企業へ IT 投資を行い、資本蓄積ストック増加を行うことによる効果を分析している。とくにこのような IT 投資により製品の品質向上が図られ、競争力を強化することができることを指摘している。 さらに、投資効果についても 10.5%の IT 投資の増加で $0.63\% \sim 0.7\%$ の産出増加となっており、平均的な数値より大きいことや、上流企業の投資により下流企業における産出が 66 百万ドル ~ 72 百万ドル程度増加する効果を分析している。

(2) 日本の製造業における生産系列の分析 [2]

この研究においては、部品メーカなどが大手のアセンブラのいわゆる系列企業であることにより、オープンな市場のもととは異なる利益や、技術的な優位性を確保できているかを、回帰モデルによって分析している。なお、回帰分析の準備段階として2つの企業における技術的近接度を分析しているが、ここでは割愛する。

いま、生産関数としてコブ・ダグラス型の生産関数を仮定し、これをi番目のサンプルについて対数表現した、次のような関係式を用いる。

$$q_i = \alpha k_i + \beta l_i + \phi r_i + \gamma k_{ki} + \Phi k_{ei} + \varepsilon_i \tag{1}$$

ここで変数 $q_i,k_i,l_i,r_i,k_{ki},k_{ei}$ はそれぞれ、生産量、物的資本ストック、労働投入量、この企業自身の R&D ストック、系列内スピルオーバーのストック、系列外スピルオーバーのストックであり、 ε_i は 残差である。回帰モデルによる分析の結果は、次のような回帰係数の推定と、その有意性検定の結果 (カッコ内に標準誤差を示す) により与えられている。この解析では q_i は企業収益の成長率がとられている。

 $\alpha = 0.245(0.080), \beta = 0.452(0.106), \phi = 0.084(0.048)$

 $\gamma = 0.194(0.079), \Phi : N.A.$

この結果から、系列内のスピルオーバーが相対的に強いものであることの指摘がなされている。また、系列企業による R&D 投資は、系列ではない企業のそれよりも大きくなる傾向も指摘されている。なお、回帰モデルの分析により得られる残差には、系列相関が存在するなど、文献 [2] においてはモデルの改良に関する事項にも言及されているが、ここでは省略する。

(3) 英国電子産業への外資によるスピルオーバー効果の研究[3]

この研究においては、英国電子産業への海外直接投資 (Foregin Direct Investment: FDI), いわゆる外資導入が国内企業の生産性 (Total Factor Productivity: TFP) の向上に寄与するかどうかを、電子産業への投資データをもとに分析している。分析に先立ち、英国では外資により 40 万人の雇用と 10 万人の関連するソフトウェアサービス産業が創出されており、とくに FDI の 25%が日米であり、資本ストックの 50%が日本からの投資によりなされていることが述べられている。この研究においても、回帰モデルを分析に用いており、その式は次のように与えられる。

$$\omega_{t,i} = \alpha \omega_{t-1,i} + \sum_{k=1}^{3} a_k FDIk + bD_i + \varepsilon_i$$
(2)

ここで $\omega_{t,i}$ は年度 t における TFP, FDIk は k 番目の FDI であり, それぞれ FDI1: 地域での外資による雇用, FDI2: 地域外の外資の影響を距離で正規化した数値, FDI3: 外資が関連セクターに与える影響であり, 企業内スピルオーバーに対応する数値となっている。また D_i は年次を示すダ

ミー変数である。なおこの研究においては、外資の種類が多様でありそれぞれの国ごとの分析結果 も示されている(結果の詳細は個別的になるので省略する)。

(4) 米国における企業立地の選択と知識スピルオーバー [4]

この研究では、企業の立地行動において、地域における R&D の力を高めることを目的とするが、一方では競合他社への技術流出が起こらないような警戒を基本としていることをまず述べている。 企業の立地行動をスピルオーバーという視点から見るため、米国の 1985 年から 1994 年までの地域 データを用いて、地理的な性質、大学における研究 (academic innovators)、自治体 (governmental) の 果たす役割について、内向的/外向的 (internal/extrernal) なスピルオーバーを定義して、分析している。 この場合、対象とする企業を先進企業 (leading industry) と追従企業 (lagged industry) とに分類して、それぞれの特徴を見い出している。解析にはロジットモデルを用いており、 $V_{ij}=\beta X_{ij}+\varepsilon_{ij}$ の形で、左辺は企業 i がある地域 j に立地する確率変数であり、右辺の説明変数には大学、企業、自治体における特許取得数などを用い、左辺が 1 となる確率を推定し議論を展開している。その結果、大学や自治体の果たす役割は即応的なものではないなどの基礎的な分析に加えて、企業の性質により立地が大きく異なっていることを見い出している。 具体的には、追従企業、すなわち技術力の弱い企業は高いレベルの開発力が集中した地域を選択するのに対して、先進企業は学術的な環境を好み、競合他社が多く開発活動が活発である地域を避ける傾向にあることを分析している。

(5) イタリアにおける企業の人的資源の蓄積や自治体のインフラ整備の影響 [5]

この研究では、企業の TFP への影響を企業の人的資源の蓄積や自治体のインフラ整備などの視点から分析している。用いているデータは 1980 年から 2001 年までの 22 地域についての産業部門のデータであり、TFP を左辺とする回帰モデル分析を行っている。それらの分析では、説明変数の多くが TFP の向上に寄与することが示されている。しかし、Granger test により因果モデル分析を行い、さらに解析を進めると、企業の R&D しか TFP 向上には寄与しないという結果が得られている。 なお、この分析では回帰モデルに含まれる共線性 (co-linearity) を回避するために共和分 (cointegration) の検定が用いられているが、詳細は省略する。

(6) 南米チリにおけるプラントの間のスピルオーバー関係の分析 [6]

この研究では、地域産業連関表を用いて、南米チリにおけるプラントの間のスピルオーバー関係の分析を行っている。そこでは、垂直統合の視点から見ると、上流企業へのスピルオーバー効果が存在する一方で、下流企業へのスピルオーバーは存在しないとする結果が述べられている。

(7) アイルランドにおける FDI による国内企業の雇用と生産性向上のスピルオーバー分析 [7] この研究では、アイルランドにおける FDI による国内企業の雇用と生産性向上の解析にあたり、アイルランドにおける国内企業の TFP を被説明変数とした回帰モデルを、次のように与えている。

$$tfp_i = \alpha + bFP_i + cPD_i + \eta_i + \lambda_i + \tau_i + \mu_i + \varepsilon_i$$
(3)

ここで説明変数 FP_i, PD_i はそれぞれ外資の比率と地域における人口密度であり、これ以外の変数 $\eta_i, \lambda_i, \tau_i, \mu_i$ は、セクター、地域、年次、プラントを示すダミー変数である。分析の結果として、回帰係数はいずれも有意であることが示されており、外資によるスピルオーバーの存在を検証したものとなっている。

2.3 2つの地域の間で発生するスピルオーバーのカオス分析

これまで述べた回帰モデルなどによるモデル分析とは異なり、いわゆる数理モデルにより、スピルオーバー効果を分析することも行われている [8]-[14]。この場合、企業活動を生産に限定しないで、一般の経済活動としている点が特徴であり、完全雇用のもとでの労働者の雇用状況などを議論の対象としている。具体的には、企業の状況により雇用の変動が発生するので、経済活動を分析対象とした場合に、労働の移動が起こることや、その変動の性質を分析している。原理的には、これらの地域数は 2 つではなく 3 以上でも構わないが、解析が面倒であることと、本論文の後半で述べるように、地域が多くなった場合には容易に均衡状態に移行するので、本来の目的とは別の側面を分析する必要があるという問題が生ずる。したがって、ここでとりあげる研究のすべてにおいて、企業エージェントと労働エージェントが存在する地域の区別は 2 つに限定されている。

これらの数理モデル分析の手法においては、主として従来の一般均衡モデルにもとづいて、企業の生産関数と労働 (消費) の効用関数とを導入して、予算制約のもとでの最適化行動を規定し、その性質を分析する方法が用いられている。また、これ以外にも、簡単な区分線形のモデルを導入して、解析を簡単化している研究も存在する。しかし、これらの研究の全体を通じて示されていることには共通性があり、それは労働エージェントの配置において、時間的な変動が観測され、しかもそれがカオス性変動を示すことである。カオス性変動について簡単に性質をまとめるならば、システムの挙動は確定的なモデルで記述され、確率変数などの不確実性が含まれないにもかかわらず、挙動に大きな変動が観測されることを意味している。以下では比較的容易に入手できる文献をもとに、研究内容を整理しておく。

