九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

A symmetric subdomain contained in a fiber of the Siegel upper half space

井上, 公人

https://doi.org/10.15017/1806824

出版情報：九州大学, 2016, 博士（機能数理学）, 課程博士
バージョン：
権利関係：全文ファイル公表済

（様式３）

氏　　名　：井上公人

論 文 名　：A symmetric subdomain contained in a fiber of the Siegel upper half space　（ジーゲル上半空間のファイバーに含まれる部分対称領域）

区　　分　：甲

論　文　内　容　の　要　旨

本論文は、ある統計多様体の測地線の構成に関する結果を、ジーゲル上半空間の幾何を用いて説明する。

多変数の正規分布の族から定まる統計多様体に対し、その一般的な測地線が P. S. Eriksen によって指数行列の部分行列を用いて構成されている。これは対称空間の測地線が指数行列で得られるという事実と類似している。しかし、問題の統計多様体と対称空間の間の関係は明確な形では述べられていない。本論文は、この結果の背景として、対称空間の一つであるジーゲル上半空間を考え、この空間の幾何的構造から Eriksen の結果を説明する。

ここでジーゲル上半空間に関し次の事実が知られている。ジーゲル上半空間をコンパクト空間に埋め込んだときに定まる境界は、境界成分と呼ばれる既約な解析的集合に分解される。一つの境界成分を固定すると、ジーゲル上半空間からこの境界成分への射影が計量構造を用いて定義される。

本論文の結果として以下のことを述べる。ジーゲル上半空間における境界成分への射影に対して、一点の逆像としてファイバー定めると、その虚部として問題の統計多様体が得られる。Eriksen の測地線の構成における指数行列から部分行列をとる操作も、同様の射影として定められる。そしてこの指数行列はジーゲル上半空間のある部分対称領域の測地線のうち、射影に対して水平的なものとして特徴付けられるものである。Eriksen の結果を本質的に応用する形で、上の部分対称領域の射影の像がファイバーに一致することを示す。また、Eriksen の結果はこの部分対称領域の測地線に対する性質として言い換えられる。このようにして、ジーゲル上半空間の部分対称領域を調べることの過程として、Eriksen の結果が理解されることを述べる。