

ファラデー型 MHD 発電チャンネル内の流動特性に関する数値解析

青木, 俊之
九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

松尾, 一泰
九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

近藤, 信昭
九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

池田, 利弘
中国電力株式会社 | 九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

<https://doi.org/10.15017/17625>

出版情報 : 九州大学大学院総合理工学報告. 7 (1), pp.47-53, 1985-08-01. 九州大学大学院総合理工学研究科
バージョン :
権利関係 :

ファラデー型 MHD 発電チャンネル内の 流動特性に関する数値解析

青木 俊之*・松尾 一泰*
近藤 信昭*・池田 利弘**
(昭和60年3月30日 受理)

Numerical Analysis of Gasdynamic Characteristics of Faraday Type MHD Generator

Toshiyuki AOKI, Kazuyasu MATSUO,
Nobuaki KONDOH and Toshihiro IKEDA

Numerical analysis has been carried out to explain and predict the choking phenomena and the occurrence of a shock wave in subsonic and supersonic Faraday type MHD generators, using a quasi-one-dimensional theory. This study is intended to provide one of data bases for a large-scale MHD generator. The steady one-dimensional conservation equations, coupled with the Ampere's law and the generalized Ohm's law, are solved. It has been shown that, in the case of a divergent channel and that a loading factor is constant, the limiting length of channel for choking decreases with an increase in an interaction parameter. A shock wave appears in a divergent channel for a certain range of the interaction parameter. The minimum value increases with an increase in the loading factor and with a decrease in the friction coefficient, but it is almost independent of the inlet Mach number of the channel. On the other hand, the maximum value increases with increases in the loading factor and in the inlet Mach number, but it is almost independent of the friction coefficient.

1. ま え が き

化石燃料資源の有効利用のためには、今後 MHD 発電方式を採用した発電プラントを積極的に検討する必要があると思われる。この MHD 発電の実現には、発電チャンネル内部の流れに関する詳細な知識が必要で、定常発電時のみならず、負荷の短絡や開放時、燃焼器内部における異常燃焼時、及び超電導コイルに異常が発生し、磁場が急激に変化した場合などの発電特性に関する問題が重要となる。特に、高音速で流れる MHD チャンネルでは、上記の緊急時にチャンネル内の流れが一次的に超音速となり、衝撃波が発生する恐れがあり、この衝撃波によりチャンネルに過大な応力が加わる可能性がある¹⁾。従来の MHD 発電機の特性に関する理論的及び実験的研究のほとんどは発電出力特性や発電効率に対するもので、MHD 発電チャンネル内の流動特性に関する問題については、二三の圧力分布²⁾³⁾

が報告されているのみで、良くわかっていない点が多い。

本論文は、ファラデー型 MHD 発電チャンネル内の流れを準一次元理論により数値解析したもので、チャンネル内の流れのマッハ数や衝撃波の存在領域などについて、負荷や磁束密度などの影響を明らかにした。

2. 解 析 方 法

Fig. 1 に示すように、ファラデー型 MHD 発電チャンネル入口を原点として、座標 (x, y, z) をとる。導電率 σ を持つ MHD プラズマがチャンネル内を速度 \vec{U} で流れ、チャンネルの上下壁には電極が埋めこまれており、 x 方向に無限分割されている場合を考える。それぞれの対向する電極には負荷抵抗が取り付けられてあり、外部より磁界 \vec{B} が y 方向に印加されているとする。電極幅 w は一定で、電極間距離 d だけが x 方向に変化する末広チャンネルを考え、 ϕ を形状パラメータとすれば、チャンネルの x 方向に垂直の断面積 A は次式で与えられる。