(1) 2 地域間における労働移動のカオス性変動分析 [8]

まず基本モデルとして、企業と労働のグループが存在しているモデルにおいて、労働が主として存在する地域と、この労働が移動可能である別の地域を仮定する。次にこれらの2 地域の間での労働の移動を分析し(元の地域にとどまる比率を λ とする)、条件によっては移動が安定せずにカオス的な変動を示すことを述べている。企業は2 つの地域に存在し、操業している企業の個数は変化するが移動はしないと仮定し、労働は有利な雇用条件を求めて移動可能であるとする。企業と労働は、それぞれ利潤最大化と効用最大化のもとでの行動選択を行い、労働は自身に有利な地域に移動することができる。ただし、移動にはコストT がかかると仮定する。同様に、別の地域で生産される商品を購入する場合にも、コストT がかかると仮定する。このような条件のもとでは、T が2.3 以下の場合には労働の移動は起きずに、 $\lambda=0.5$ により均衡する。他方、T>2.3 の場合には均衡は成立するが、時間的にこの均衡点 λ が変動する。この変動 λ の時系列を解析した結果、カオス時系列であることが示される。このような現象は、労働が有利な条件を求めて移動するが、やがてこの有利さを打ち消す状況が生まれると、元の地域への復帰を選択する行動が出現し、このような繰り返しが労働の分布におけるカオス性変動を発生させていることから説明できる。このことは、現実の世界における地域を越えたスピルオーバー効果として理解できるであろう。

(2) 地域間の不均等とスピルオーバーの発生可能性の分析 [9]

これは、先進地域と後発地域の2つが存在し、地域の間に初期値として技術と知識に関して格差がある場合において、格差が縮小する条件を分析した研究である。解析の手法は2つの地域における企業の生産関数と消費者の効用関数を仮定する方法であり、その形状は通常の均衡分析と同じであ

る。すなわち、企業はある生産関数のもとで利潤最大化の行動を求める一方、消費者は予算制約のもとで効用関数を最大化する行動をとる。この最適化行動のもとで2つの地域の間で均衡が成立する価格を求める操作により、変動を分析する。分析の結果として示されるのは、地域間の格差の縮小、すなわち技術や知識のスピルオーバーが発生するためには、2地域の間の条件の格差が過大ではないことが必要であることである。このモデル分析においても、労働の移動にはコストがかかることが仮定されており、表現の形式はやや異なっているが、Currie らのモデルに類似する解析であると言える。

(3) スピルオーバーによる競争力融合の効果分析 [10]

これはスピルオーバーによる他の地域の情報を活用することをモデル化した研究であり、2つの地域があり、これらの間を企業が移動可能であると仮定した場合には、利益情報が相互に交換されることにより、地域間の競合関係が緩和され、スピルオーバーと同様の効果が発揮されることを分析している。企業はグループ(クラスタと呼ばれる)を形成し、これらの2つのクラスタの間を、条件に応じて移動可能であると仮定した場合には、内的あるいは外的なスピルオーバー効果により、2つの地域における特性を有利に活用できることを示している。このような意味で、地域の間で間接的な相互の影響が発生し、これをスピルオーバーとして定式化している。

(4) 消費スピルオーバーが均衡点の不確実性に与える影響 [11]

この研究においては、内生的な労働供給のもとでの成長モデルを仮定した場合に、消費の外部性により均衡点における変動が発生し、それが不確実性を生み出す原因となっていることを指摘している。解析の方法は従来の均衡モデルと同じであり、企業の生産関数と消費における予算制約のもとでの効用関数最大化の仮定を導入する。一般には、均衡価格が求められ安定点を推定して、モデル分析は終了する。しかしながら、消費における代替係数が定数でなく、条件に応じて変動する場合には、均衡点が変動することが示される。これを、複数地域における消費の代替に相当するモデルとして定式化することにより、1つの消費スピルオーバーとして分析することができる。

(5) 公的インフラ投資と税制がスピルオーバーに与える影響 [12]

この研究では、公的インフラ投資と税制に注目し、隣接する地域において公的インフラの整備と税制の違いによりスピルオーバーが発生するかどうかを分析している。まず第1段階の解析として、公的インフラ整備の与える影響を分析し、公的インフラが整備されることにより、隣接する地域も企業活動や企業進出の恩恵を受けることができることを分析している。さらに、このような公的インフラの整備にだけ注目すると、税制をとくに変更する必要が発生しないことを示している。研究ではさらに、協力関係と非協力関係のモデルを導入し、やや精密な分析を行うことで、過剰なインフラ投資が逆の効果を招くことも示している。

2.4 エージェントによるクラスタ形成分析

企業と労働者の雇用シミュレーションを行う場合に,前節で述べたような均衡モデルによる解析ではなく,やや簡単化したモデルと解析により,性質を分析する方法が論じられている [15]-[23]。その代表的な研究として Oomes などの分析がある。一般的には,複数の企業エージェントと労働エージェントが平面上に存在するモデルを仮定した場合には,含まれる変数が極めて多くなる問題がある。しかも,両者が互いに独自の行動基準を持っている場合には、その均衡条件を定めることも容易

ではない。このような制限を緩和して,しかも現実に観測される事象との対応をとるようなモデル を提案している。なおこのモデルについても,本論文の後半では拡張したモデルを用いる。この分 野に関しても,いくつかの代表的な研究があり,以下にまとめておく。

(1) planner モデルによる雇用クラスタの形成分析 [15]

Oomes により示された先行研究は、モデルが比較的分かりやすいことや現実的な議論を展開しているなどの特徴がある。等間隔に格子点が配置された平面を仮定し、格子点には企業と労働エージェントが配置されているとする。企業と労働は周辺の状況を観察することができ(局所的交流と呼ばれる)、これをもとに次の時刻の行動を決定する。企業・労働エージェントがそれぞれ独立に行動する場合の均衡点を求めることはやや面倒であるが、これらの両者を同時に監督し、双方に有利な行動を示唆する第3者(planner)を仮定すると、問題は多少簡単になる。企業が得た利益は、すべて労働に移転されると仮定し、労働は社会的な移転として最低額をもらうことができると仮定する。このような条件のもとで、雇用する格子点と非雇用の格子点はグループとして分離され、平面上のクラスタが形成されることが示される。このような現象が、現実の企業立地などでも観測され、雇用の集中する地域とそうではない地域とが分離される事象を説明するモデルとなっている。

(2) 労働市場における流動分析 [16]

この研究では、労働市場において雇用のキャパシティがあり、労働の集中や市場の力などの要素を労働エージェントに対して既知として、エージェント行動を分析することにより、変動を予測している。この場合、労働エージェントはコミュニティの中で情報交換することを仮定しており、いわゆる局所的交流のモデルを用いている。均衡分析の手法として、囚人のジレンマにもとづく決定パターンを用いている。なお、労働エージェントはとくに平面上に配置されるなどの一般化はなされておらず、集団としての挙動だけが注目されている。

(3) 直線上に配置された労働エージェントの局所的交流 [17]

このモデルにおいても、隣接する労働エージェントの間での情報の交換を仮定する局所的交流の モデルと、行動決定に囚人のジレンマにもとづく決定パターンを援用している。 ただし、 エージェ ントの配置は平面上ではなく、 直線の上として仮定され、 均衡点の発生とその変動を議論している。

(4) シカゴ地域における地域雇用パターンのクラスタ形成 [18]

この研究では、地域における雇用情報が公開されることを仮定した場合に、雇用と失業のクラスタが形成されるかどうかを数理モデルとして示し、これを実際にシカゴ地域の雇用データにより実証分析している。これらは、エージェントどうしの局所的交流として定義することができ、雇用の現状や情報が周辺に広がるという意味で、スピルオーバーを表現している。分析の結果として、雇用と失業は空間的な相関を示しており、雇用地域にクラスタが形成されると同時に、失業のクラスタも顕著に見られることが述べられている。とくに、非技能労働者の居住地域やマイノリティ居住地域では、周辺への影響の拡大という意味で、悪い意味でのスピルオーバーが発生していることを指摘している。

