

Idèlic class field theory for 3-manifolds

新甫, 洋史

<https://doi.org/10.15017/1806830>

出版情報 : 九州大学, 2016, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 : 全文ファイル公表済

氏 名 : 新甫 洋史

論 文 名 : Idèlic class field theory for 3-manifolds
(3次元多様体におけるイデールの類体論)

区 分 : 甲

論 文 内 容 の 要 旨

数論と 3次元トポロジーの類似、素数と結び目の類似に基づき、3次元トポロジーと数論の相互啓発的な研究を行う新しい分野を数論的位相幾何学という。本論文では数論的位相幾何学の精神に則り、3次元多様体におけるイデールの類体論の類似物を構成する。

2章において基本的な類似の「辞書」を復習する。既存の辞書にあるイデール類群と1次ホモロジー群という類似の観点から不分岐類体論と Hurewicz 同型というものが知られていた。また代数体、3次元多様体の拡大、分岐被覆に対して「ヒルベルトの分岐理論」と呼ばれる分岐条件付きガロア理論が平行に成立していくことを紹介する。

3章では局所体における局所類体論を復習し、局所体と結び目の管状近傍の境界という局所的な対象の類似に基づきトーラスにおける局所類体論の類似を構成する。これは既存の類似の辞書に数論における附値の類似物を新たに加えることにより自然な対象として構成される。具体的にはトーラスにおける Hurewicz 同型写像が局所体における局所相互法則写像の類似物として解釈される。

4章において、代数体におけるイデールの大域類体論を復習する。数論においてはイデール群を通して局所的な理論を束ねることでイデールの類体論という分岐を許したアーベル拡大体が基礎体の言葉により記述される。またイデール類群に定まる標準位相、ノルム位相に関する存在定理を確認する。

5章において素数全体の集合の類似物として3次元多様体内のある種の性質を満たす **very admissible link** の概念を定義する。次に無限成分絡み目を持つ多様体について、代数体の代数閉包の類似物である普遍分岐被覆の概念を導入する。これらの準備のもとで3次元多様体におけるイデール群をトーラスの1次ホモロジー群の制限直積として定義する。数論における最大アーベル拡大体のガロア群の類似を、とても許容的な絡み目の有限部分絡み目に関する補空間の最大アーベル被覆のガロア群の逆極限をとることにより定義する。このとき、局所相互写像を束ねることでイデール群から上記の群への自然な準同型が定まる。

一方で、3次元多様体内とその中のとても許容的な絡み目の対に関して2次相対ホモロジー群を考える。この2次相対ホモロジー群からイデール群への自然な射が定まり、その像を主イデール群として定義する。以上の準備の下、イデール群を主イデール群で割ることにより3次元多様体におけるイデール類群が構成される。ここで主イデール群は曲面的な対象として得られるので、単数群と曲面的な対象が対応するという既存の辞書との整合性がとれる。また、さらにこれら主イデール群が、イデール群から最大アーベル拡大体のガロア群の位相的な類似物への準同型の核と一致することを示す。これにより、局所理論と可換な大域相互写像が導かれ、大域相互法則を示す。

また、数論におけるイデール類群への標準位相の類似を 3 次元多様体におけるイデール類群へ導入し、その位相に関して存在定理を示す。同様にノルム位相の類似をイデール類群へ定めこれに関しても存在定理を満たすことを示す。

最後にノルム剰余記号の類似について考察する。