* エネルギー変換工学専攻

** エネルギー変換工学専攻修士課程
(現在 中国電力株)

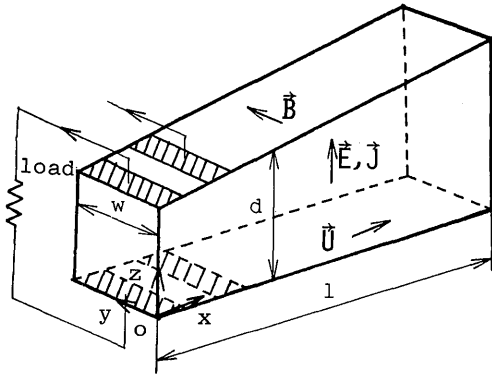


Fig. 1 Schematic diagram of Faraday type MHD generator

$$A = A_1 + \phi \cdot w \cdot x \quad (1)$$

ここに添字 1 はチャネル入口を示す。上記の発電チャネルに準一次元理論⁽⁵⁾を適用すれば、磁気密度 $\vec{B} = (0, B, 0)$ 、電界 $\vec{E} = (0, 0, E)$ 、電流密度 $\vec{J} = (0, 0, J)$ 、流速 $\vec{U} = (u, 0, 0)$ となり、流れの基礎方程式は

$$\text{連続の式} \quad \frac{d(\rho u A)}{dx} = 0 \quad (2)$$

$$\text{運動量の式} \quad \rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx} - JB - \frac{\rho u^2}{2} f \frac{4}{d_{eq}} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{エネルギー式} \quad \rho u \frac{d}{dx} \left(\frac{\kappa RT}{\kappa - 1} + \frac{u^2}{2} \right) \\ = JE + \rho u \frac{dq}{dx} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{状態方程式} \quad p = \rho RT \quad (5)$$

$$\text{オームの法則} \quad J = \sigma (E + uB) \quad (6)$$

$$\text{アンペアの法則} \quad \frac{dH}{dx} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dx} = J \quad (7)$$

ここに ρ は密度、 p は圧力、 f は摩擦係数、 d_{eq} はチャネルの等価直径、 κ は比熱比、 R は気体定数、 T は温度、 q は熱伝達による損失、 H は磁界、 μ_0 は透磁率である。音速 $a = \sqrt{\kappa RT}$ と流れのマッハ数 $M = u/a$ を用いて、式(2)~(7)を組み合せ、各微係数について整理すると、次の諸式が得られる。

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dx} = \frac{1}{1-M^2} \left\{ [(\kappa-1)E + \kappa uB] \frac{J}{\kappa p u} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} + \frac{\kappa M^2}{2} f \frac{4}{d_{eq}} + \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{\rho}{p} \frac{dq}{dx} \right\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} = \frac{1}{1-M^2} \left\{ -[(\kappa-1)E + \kappa uB] \frac{J}{\kappa p u} \right. \\ \left. + \frac{M^2}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{\kappa M^2}{2} f \frac{4}{d_{eq}} - \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{\rho}{p} \frac{dq}{dx} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} = \frac{\kappa-1}{1-M^2} \left\{ [(1-\kappa M^2)E - \kappa M^2 uB] \frac{J}{\kappa p u} \right. \\ \left. + \frac{M^2}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{\kappa M^4}{2} f \frac{4}{d_{eq}} \right. \\ \left. + \frac{1-\kappa M^2}{\kappa} \frac{\rho}{p} \frac{dq}{dx} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} = \frac{\kappa}{1-M^2} \left\{ -[(\kappa-1)M^2 E \right. \\ \left. + \{1 + (\kappa-1)M^2\} uB] \frac{J}{\kappa p u} + \frac{M^2}{A} \frac{dA}{dx} \right. \\ \left. - \frac{1 + (\kappa-1)M^2}{\kappa} \frac{\kappa M^2}{2} f \frac{4}{d_{eq}} \right. \\ \left. - \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{\rho}{p} M^2 \frac{dq}{dx} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dx} = \frac{1}{1-M^2} \left\{ [(\kappa-1)(1 + \kappa M^2) E \right. \\ \left. + \kappa \{2 + (\kappa-1)M^2\} uB] \frac{J}{\kappa p u} \right. \\ \left. - \frac{[2 + (\kappa-1)M^2]}{A} \frac{dA}{dx} \right. \\ \left. + \{2 + (\kappa-1)M^2\} \frac{\kappa M^2}{2} f \frac{4}{d_{eq}} \right. \\ \left. + \frac{\kappa-1}{\kappa} (1 + \kappa M^2) \frac{dq}{dx} \frac{\rho}{p} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dx} = \sigma (E + uB) \quad (13)$$