(5) ネットワークコミュニティにおける参加者の変動 [19]

鉄が磁石へと磁化される場合には、スピンが一定方向にそろい、これが磁性を生み出すことが知られている。この研究では、これに類似したモデル分析の方法として、近隣のエージェントが同じ行動をとるように決定を行った結果として、クラスタが発生することを用いている。このようなクラスタの形成ならびに、クラスタの生成・衰退の時間的な変動を、参加するエージェントの行動の活

発さのパラメータにより説明している。とくにこの研究では、エージェントが相互に結合するネットワークの構造に注目し、その構造がいわゆるスケールフリーネットワークである場合に保存される性質を分析している。エージェントの局所的交流によりクラスタが形成されることは、Oomes のモデルと同じ分析を対象としているが、さらに、エージェントの活動パラメータによってはクラスタが衰退することも分析している。その意味で、エージェントの特性がクラスタ境界を越えて行くスピルオーバー効果であると規定することができるであろう。

(6) 居住地域のおける農家と居住者との境界の分析 [22]

この研究では、平面上におけるエージェントの行動を規定するモデルとしてセルオートマトンを導入し、居住する住人が農家であるか、通常の居住者であるかを区別する境界が発生することを示すと同時に、これらの2者が混合するベルトの存在をシミュレーションをもとに分析している。居住地域における条件と、新しく地域に参入する住人の選好を仮定し、どのように居住が拡大するかをシミュレーション分析している。このような分析は、都市部からその周辺への居住の拡大を分析する場合に有効であり、住民のスピルオーバーとして定義できるであろう。

3 平面上のエージェント局所的交流のモデル

3.1 複数地域におけるエージェント協調の基本モデル

説明を分かりやすくするため、本論文ではエージェントどうしが協調するモデルとして生産活動を事例としてとりあげ、生産を担うエージェントである企業エージェントと、労働力を提供するエージェントである労働エージェントが存在すると仮定する [8][15][24]。なお、ここで示す表面データの性質は、ニューラルネットワーク平面や、いわゆるイジング (Ising) モデルなどの工学分野でも観測されることを指摘しておく [32]-[34]。本論文ではエージェントが平面上に配置されたモデルを考察するが、以下では最初に、この背景にある基本モデルの概要を文献 [8] にしたがって整理しておく。なお、詳細については付録 A にまとめている。また、ここで用いるいくつかのモデルを、次のように呼ぶことにする。

Model S: 複数地域でのエージェント協調の基本モデル

Model P: Model S を平面に拡張したモデル

Model B: Model P のエージェント行動を簡素化したモデル

Model D: Model B においてエージェント状態を 2 値に制限したモデル

(1) Model S: 複数地域基本モデル

以下では、地理的に 2 つの地域 (i=1,2) を仮定し、それぞれの地域に、複数の企業エージェントと複数の労働エージェントが存在すると仮定する。 すなわち、1 つの地域の中に複数の企業・労働エージェントが存在するものとする。 なお、説明では一般に地域が $N \geq 2$ であるケースも含めて式を示す。企業エージェントは地域間を移動はできないが、労働エージェントは他の地域の雇用の場所へと移動可能であるとする。 話を簡単にするために、労働エージェントのプールが地域 1 に存在し、このプールから離脱して労働エージェントは地域 2 へと移動できると仮定しておく。

協調関係により生産される商品は1種類としておく。生産のモデルはさまざまなものが存在するが、以下では簡単なモデルを用いる。それぞれの企業エージェントは一定数量 q の商品を生産し、

その費用 c は固定部分と、製造数量 q に比例する部分から成り立ち、次のような式で与えられると仮定する。

$$c = \alpha + \beta q \tag{4}$$

地域 i における労働の賃金を $w_i(t)$ としておく。なお,以下では生産のモデルを時間 t の関数として議論するので,変数は t の関数として与えられる。このような前提のもとで地域における最適な生産のためには,商品の価格 $p_i(t)$ は次のように設定することが必要となることが示されている [15]。

$$p_i(t) = \beta \alpha w_i(t) / (\sigma - 1) \tag{5}$$

ここで $\sigma(\sigma > 1)$ は生産における弾性値である。労働エージェントについて 2 地域を合計した総数を L とし、地域 i における割合を $\lambda_i(t)$ とする。

このようなモデル化のもとで、企業エージェントは最適な生産を追求し、労働エージェントは自身の要求が充足 (効用が最大化される) ような行動をとる。これらの双方の要求が満足される時点で、生産する商品の価格 (この価格は労賃にも等しい) が定まる (いわゆる均衡条件の存在)。一般には、このような均衡条件 (地域が 2 つの場合には $\lambda_1(t)=\lambda_2(t)=0.5$ である) は容易に検出できて、時間が経過しても変化しない。しかしながら、労働エージェントの移動にコスト T>1 が必要である場合には $\lambda_i(t)$ が時間的に変動し、しかもその変動はパラメータ T に依存して、カオス的な変動を示すことが分析されている。

以下ではモデルの説明において重要な式のみ整理しておく。まず、地域 i における商品の需要は次で与えられる [8][35]。

$$d_i(t) = \mu \left[\sum_{j=1}^{N} Y_j(t) \hat{G}_i(t)^{\sigma - 1} \right] p_i^{-\sigma}, G_i(t)^{1 - \sigma} = \sum_{j=1}^{N} n_j(t) \hat{p}_j^{1 - \sigma}, n_j(t) = \lambda_j(t) L/l$$
 (6)

ここで $Y_i(t)$ は地域 i における労働エージェントの収入である。

$$Y_i(t) = F/N + w_i(t)\lambda_i(t)L \tag{7}$$

$$\hat{p}_{j}(t) = \begin{cases} p_{j}(t); i = j; \\ p_{j}(t)T; i \neq j \end{cases} \hat{G}_{j}(t) = \begin{cases} G_{j}(t); i = j; \\ G_{j}(t)/T; i \neq j \end{cases}$$
(8)

F は固定収入であり、式の中の変数は $l=\alpha\sigma$ により与えられ、 μ は F および L から決まる。 どの地域においても企業エージェントの生産する商品の数量は同じであることが要求され (商品価格と賃金が比例することによる)、次の式が価格が満足すべき方程式になる。

$$d_i(t) = q \tag{9}$$

地域 i における $\lambda_i(t)$ の遷移については、次のような過程をたどる [8][21]。

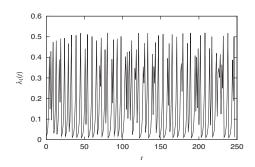
$$\lambda_j(t+1) = \lambda_j(t) + \prod_{i=1}^N \lambda_i(t) L\gamma \ln \frac{p_1(t)}{p_j(t)} (\frac{G_j(t)}{G_i(t)})^{\mu}$$
 (10)

(2) $\lambda_i(t)$ のカオス的変動

シミュレーションをもとに分析をすると、労働エージェントの移動のコスト T に応じて $\lambda_i(t)$ の時系列にカオス的変動が発生することが分かる。 いま、シミュレーションの条件を以下のようにしておく。

 $L = 200, \alpha = 1, \beta = 1, \sigma = 5.0, \gamma = 0.4, \mu = 0.4$

 $\lambda_i(t)$ の時系列のカオス性変動について地域が 2 つである場合の結果は、文献 [8] に示されているためここでは説明は省略する。図 1 には、われわれが分析した地域が 3 つである基本モデル (Model S) における $\lambda_i(t)$ のカオス性変動について時系列を示し、図 2 にはパラメータ T に依存する分岐図の例を示す [24]。



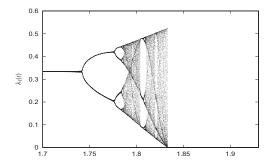


図 1. $\lambda_i(t)$ のカオス性変動の例 (3 地域)

図 2. $\lambda_i(t)$ のカオス性変動の分岐図の例 (3 地域)

(3) 複数グループのエージェント協働

次の節では平面上へとエージェント局所的交流モデルを拡張した $\operatorname{Model} P$ における労働エージェント配置を議論するが、 $\operatorname{Model} S$ と $\operatorname{Model} P$ との中間にあるモデルについて、シミュレーションをもとに分析する。ただし本論文では部分的な解析であるので、概要を整理するにとどめておく。これまで述べてきた 1 つのグループの内部における N 地域を仮定した場合の企業・労働エージェントの配置を拡張して、複数グループが存在する場合のエージェント協働モデルを考察する。しかしながら、単純に相互に関連性のないグループが複数であると仮定したモデルへの拡張においては、グループを 1 つに限定したモデルへと帰着できるので、以下では次のような関連性をモデルに導入する。このモデルにおいてはグループ全体を通じた相関が発生するので、自明ではない現象が発生する可能性がある。

いま、2 つのエージェントのグループであるグループ A とグループ B が存在すると仮定し、グループ A(B) における地域を $A_i, i=1,2,...,N$ $(B_j, j=1,2,...,N)$ としておく。これらの 2 つのグループの間における関連性をモデル化する方法として、2 つのグループにおいて、ある地域が共通するケースを考察する。すなわち $A_i=B_j$ となる場合が存在すると仮定する(これを簡単に地域共通の仮定と呼んでおく)。

次に、複数グループのエージェント協働モデルにおける労働配置のカオス発生条件を、シミュレーションをもとにして検討する。 なお、この複数グループのエージェント協働モデルにおける労働配置に見られるカオス時系列やその分岐図を示すことも可能であるが、個別的なものになることや、図1、2 に示す 1 グループの場合の図と大きな差はないので、ここでは省略する。 これらの省略した図に含まれるデータについては、以下に示すような、ケースごとのカオス性変動発生の開始条件を整

理することで代表させる。

複数グループのエージェント協働を仮定した場合は、グループ間の地域を重複共通させる度合いと、その発生により、カオス性変動の発生に差異が生まれることが予想される。 したがって、ここでは前に定義したグループ間における地域の重複度合い r_C に加えて地域数 N とグループ総数 M をもとにしてケースを作成し、これらのケースごとにカオス発生条件を推定する。 それぞれのケースについて、労働エージェントが移動可能である地域をランダムに選択するシミュレーションを 50 回実施し、この平均的な挙動を表 1 にまとめている。 表 1 においては、それぞれの N, M, r_C の値において移動のコストのパラメータである T の値を変化させた場合に、労働の雇用率にカオス性変動が出現する境界値 $T=T_B$ を示している。

シミュレーション結果から分かる点として、次のことがあげられる。まず $r_C>0.5$ においては、いずれのケースにおいても均衡状態の間に発生するカオス的変動の状態が見られない (表では示していない)。次にケースごとの T_B の値には大きな差異は見られず、ほぼ 1 グループを仮定したエージェント協働の基本モデルにおけるカオス発生と同様の条件となっていることが分かる。

N	M	$r_C = 0.1$	$r_C = 0.2$	$r_C = 0.3$	$r_C = 0.4$
2	10	1.61	1.62	1.67	1.67
2	50	1.64	1.63	1.66	1.65
2	100	1.63	1.65	1.66	1.64
3	10	1.81	1.87	1.85	1.85
3	50	1.81	1.82	1.82	1.82
3	100	1.82	1.82	187	1.83

表 1. 労働の移動率 λ_i にカオス性変動が出現する T の境界値 T_R

3.2 平面上のエージェント配置への拡張

これまで整理してきた地域が 2 つあるいは 3 つのモデルを、平面上に企業・労働エージェントが配置されるケースへと拡張する。基本的には、ある格子点におけるエージェント配置が周辺の格子点のエージェント配置と関連を持つことができると仮定している。別の格子点への労働エージェントの移動のコストは T であると仮定しておく。

(1) Model P: 平面上エージェント配置モデル

これまで述べてきた地域の関係が対象地域以外には広がらない場合と比較して、平面上にエージェントが配置される場合には、隣接する領域の間でオーバーラップする関連性が生まれてくるので、分析は複雑となる。話を分かりやすくするために、平面のある領域の中心の座標を(0,0)として、この周辺に配置されたエージェントの相互関係を次式により示す。

$$d_{0,0} = \mu \left[\sum_{i=-1,1} \sum_{j=-1,1} \hat{Y}_{i,j} / G_{i,j} \right]^{1-\rho} p_{0,0}^{-\sigma}$$
(11)

 $d_{0,0},p_{0,0}$ は座標 (0,0) における需要と商品価格であり, $Y_{i,j}$ は座標 (i,j) に移動してきた労働エージェントの収入合計である。これ以外の座標, 例えば (0,1) における $d_{0,1}$ を与える式も, 同様に求めることができ, 右辺には $Y_{i,j+1}$ が含まれる。このように, 注目する $d_{i,j}$ の座標が (0,0) から 1 つずれた場合には, 右辺に加わる変数も $d_{0,0}$ を記述する変数とは異なるものになる。したがって, 式

(11) に示す均衡条件を与える価格を計算するには、全部の平面における価格 $p_{i,j}$ を同時に求める必要がある。

このような均衡条件が成立するための価格 $p_{i,j}$ を解析的に求めることはできないので、本論文では逐次的な計算方法を用いている。 すなわち、ある時刻には価格 $p_{i,j}$ 以外は既知であるとして $p_{i,j}$ を推定し、次のステップではこの価格以外のある価格について、同様な近似的な推定を行い、推定値の変化が小さくなるまで繰り返し計算をする。

(2) 労働エージェント個数のマルチフラクタル性

以下では、平面上での協調エージェントの局所的交流モデル $Model\ P$ において、労働エージェント状態の特性を、シミュレーションをもとにして検討する。シミュレーションの条件は前節に示したものと同じである。平面のサイズは 200×200 であると仮定する。ここでは、エージェントが存在する格子点における労働エージェントの総数、すなわちある格子点において流入する労働エージェントの割合を集計した数値を格子点上の表面データとして用いる。 さらに、この表面データについてマルチフラクタル性が存在するかどうかを分析した結果を示している。

このシミュレーションの条件のもとで、十分な時間が経過したあとのエージェント状態である格子点の上のエージェントの総数すなわち隣接する格子点から流入する λ_{ij} の合計の例を図 3 に示しておく。ただし表示の都合上,この表面の 50×50 部分だけを示している。この図 3 の分析結果の詳細は省略するが、格子点の上のエージェントの総数すなわち隣接する格子点から流入する λ_{ij} の合計を表面データとした場合には、表面はマルチフラクタルとなっていることが分かる。これを確認するために図 4 においては、この表面データから求めたヘルダー指数 D(h) の例を示している。なお、ここでは表面データのマルチフラクタル分析に、ウェーブレット変換にもとづく手法であるWavelet based Modulus Maxima(WTMM) を用いている [25][36]-[39]。この手法に関する解説については多くの文献があるので、ここではその詳細は省略し概要を付録 B に示すにとどめる。この図 A から分かるように、 $A_0=0.24$ の付近で $D(h_0)=1$ となり、この A_0 の値の両側に D(h) の形状が広がっている。

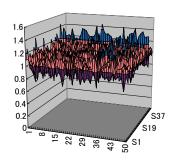
また、以降の応用例で比較分析に利用するデータとして、格子点から流出する労働エージェントの割合 λ_{ij} については、次のように整理することができる。

(a) λ_{ij} の値は正である

ある格子点に配置された労働エージェントはすべての近隣の格子点に移動しており、特定の格子 点への移動がないケースは見られない。このことから、エージェントの挙動は均質的であることが 推定できる。

(b) ゼロでない λ_{ij} の数値はほぼ同じである

さらに、ある格子点から近隣の格子点に移動する場合の流量である λ_{ij} の間には大きな差異は見られない。このことからも、 $\mathrm{Model}\ P$ におけるエージェントの挙動は、均質的であることが推定される。



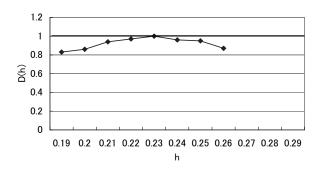


図 3. 格子点の上のエージェント総数の表面例

図 4. 表面のマルチフラクタル分析 (D(h))

4 エージェント行動を簡素化したモデル

4.1 エージェントの稼動・雇用モデル

これまで述べたモデルにおいてエージェント行動を推定するには、非線形方程式を解く手順が必要であり、長い時間にわたるシミュレーション結果を求めるための計算は多大となる。これを回避して見通しの良い解を求めること、および別の側面を解析するため、以下ではエージェント行動を簡素化したモデルを考察する。