さて、ここで発電チャネルの長さ l やチャネル入口の値などによって無次元化した下記の無次元パラメータを定義する⁽⁵⁾。

$$X = \frac{x}{l}, z = \frac{d_{eq}}{l}, U = \frac{u}{u_1}, D = \frac{\rho}{\rho_1} \quad (14)$$

$$\Theta = \frac{T}{T_1}, P = \frac{p}{p_1}, S = \frac{A}{A_1}, \beta = \frac{B}{B_1}$$

干渉パラメータ $N = \frac{\sigma B_1^2 l}{\rho u_1}$ (15)

磁気レイノルズ数 $R_m = \mu_0 \sigma l u_1$ (16)

電圧利用率 $K = -\frac{E}{uB}$ (17)

式(14)~(17)を用いて式(8)~(13)を書き直すと、次の諸式を得る。ただし、ここで式(8)~(13)における熱伝達の項 $dq/dx = 0$ とした。

$$\frac{1}{U} \frac{dU}{dX} = - (1-K) N \beta^2 \frac{[\kappa - (\kappa - 1)K] M^2}{M^2 - 1} S + \frac{1}{M^2 - 1} \frac{1}{S} \frac{dS}{dX} - \frac{\kappa M^2}{2(M^2 - 1)} \frac{4f}{z} \quad (18)$$

$$\frac{1}{D} \frac{dD}{dX} = (1-K) N \beta^2 \frac{[\kappa - (\kappa - 1)K] M^2}{M^2 - 1} S - \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{1}{S} \frac{dS}{dX} + \frac{\kappa M^2}{2(M^2 - 1)} \frac{4f}{z} \quad (19)$$

$$\frac{1}{\Theta} \frac{d\Theta}{dX} = (\kappa - 1)(1-K) N \beta^2 \frac{KM^2 + \kappa(1-K)M^4}{M^2 - 1} S - \frac{(\kappa - 1)M^2}{M^2 - 1} \frac{1}{S} \frac{dS}{dX} + \frac{\kappa(\kappa - 1)M^4}{2(M^2 - 1)} \frac{4f}{z} \quad (20)$$

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dX} = \kappa(1-K) N \beta^2 \frac{(\kappa - 1)(1-K)M^4 + M^2}{M^2 - 1} S - \frac{\kappa M^2}{M^2 - 1} \frac{1}{S} \frac{dS}{dX} + \frac{\kappa M^2 [1 + (\kappa - 1)M^2]}{2(M^2 - 1)} \frac{4f}{z} \quad (21)$$

$$\frac{1}{M^2} \frac{dM}{dX} = - (1-K) N \beta^2 \frac{[2\kappa - (\kappa - 1)K] M^2 + \kappa(\kappa - 1)(1-K)M^4}{M^2 - 1} S + \frac{2 + (\kappa - 1)M^2}{M^2 - 1} \frac{1}{S} \frac{dS}{dX} - \frac{\kappa M^2 [2 + (\kappa - 1)M^2]}{2(M^2 - 1)} \frac{4f}{z} \quad (22)$$

$$\frac{d\beta}{dX} = (1-K) R_m U \beta \quad (23)$$

x 方向に断面積が一定のチャネル ($dS/dX=0$) で、 $f=$

0, $R_m=0$ の場合には、式(18)~(23)は解析的に解くことができ、例えば式(22)より次式が得られる。

$$N \cdot X = \frac{(1 + \kappa) [\kappa - (\kappa - 1)K]}{(1-K) [2\kappa - (\kappa - 1)K]^2} \times \ln \frac{M_1^2 [2\kappa - (\kappa - 1)K + \kappa(\kappa - 1)(1-K)M^2]}{M^2 [2\kappa - (\kappa - 1)K + \kappa(\kappa - 1)(1-K)M_1^2]} - \frac{1}{(1-K) [2\kappa - (\kappa - 1)K]} \left(\frac{1}{M^2} - \frac{1}{M_1^2} \right) \quad (24)$$

与えられたチャネル入口でのよどみ点圧力 p_0 、温度 T_0 と流れのマッハ数 M_1 及びチャネルの形状に対し、チャネル内の流れの諸量を求める手順は次の通りである。まず p_0 、 T_0 と M_1 より等エントロピの関係からチャネル入口での流れの諸量を求め、式(1)と式(14)~(17)の無次元パラメータを用いて、式(18)~(23)を X に対して数値積分すれば、チャネルの各断面における流れの諸量が得られる。

本計算では、試験気体をアルゴン ($\kappa=1.67$, $R=208.2 J/kgK$) とし、よどみ点状態の $p_0=300kPa$ 、 $T_0=3000K$ とする。また、磁気レイノルズ数 $R_m=0$ とし、電圧利用率 K と干渉パラメータ N は流れ方向に対し一定とする。

3. 解析結果

3.1 断面積一定のチャネル内の流動特性

前述のように、断面積一定のチャネルにおいて、 $f=0$, $R_m=0$ の場合には、式(24)より M と $N \cdot X$ の関係が直接求められる。この関係を $K=0$ の場合について Fig. 2 に示す。パラメータはチャネル入口における流れのマッハ数 M_1 である。図より $M_1 < 1$ の場合、

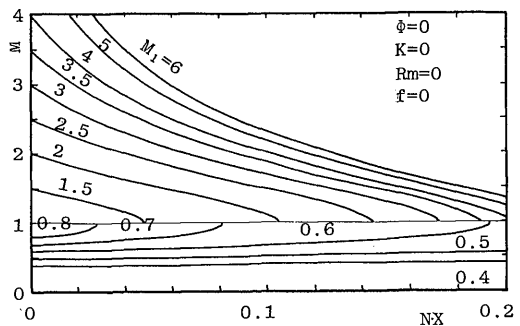


Fig. 2 Variation of Mach number in a constant area channel as a function of M_1

マッハ数 M は $N \cdot X$ が大きくなるほど増加し、ある $N \cdot X$ のところで $M=1$ となり、流れがチョークする。 $M=1$ となる $N \cdot X$ の値は M_1 が大きいほど小さい。一方、 $M_1 > 1$ の場合、マッハ数 M は $N \cdot X$ が大きくなるほど減少し、 $M=1$ となる $N \cdot X$ の値は M_1 が小さいほど小さい。図に示されるような M の変化は、通常の気体力学におけるファノ流れ⁹⁾と非常に類似している。また式 (24) からわかるように、 M_1 が一定の場合、入口から $M=1$ までの長さ、すなわち無次元のチョーク長さ X は、干渉パラメータ N に反比例する。

次に $N=0.1$, $f=0$ として、電圧利用率 K を変化させたときの M と X の関係を、 $M_1=0.8$ と 2.0 の場合について Fig. 3 に示す。図より、 $M_1=0.8$ の場合、 K が大きくなるとチャンネル途中で $M=1$ となりチョーキングが起こる。実際にはチョーキングはチャンネル下流端で起こると考えられるから、その影響によりよどみ点状態が変化すると思われる。また $M_1=2.0$ の場合には、同じ X に対する M の値は K が小さいほど小さく、 X が大きいほど M は減少する。これは、 K が小さいほど、すなわち負荷が大きいほど $\vec{J} \times \vec{B}$ が大きくなるため、流れはチョークしやすくなることを示している。

次に、衝撃波がチャンネル途中で定在する領域を、横軸に干渉パラメータ N 、縦軸に入口マッハ数 M_1 をとって Fig. 4 に示す。図には $K=0$ と 0.5 の場合が示してあり、曲線 A はチャンネル出口でちょうどチョークする場合、曲線 B はチャンネル入口に定在衝撃波があり、出口でチョークする場合を示す。すなわち、曲線 A の上側の領域では、Fig. 3 の $M_1=2.0$ の場合に