(1) Model B: **エージェント行動簡素化モデル**

このモデルにおいては、原理的には企業エージェントと労働エージェントの挙動を別のものとして取り扱うこともできるが、より効率的に均衡解を求める方法として企業と労働者の双方の利益を全体して眺めることができる planner を導入する手順が示されている [15]。 すなわち、格子点の状態は 1 つであると仮定し、この状態が 1 であることを企業の操業度と、労働者が雇用されている率とを同時に表現すると仮定している。企業が稼動中であれば労働者は賃金を得ると同時に、これをこの格子点(および周辺)において消費する。ある企業エージェントの売上げは周辺 S_c の労働者からの消費支出の一部を含むと仮定し、周辺 S_c に含まれるエージェント数を N_c とする。また企業が稼動しない場合には、労働者は無条件に $\sigma_B(0 \le \sigma_B \le 1)$ である収入を得ると仮定する。この企業・労働エージェントの時刻 t における利益の期待値 $u^c(t)$ の最大化問題を planner から見て形式的に示すと、次のようになる。

$$\max_{x^c(t)} u^c(t) = \phi[(1 - x^c(t))\sigma_B + \min[x^c(t), \sum_{d \in S_c} p(d, c)x^d(t)]], p(d, c) = 1/N_c$$
(12)

ここで $x^c(t), x^d(t)$ は格子点 c,d におけるエージェントの状態, p(d,c) は格子点 d のエージェントが稼動している場合に、格子点 c のエージェントが利益を得る割合 (確率) である。以下では簡単化のため, $p(d,c)=1/N_c$ のように仮定しておく。なお関数 $\phi(.)$ は特別な形状を仮定する必要はないので、単純に $\phi(z)=z$ としておく。この最大化問題を解く方法としては、稼動しない場合の利益と比較して稼動する場合の利益が多い場合には、稼動するという行動をとることを用いる。

原理的には、エージェントの最適な行動は式 (12) から得られる解によるものが望ましいものとなる。 しかし、式 (12) におけるエージェントの状態は時刻 t における値であり、左辺に示す状態変数

の時刻もtであるため,連立方程式を解く問題に帰着され複雑となる。もしこの方程式の解が得られると仮定した場合には,エージェントは短い時間で最適な行動を選択することができる。 具体的には,それぞれのエージェントが満足する均衡状態が,短時間に達成される。 このような式 (12) に示す解による行動を,合理的期待にもとづく行動と呼ぶ。 しかしながら,このような解は一般的には容易には得られないので,代替的な方法を用いる。 いま,右辺に含まれるエージェントの時刻t における状態は,近似的に時刻t-1 と同じであるとする期待を仮定した場合(このような場合を適合的期待による行動と呼ぶ)には,式 (12) における左辺の値を求めることができる。

具体的には、時刻 t において σ_B を境界値として操業を決めるエージェントの行動は、次の式で記述できる。

$$x^{c}(t) = \begin{cases} g_{1}(\mu); \mu < \sigma_{B}; \\ z, z \in (0 \sim 1); \mu = \sigma_{B}; , \mu = \sum_{d \in S_{c}} p(d, c) x^{d} (t - 1) \end{cases}$$
(13)

(2) 簡素化されたケースの信号のマルチフラクタル性

以下では、シミュレーションにより得られる $\operatorname{Model} B$ におけるマルチフラクタル表面生成の結果を示す。 シミュレーションの条件を以下に示す。 なお、 生成された表面の信号のマルチフラクタル性の確認には WTMM 手法を用いる [36]-[39]。

平面のサイズ: 2000 × 2000

 $x^{c}(t)$ の初期値: [0,1] の範囲の一様乱数

WTMM \mathcal{O} dilation index: $m = 0 \sim 5$

図 5 にはある時刻における格子点に配置されたエージェントの状態 $x^c(t)$ を示しており、これはマルチフラクタル表面になっていることが確認できる (表示の都合上、 100×100 の部分のみ示す)。 ただしこの表面の形状は一定ではなく時間的に変動を続け、変換幅は平均して $x^c(t)$ の約 7.5% となっている。図 6 には、これらの表面について変換 (WTMM) を用いて推定した D(h) の形状を示している。この図において、パラメータ σ_B などの違いにより $Case\ 1 \sim Case\ 4$ を定義している。

Case 1: $g_1(\mu) = \sqrt{\mu}, g_2(\mu) = \mu^2, \sigma_B = 0.25$

Case 2: $g_1(\mu) = \sqrt{\mu}, g_2(\mu) = \mu^2, \sigma_B = 0.5$

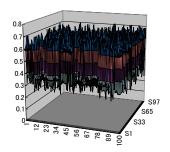
Case 3: $g_1(\mu) = \sqrt{\mu}, g_2(\mu) = \mu^2, \sigma_B = 0.75$

Case 4: $g_1(\mu) = \mu, g_2(\mu) = \mu^2, \sigma_B = 0.5$

この図 6 から,ある $h=h_0$ を中心としての広がりが見られており,サポートが広がっていることが確認でき,マルチフラクタル表面であることが分かる。 ただし Case 4 では,ほぼモノフラクタルである特性を示している。 これまでわれわれは,人工株式市場のモデルにおいてパラメータの設定に応じて,株価がカオス性変動とマルチフラクタル性を示すことを分析してきたが,表面データについてもこのような現象が確認されたことになる [24][29]。

4.2 2値化されたエージェントの稼動・雇用モデル

エージェント行動を簡単化したモデルにおいて、さらにエージェントの状態を 2 つに限定したモデルを考察する。このモデルは Oomes により提案されたものであるが、エージェント状態から得



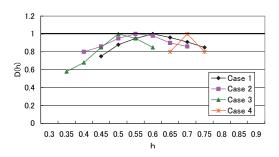


図 5. マルチフラクタル表面の例 (Model B)

図 6. D(h) の例 (Model B)

られる信号パターンを分析することは行われていない [1]。本論文では、このエージェント状態から得られるパターンの性質を分析する [15][24]。

(1) Model D: エージェント状態 2 値化制限モデル

このモデルにおいては、前節で定義したエージェント行動をさらに簡単化して、エージェントの状態が1か0かのどちらかしかとらないと仮定する。 すなわち、格子点における企業エージェントと労働エージェントは、基本的には1つのエージェントであるとみなされ、この状態が1(あるいは0) であることは、企業エージェントが操業しており労働エージェントが雇用されている(企業エージェントが操業停止しており労働エージェントが雇用されていない)状態を表している。

時刻 t において操業・雇用 (操業停止・非雇用) を決めるエージェントの行動は、次の式で記述できる (μ の定義は直前の $Model\ B$ と同じ)。

$$x^{c}(t) = \begin{cases} 0; \mu < \sigma_{B}; & iz, iz \in [0, 1]; \mu = \sigma_{B}; \\ 1; \mu > \sigma_{B}; & (14) \end{cases}$$

エージェントが適合的期待による行動をとった場合に、十分な時間経過ののち、すべてのエージェントが満足する均衡状態が達成できるかどうかの厳密な証明はない。 しかしながら、エージェントが情報を収集する範囲 S_c 、すなわちエージェントが存在する格子点からの円の半径 r が十分に大きい場合には、時間が経過したあとに、均衡状態が達成でき、エージェントの状態についてクラスタが形成されることが証明されている [15]。

(2) 2 値化エージェント状態のクラスタ形成

次に、エージェントの状態を 2 値に制限した $Model\ D$ について、エージェントの状態においてクラスタが形成されることを示す。シミュレーションの条件は以下の通りである。

平面の大きさ: 200×200 , $\sigma_B : \sigma_B = 0.5$

エージェントが情報収集する範囲: 半径 r=1,1.7,2 の円

図 7 には状態の初期値をランダムに与えた場合において時間の経過とともに、状態が 1 であるエージェントのクラスタが形成される例を示している (r=1)。 なお、図示の都合上、このような平面の一部 $(50\times 50$ の大ききの平面)だけを示している。この図から、時間の経過とともにランダムな状態のパターンから、まとまったクラスタの形状へと変化していくことが分かる。

しかし、図示してはいないがクラスタ形状の周辺部においては時刻 t, t+1 において、1 から 0(あ

るいは逆) に変化するエージェントがあり、クラスタ形状は細かな変化を続ける。これらの状態遷移を繰り返すエージェントは、クラスタの境界部に位置している。 いま固定的なクラスタが形成されるまでの時間の平均値を T_c とし、経過時間 T_c のあとでも平面におけるエージェントの状態が変化している個数を R_c とする。これらを T の値ごとに求めると、次のようになる。

 $r = 1: T_c = 19.3, R_c = 445$ $r = 1.7: T_c = 33.3, R_c = 4$ $r = 2: T_c = 31.5, R_c = 0$

この数値から分かるように、エージェントが情報を収集する範囲である円の半径 r が r=1 の場合には、最終的に 455 のエージェントが状態遷移を繰り返している。また、r=1.7 の場合には、状態遷移を繰り返すエージェントの数は 4 と小さいが、やはり存在している。

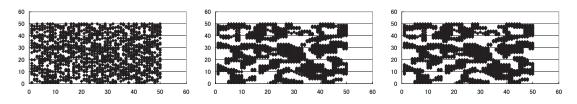


図 7. エージェントの状態のクラスタ形成の例 (Model D, r=1, 左から t=1,8,20)

5 現実に観測されるスピルオーバーに関する考察

5.1 コミュニティにおける集合と離散の時間変動

この節では、本論文で示したスピルオーバーに関するエージェントモデル分析を補完する意味で、現実に観測されるスピルオーバーについて考察する。最初に、コミュニティにおける集合と離散の時間変動をとりあげる。

現在、いわゆるインターネットコミュニティは日本でも一般化しており、その構造の解析や変化をモデル分析することも行われている。この問題を、コミュニティの時間的な変化としてとらえる研究として Oh and Jeon によるものがある [21]。この研究では Open Source Software (OSS) Community として定式化される集団が、外部的な要因 (external influences) により、その大きさや注目度において、時間変化することを分析している。この研究ではコミュニティのメンバーが局所的交流により自身の行動を決めており、その決定方法に Ising モデルを用いていることに特徴がある。しかしこの定式化は、本論文でも引用している Oomes によるモデルに類似しており、分かりやすい設定である [15]。エージェントの状態も 1 か 0 かの離散値により定義され、状態のクラスタが形成されることが、モデルに含まれている。

この研究が Oomes の研究と異なっている点は、メンバーの興味が時間的に変動することにあり、これを熱力学における温度 T として導入している。いわゆる、ボルツマン熱力学における分子の活発さに類似している温度である。 つまり、温度 T が高くなるにしたがって、メンバーの興味の変化幅が拡大することになる。 その結果として、クラスタの形状はもとより、その大きさも時間的に変

動し、最終的には消滅するクラスタも見られることになる。図 8 には、文献 [21] に示された 4 つの OSS コミュニティ(FIPA OS, Utah GLX, Bayonne, Galeon) におけるメンバー数の月次変化を示している。このような時間変動を統計的に調べて、カオス的な変動であるかを検証することは極めて難しいので、以下では、本論文によるシミュレーション結果との関連性だけを述べる。

すでに論じたように、Model S を拡張して平面上に密ではない結合を導入した(密な結合を仮定する Model P までは至らない)モデルにおいては、平面上に配置され移動する労働エージェントの密度を格子点で観測した場合に、カオス的な変動を起こすことを確認している。 すわわち、OSS におけるコミュニティの形成を、企業活動における労働エージェントの集積として模した場合には、エージェントの密度は時間の経過とともにカオス的に変動することが予想される。 したがって、図 8 に示す現実に観測される OSS コミュニティの成長と衰退は、このようなエージェントの集積、あるいはコミュニティにおける群集化 (herding) の時間的な変化を説明することのできる 1 つのモデルになっていると言える。

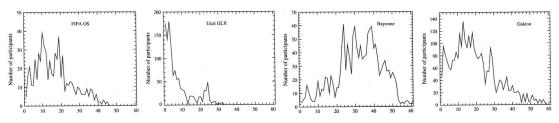


図 8. 4 つの OSS コミュニティにおけるメンバー数の変化 (文献 [21] より引用)

5.2 シカゴにおける失業分布とエージェントクラスタ

地理的な失業の分布からスピルオーバーを議論する方法論が Topa により示されており,本論文の分析の有用性を説明するものになっている [18]。この研究では,モデルの展開の前に,スピルオーバーが多くの分野で観測され,議論の対象であることを述べている。失業,犯罪などの社会現象,教育現場での同輩の影響,技術革新の拡散と偏在,家計や企業の地理的選択の偏在,収入の格差などがこのような分析の対象であり,先行研究を概説している。

この研究では、シカゴ地区における失業分布においてクラスタが発生することを、実際のデータを図式化することで最初に示し、このような結果を説明するためのエージェントモデルを提案している。失業分布の図を文献 [18] から引用し、以下の図 9 に示す。この失業分布を用いた説明においては、失業の地域がクラスタを形成しており、いわゆるランダムな分布ではなく、近隣の地区 (tract) の影響を明らかに受けていることを述べている。シミュレーションによる分析では、ある地区を代表するエージェントが、次の時刻において自身の状態を遷移する確率を、このエージェントを取り囲む周辺地区のエージェントとの間の局所的交流 (inter-tract local interactions) を用いて決定するモデルを用いている。この場合に、エージェントが周辺の状態を観測するデータについては、時刻 t と時刻 t+1 において同じであるとする、いわゆる適合的期待を仮定している。その結果として、エージェントシミュレーションの結果においても、図 t に示すと同様な失業のクラスタが発生することを述

べている。またこの研究では、副次的なモデルとして空間的な回帰モデル (spatial auto-regressive model) を用いて、局所的交流を説明することも試みている。





図 9. シカゴにおける 1980 年 (左), 1990 年 (右) の失業分布のクラスタ (文献 [18] より引用)

5.3 マルチフラクタルによる表面データ判別分析

以下では、エージェントモデルによりマルチフラクタルデータの生成過程を推定するシミュレーションに関するわれわれの研究成果のうち主要なものを引用して、スピルオーバー分析における現実データの事例を示す [25]。この研究では平面上で局所的交流を行うエージェントの状態から生成されたデータについてマルチフラクタル性が確認できることを示している。このプロセスから類推すれば、もし現実の表面データの生成過程が観測可能であり、パラメータと表面データのマルチフラクタル性との関連を逐一把握することができれば、現実のデータについてもスピルオーバー効果を確認することが可能となる。

実際にはそのマルチフラクタル性の発生原因を確認することは容易ではなく、例えば雲の生成や金属メッキの生成について、中間の状態を観測することは不可能に近い。しかしこのような限界がありながら、本論文の手法が現実のデータについても適用可能であるかを検討することには意義がある。ただし、当然のことであるが、実際に観測される雲や金属メッキなどのマルチフラクタルデータの生成過程を直接的に推定したものではなく、本論文で提案するエージェント分析に当てはめた結果、マルチフラクタル性から推定して本論文で用いたスピルオーバー効果を生成するエージェントモデルに類似していると判断するにとどまることを明記しておく。

分析に用いた現実のデータは、次のようなものである。いずれも、2次元平面上に高さ・大きさ・ 濃さなどの情報として表現された表面データである。しかし、厳密な意味で経済社会におけるスピ ルオーバー効果だけの分析を行うには、収集できるデータ範囲に限りがある。したがって、以下では 自然現象も含めて、やや広い範囲のデータを対象としている。

(1) 衛星から観測した雲のデータ [40]

数年間の各月にわたり、衛星から観測された雲のデータであり (濃度の縦方向の累計が表面データに対応する)、それぞれの季節ごとに合計 18 個を収集して分析に用いている。格子点は 512×512

平面に配置されている。

(2) 日米の人口密度の分布 [41]

日米の 2007 年度における人口密度の分布データであり、日本の場合には自治体ごとの密度データ (自治体の地理的な場所における人口密度が表面データに対応する)、米国は郡 (county) ごとの密度データを求めて、若干の重複を許して全国をできるだけ海を含まないように 4 分割し、格子点にデータが存在しない場合にはラグランジュ補間によりおぎなった。格子点は日米のデータにおいて 128×128 平面に配置されている。

(3) 薄膜の原子間力顕微鏡 (AFM: Atomic Force Microscope) 画像

石英基板上に堆積したゲルマニウム薄膜の AFM 画像 (表面の高さデータを用いる) を, 合計 8 個用いて分析する。これらの画像は, 非晶質 Ge 膜 (表面平坦) と多結晶 Ge 膜 (表面凹凸) の 2 つの基本的な種類をカバーしている。格子点は 256×256 平面に配置されている。