示すようにチャンネル内はすべて超音速となり、出口でもチョークしない。一方、曲線 A と B に囲まれる領域では、チャンネル内に衝撃波が定在し、流れは入口より衝撃波までは超音速、衝撃波より出口までは亜音速で、出口でチョークする。また曲線 B の下側の領域では、衝撃波背後の亜音速流れに対するチョーク長さが、チャンネル長さより小さいため、衝撃波はチャンネル内に定在できない。この場合、チャンネル上流のよどみ状態が変化することによってチャンネル内の流れはすべて亜音速となり、出口でチョークする流れになると思われる。図からわかるように同じ K に対して、 N が大きくなると、曲線 A と B が示す M_1 の値はともに大きくなり、その差も大きくなる。また K が大きくなると、曲線 A と B のいずれも N の大きい方へ移動し、衝撃波の定在する領域の幅は小さくなる。

パラメータを f とし、チャンネル内に衝撃波が定在する領域を、式 (22) を数値積分することによって求めた。その結果を Fig. 5 に示す。曲線 A と B の意味は Fig. 4 と同じである。図より同じ N に対して摩擦係数 f が大きくなると、曲線 A と B のいずれも M_1 の大きい方へ移動し、その移動量は曲線 A の方が大きい。すなわち、曲線 A と B に囲まれた衝撃波が定在する領域は、 f が大きいほど広い。これは摩擦による全圧損失が超音速の場合、亜音速に比べて大きいためである。

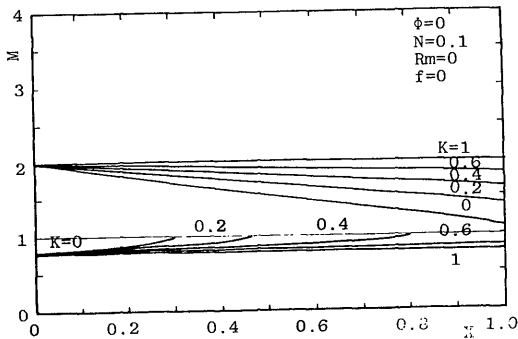


Fig. 3 Variation of Mach number in a constant area channel as a function of K

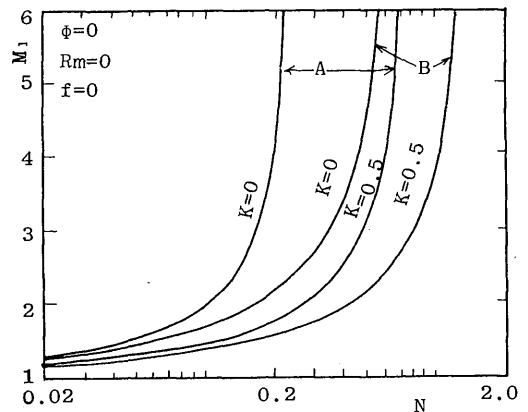


Fig. 4 Domains and boundaries of a shock wave appearing in a constant area channel as a function of K

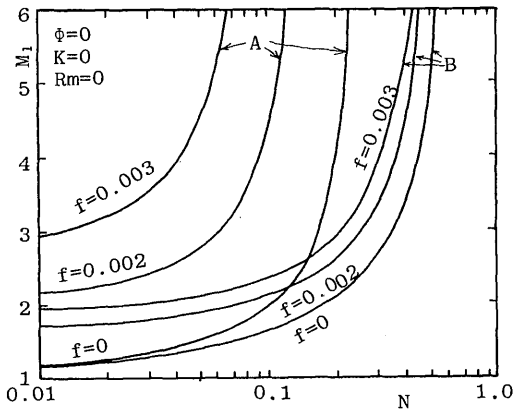


Fig. 5 Domains and boundaries of a shock wave appearing in a constant area channel as a function of f

3.2 末広チャンネル内の流動特性

末広チャンネルにおける M と X の関係を、 $M_1=0.7$ と 2.0 の場合について、パラメータを ϕ として Fig. 6 に示す。図は $K=0, N=0.1, f=0$ の場合で、図より $M_1=0.7$ の場合、同じ X に対する M の値は ϕ が大きいほど小さい。一方 $M_1=2.0$ の場合には、 $\phi=0\sim 0.01$ では M は X とともに単調に減少するが、 $\phi=0.03$ 以上では最大値を有する分布となる。これは、チャンネルの広がりにより流れが加速されると、それに比例して誘起される電流が増加し、 $\vec{j} \times \vec{B}$ 力によって流れがしだいに減速されるためである。

次に、形状パラメータ $\phi=0.06$ の一定とし、 M_1 を変化させたときの M と X の関係を、 $K=0, N=0.1,$

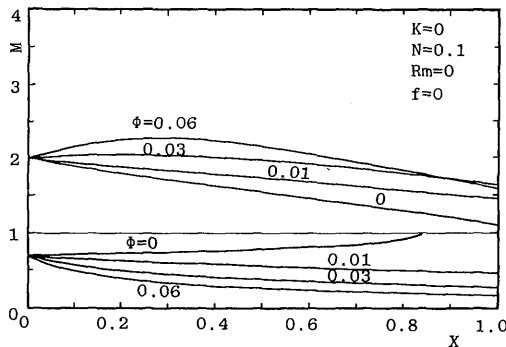


Fig. 6 Variation of Mach number in a divergent channel as a function of ϕ

$f=0$ の場合について Fig. 7 に示す。図より、 $M_1 < 1$ の場合には M の値は $\phi=0$ の Fig. 2 と異なり、 M_1 の値によらず減少する。一方 $M_1 > 1$ の場合には、 $M_1=4$ では M は単調に減少するが、 $M_1=1.5\sim 3.0$ では M_1 はチャンネル内に最大値を持つ分布となり、最大値を示す X の値は M_1 が小さいほど大きい。

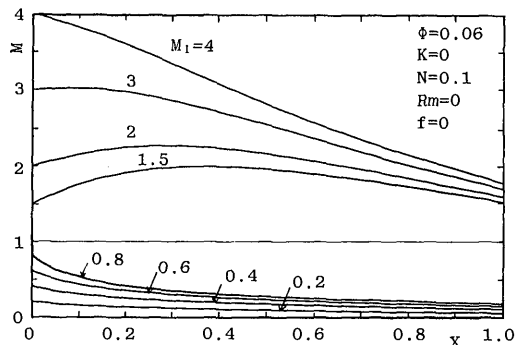


Fig. 7 Variation of Mach number in a divergent channel as a function of M_1

Fig. 7 と同じ条件 ($\phi=0.06, N=0.1, f=0$) で、 K を変化させた場合の M と X の関係を、 $M_1=0.8$ と 2.0 の場合について Fig. 8 に示す。図より $M_1=0.8$ の場合、 K の値によらず M は入口近くで急激に小さくなり、その後ゆるやかに減少する。 $M_1=2.0$ の場合、 $K=1.0\sim 0.6$ では M は単調に増加するが、 $K=0.6$ 以下では M はチャンネル内に最大値を有する分布となる。