なお、ここで示す研究の本来の目的は、規範的なエージェント行動をマルチフラクタル表面の解析結果から推定するものであり、この規範的な行動として $\operatorname{Model}\ R$ 、 $\operatorname{Model}\ M$ を仮定している (それぞれのモデルについてパラメータにより $\operatorname{Case}\ I \sim \operatorname{Case}\ V$ が区別される)[25]。 しかしここでは、現実に観測される表面データがマルチフラクタルとして定式化されることを議論することが目的であるので、モデルの説明は省略する。

判別しようとする現実のデータから D(h) の特徴 $x=(h_0,d_1,d_2)$ を求め、判別変数の値とする。この判別変数の数値をそれぞれのカテゴリ i に対応する判別関数 $f_i(x)$ に代入し、その値が最大となるカテゴリに所属すると判断する。なお判別関数 $f_i(x)$ は、 $Model\ R,\ M$ の学習データを用いて推定されていると仮定する。

文献 [25] では、エージェントモデルによるマルチフラクタル表面生成について 2 つのモデルを提案しているが、ここに示す現実のデータの分析結果を解釈する点から、現実データに両方のモデルを適用することは適当ではない。 したがって、以下では、(1) 雲の衛星写真と (3) 薄膜表面については $Model\ M$ を、(2) 人口密度分布については $Model\ R$ を適用する(すなわち $Model\ M$, R により得られた判別関数を用いてカテゴリを推定する)ことを行っている。

表 2 には、このような判別分析の結果を示している。表では列 (縦) の欄に「雲」、「金属」、「人口」によりそれぞれ対象が、雲の衛星写真、金属の表面成長、および日米の人口密度を意味することを示し、行 (横) 方向にこれらの表面データについて判別分析により推定されたカテゴリの所属していると判断された個数を示している(ただし人口密度のデータ分析でかっこ内の数値は、米国データに対する結果である)。 すでに述べたように、これらの結果は、現実のデータに対して、本論文で提案するエージェントモデルを当てはめた場合に、どのようなエージェント行動に対応するかを示すものであり、想定の結果である。これを考慮して、結果から得られる含意については、以下のような特徴のみを述べるにとどめる。

まず、金属表面と雲の濃度に関しては、ほぼすべてのケースに該当するモデルが存在すると考えられ、とくに $D(h_0)=1$ となる h_0 の値が大きいケースに相対的に集中する傾向がある。このことは、これらの表面データの空間的な変動が緩やかであるケースが多いことを示している。次に、人口密度を表面データと見なした場合のモデル推定の結果では、極めて顕著な偏りが見られる。具体的には h_0 の値が小さいケースに集中しており、人口密度の空間的な変化は日米ともに大きいことが分かる。 なお、これらのケースにおいても、それぞれのケースごとに含まれるパラメータが異なって

いるので、さらにパラメータの違いを用いた解釈も可能であろう。

表 2. 現実のデータにおける MDA による判別分析の結果

対象	I	II	III	IV	V
金属	0	1	2	3	2
雲	2	3	2	3	8
人口	1(2)	2(1)	1	0	0

6 むすび

本論文では、スピルオーバー効果の数理モデル解析の現状について考察し、加えて局所的交流を行う協調エージェント挙動を用いた分析を中心に議論した。すなわち、地理的な相互関連性において、あるいは企業間の連係関係において、メイン企業が存在することによる経済活動の活発化をスピルオーバーの主要な役割としてとらえ、スピルオーバー効果について数理モデルを用いた分析・研究の現状をまとめた。同時に、われわれが現在進めている局所的交流を行う協調エージェント挙動を用いた分析について述べ、その意義を明らかにした。

今後は、独自に事例分析を進めるとともに、エージェントモデルの精緻化を行う予定である。

参考文献

- [1] Z. Cheng and B. Nault, "Industry level supplier-driven IT spillovers," *Management Science*, vol.53, no.8, pp.1199-1216, 2007.
- [2] L. Branstetter, "日本の製造業における生産系列と知識スピルオーバー," フィナンシャル・レビュー, 大蔵省財政金融研究所, pp.1-15, July, 1998.
- [3] S. Grima and K. Wakelin, "Local productivity sipllovers from foregin direct investment in the U.K. electronic industry," *Regional Science and Urban Economics*, vol.37, pp.399-412, 2007.
- [4] J. Alcacer and W. Chung, "Location strageties and knowledge spillovers," *Management Science*, vol.53, no.5, pp.760-776, 2007.
- [5] R. Bronzini and P. Piselli, "Determinants of long-run regional productivity with geographical spillowers: The role of R&D, human capital and pubblic infrastructure," *Regional Science and Urban Economics*, vol.39, pp.187-199, 2009.
- [6] R. A. Lopez and J. Sudekum, "Vertical industry relations, spillovers, and productivity: Evidence from Chilean plants," *Journal of Regional Science*, vol.49, no.4, pp.721-747, 2009.
- [7] S. Barrios, L. Bertinelli and E. Strobl, "Coagglomeration and spillovers," *Regional Science and Urban Economics*, vol.36, pp.467-481, 2006.
- [8] M. Currie and I. Kubin, "Chaos in the core-periphery model," *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol.60, pp.252-275, 2006.

経済学研究 第77巻 第1号

- [9] A. Nocco, "The rise and fall of regional inequalities with technological differences and knowledge spillover," *Regional Science and Urban Economics*, vol.35, pp.542-569, 2005.
- [10] G. I. Bischi, H. Dawid and M. Kopel, "Gaining the competivtive edge using internal and external spillovers: A dynamic anapysis," *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.27, pp.2171-2193, 2003.
- [11] J. Alonso-Carrera, J. Caballe and X. Raurich, "Can consumption spillovers be a source of equilibrium indeterminacy?," *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.32, pp.2883-2902, 2008.
- [12] C. Dembour and X. Wauthy, "Investment in poublic infrastructure with spillovers and tax competition between contiguous regions," *Regional Science and Urban Economics*, vol.39, pp.679-687, 2009.
- [13] C. Piga and J. Poyago-Theotoky, "Endogenous R&D spillovers and location choice," *Regional Science and urban Economics*, vol.35, pp.127-139, 2005.
- [14] J. P. Cohen, J. Catherine and P. Morrison, "Agglomeration economies and industry location decisions: The impacts of spatial and industrial spillovers," *Regional Science and Urban Economics*, vol.35, pp.215-237, 2005.
- [15] N. Oomes, "Local trade networks and spatially persistent unemployment," *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.27, pp.2115-2149, 2003.
- [16] L. Tesfatsion, "Structure, behavior and market power in an evolutionary labor market with adaptive search," *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.25, pp.419-457, 2001.
- [17] A. V. Outkin, "Corporation and local interactions in the prisoners' dilemma game," *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol.52, pp.481-503, 2003.
- [18] G. Topa, "Social interactions, local spillovers and unemployment," *Review of Economic Studies*, vol.68, pp.261-295, 2001.
- [19] D. Puga, "Urbanization patterns: European versus less developed countries," Journal of Regional Science, vol.38, pp.231-252, 1998.
- [20] M. U. Unver, "Backward unraveling over time: The evolution of strategic behavior in the entry level British medical labor market," *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.25, pp.1039-1080, 2001.
- [21] W. Oh and S. Jeon, "Membership herding and network stability in the open source community: The Ising perspective," *Management Science*, vol.53, no.7, pp.1086-1101, 2007.

- [22] G. Caruso, D. Peeters, J. Cavailhes and M. Rounsevell, "Spatial configurations in a periurban city: A cellular automata-based microeconomic model," *Regional Science and Urban Economics*, vol.37, pp.542-567, 2007.
- [23] 呂建軍・時永祥三, "局所的な交互作用と GP による学習を行うエージェントシステムのセル 平面解析 企業間コラボレーションにおけるカオス性分析と制御への応用," 経営情報学会論文 誌, vol.14, no.2, pp.59-78, 2005.
- [24] 高木昇・時永祥三, "平面上における協働エージェントの配置パターンに出現するカオス性変動の解析とその制御," 信学技報, vol.NLP108-477, pp.65-70, 2009.
- [25] 池田欽一・時永祥三, "格子点に配置されたエージェントの交互作用により生成されるマルチフラクタル表面特性を用いた生成過程推定," 電子情報通信学会論文誌, vol.J92-A, no.12, pp.964-979, 2009.
- [26] Y. Ikeda and S. Tokinaga, "Multi-fractality analysis of time series in artificial stock market generated by multi-agent systems based on the Genetic Programming and its applications," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E90-A, no.9, pp.2212-2222, 2007.
- [27] Y. Ikeda and S. Tokinaga, "Chaoticity and fractality analysis of an artificial stock market by the multi-agent systems based on the co-evolutionary Genetic Programming," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E87-A, no.9, pp.2387-2394, 2004.
- [28] 池田欽一・陳暁栄・時永祥三, "GP による学習を基礎としたマルチエージェント・システム によるプライシング時系列のカオス性分析とその応用," 電子情報通信学会論文誌, vol.J89-A, no.4, pp.298-307, 2006.
- [29] 池田欽一・時永祥三, "ノードへのフロー入力調整を含むネットワークにおけるプライシング のカオス性変動の解析とその抑制,"情報処理学会論文誌, TOM0202004, vol.2, no.2, pp.22-37, 2009.
- [30] 池田欽一・時永祥三, "ネットワーク構成されたノードにおけるフロー入力調整と退去を含むプライシング時系列のカオス解析とその抑制,"電子情報通信学会論文誌, vol.J93-A, no.1, 2010.
- [31] 時永祥三, "組み込み型プラットフォームの現状とモジュール化に注目した競争力形成の分析," 經濟學研究, vol.76, no.1, pp.45-73, 2009.
- [32] L. O. Chua and T. Roska, "The CNN paradigm," *IEEE Transaction, Circuit and Systems*, vol.40, no.3, pp.147-156, 1993.
- [33] 矢加部正幸・時永祥三, "遺伝的プログラミングを用いた CNN による拡散モデルの近似と同期 化への応用," 電子情報通信学会論文誌, vol.J85-A, no.5, pp.548-559, 2002.
- [34] L. Onsager, "Crystal statistics. I. A two-dimensional model with an order-disorder transition," *Phys. Rev.*, vol.65, pp.117-149, 1944.

- [35] J. B. Shoven and J. Whalley, Applying general equilibrium, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [36] J. F. Muzy, E. Barcy and A. Arneodo, "Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method," *Physical Review E*, vol.47, no.2, pp.875-884, 1993.
- [37] R. H. Riedi, M. S. Crouse, V. J. Ribeiro and R. G. Baraniuk, "A multifractal wavelet model with application to network traffic," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol.45, no.3, pp.992-1018, 1999.
- [38] P. Ramirez and B. Vidakovic, "Wavelet-based 2D multifractal spectrum with applications in analysis of digital mammography images," *Technical Report of the Georgia Institute of Technology*, vol.6, pp.1-24, 2007.
- [39] A. Arneodo, E. Bacry and J. F. Muzy, "The thermodynamics of fractals revidited with wavelets," *Physica A*, vol.213, pp.232-275, 1995.
- [40] 工藤純一・牧野正三・川村宏, "日本画像データベース (JAIDAS) について," 東北大学計算機 センター広報, vol.30, no.1, pp.97-112, 1997.
- [41] 日本のデータは総務省統計局 (http://www.stat.go.jp/) および国土地理院 (http://www.gsi.go.jp/), 米国のデータはセンサス局 (http://www.census.gov/).

付録 A. 複数地域における協調関係の均衡条件

いま、地域の数を N とし、労働 (消費) エージェントの効用関数 (同一とする) を次のような形であると仮定する [1][20]。

$$U = \left[\sum_{i=1}^{N} (\delta_i)^{1/\sigma} (X_i)^{\rho}\right]^{1/\rho}, \rho = (\sigma - 1)/\sigma$$
(A1)

ここで, X_i は地域 i における商品購入量であり, δ_i は地域 i の商品への支出割合 (シェアパラメータ), σ は商品に対する価格弾力性 (一定値であると仮定) である。地域 i における労働エージェントの使用できる予算 (収入に等しい) を $Y_i(t)$ とすると, 次のような関係になる。

$$Y_i(t) = F/N + w_i(t)\lambda_i(t)L \tag{A2}$$

ただし, F は労働以外の定額の収入を意味する。総収入における労働とこれ以外の収入の関係は, 次のように整理される。

$$\left[\sum_{i=1}^{N} w_i(t)\lambda_i(t)\right] L/F = \mu/(1-\mu)$$
(A3)

ここで $\mu < 1$ は、労働エージェントの収入に占める商品へ支出割合である。

労働エージェントの効用 U を最大化する 1 階の条件から、地域 i で生産される商品への最適な生産数量 (これは需要数量にも等しい) $d_i(t)$ が得られる [1][20]。

$$d_i(t) = \mu \left[\sum_{j=1}^{N} Y_j(t) \hat{G}_i(t)^{\sigma - 1} \right] p_i^{-\sigma}$$
(A4)

$$G_i(t)^{1-\sigma} = \sum_{j=1}^{N} n_j(t)\hat{p}_j^{1-\sigma}$$
(A5)

$$n_i(t)c = \lambda_i(t)L, (i = 1 \sim N), \sum_{i=1}^{N} \lambda_i(t) = 1$$
(A6)

地域間で労働エージェントと商品の移動が可能であることを考慮し、購入価格 $p_i(t)$ および $G_i(t)$ は、調整された量へと変更されることを含んだ式となっている。 すなわち、 $\hat{p}_j(t)=p_j(t)$ 、 $\hat{G}_j(t)=G_j(t)$ for i=j、 $\hat{p}_j(t)=p_j(t)$ T, $G_j(t)=G_j(t)$ for $i\neq j$. どの地域においても企業エージェントの生産する商品の数量は同じであるとする仮定があるので、式 $g=d_i(t)$ が価格が満足すべき方程式になる。

付録 B. WTMM の概要

時系列の場合の WTMM の概要を示す。与えられた時系列 x(t) に対してウェーブレット変換を適用し、ウェーブレット係数 x_t^m を計算する。

$$x(t) = \sum_{i=1}^{N/2^{m}} \sum_{m} x_{i}^{m} \psi_{i}^{m}(t), x_{i}^{m} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{i}^{m}(t) dt$$
 (B1)

関数 $\psi_i^m(t)$ はウェーブレット基本関数 $\psi(t)$ に対する次のスケール, シフト変換とにより構成される。

$$\psi_i^m(t) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}t - i) \tag{B2}$$

ここで, m,i は, スケール変換, シフト変換のインデックス (dilation and translation index) であり, サンプル数を N とする。次に, 以下に示すようなウェーブレット係数の絶対値の q 次モーメントの和を計算する。

$$S_m(q) \ge \sum_{i \in N(m)} |2^{-m/2} x_i^m|^q \tag{B3}$$

この量は、伝統的な partition function の定義との比較を行うことにより、次の関係にあることが示されている。

$$\log_2 S_m(q) \ge \inf_q [m(qh - D(h))] \tag{B4}$$

D(h) はヘルダー指数 H(x) が固定された h であるとした場合の Hausdorff 次元である。この D(h) を計算するには,m に対する $\log_2 S_m(q)$ のグラフを描いておいて、この曲線に回帰直線を当てはめて、この傾斜から求めた量である $\tau(q)$ を用いて、次のような計算を行う。

$$D(h) = \inf_{q} [qh - \tau(q)] \tag{B5}$$

D(h) はヘルダー指数 h を持つ時間の分布の台(support)のフラクタル次元なので、時系列全体に h が分布していれば 1 となる。ブラウン運動、あるいは $\mathrm{fBM}(\mathrm{fractional\ Brownian\ Motion})$ などの典型的なモノフラクタルにおいては、線形の関係 $\tau(q)=\eta^q,\eta^q=qH-1$ があり、D(h) が 1 点 $h=h_0$ で $D(h_0)=1$ となる。これに対して時系列がマルチフラクタルの場合には D(h) が 1 点 $h=h_0$ においてだけでなく、その前後の h の値においても D(h) が計算でき、0< D(h)<1 となる。

時永 祥三〔九州大学大学院経済学研究院 教授〕 松野 成悟〔宇部工業高等専門学校経営情報学科 准教授〕