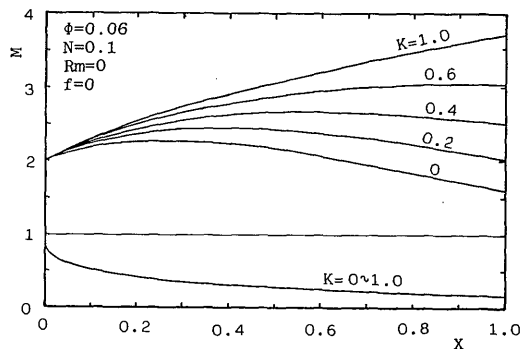


Fig. 8 Variation of Mach number in a divergent channel as a function of K

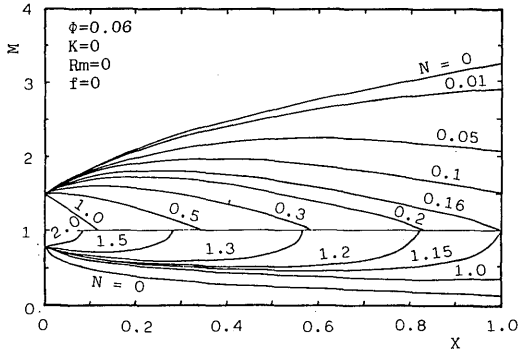


Fig. 9 Variation of Mach number in a divergent channel as a function of N

次に干渉パラメータ N を変化させたときの M と X の関係を、 $M_1=0.8$ と 1.5 の場合について Fig. 9 に示す。図は $\phi=0.06, K=0, f=0$ の場合で、図より、 $M_1=0.8$ の場合、 $N=1.15$ 以上では、チャンネルの途中で $M_1=1$ となりチョークが起こる。また $M_1=1.5$ の場合も同様に、 $N=0.16$ 以上ではチャンネル内で流れがチョークする。すなわち入口速度が亜音速でも超音速でも、 N が大きいほどチョーク長さは短くなる。

次に、衝撃波がチャンネル途中で定在する領域を $\phi=0.06, f=0$ の場合について Fig. 10 に示す。横軸は

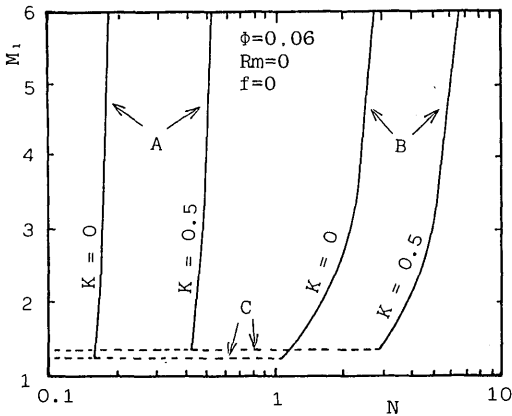


Fig. 10 Domains and boundaries of a shock wave appearing in a divergent channel as a function of K

干渉パラメータ N 、縦軸は入口マッハ数 M_1 で、パラメータは電圧利用率 K である。曲線 A と B の意味は Fig. 4 と同じで、破線 C はチャンネル内に超音速流れが存在できる限界を示す。すなわち、実線 A の左側と破線 C の上側の領域では、チャンネル内はすべて超音速となる。実線 A と B 及び破線 C で囲まれる領域では、チャンネル内に衝撃波が定在する。実線 B の右側と破線 C の下側の領域では、チャンネル内の流れは亜音速である。図からわかるように、曲線 A が示す N の値は、 K を大きくすると大きくなるが、 M_1 に対してはほとんど変化しない。

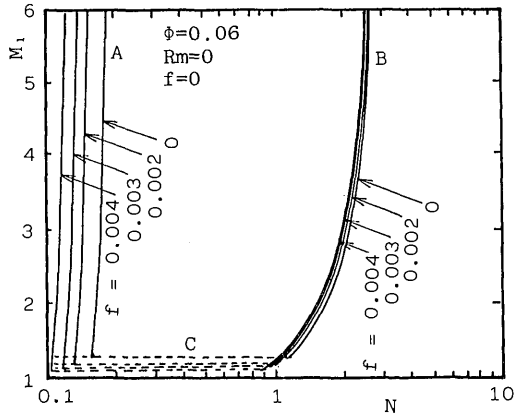


Fig. 11 Domains and boundaries of a shock wave appearing in a divergent area channel as a function of f

同様に、パラメータを摩擦係数 f とし、チャンネル内に衝撃波が定在する領域を $\phi=0.06, K=0$ の場合について Fig. 11 に示す。曲線 A, B, C の意味は Fig. 10 と同じである。図より曲線 A の示す N の値は、 f を大きくすると小さくなるが、 M_1 にはほとんど依存しない。一方曲線 B の示す N の値は f にはほとんど依存せず、 M_1 が大きくなると増加する。

4. 結 論

ファラデー型 MHD 発電チャンネル内の流れについて、準一次元理論を用いてチャンネル内の流れのマッハ数や衝撃波の存在領域などを数値解析した。得られた結果を要約すると次の通りである。

- (1) 断面積一定のチャンネルでは、チャンネル入口速度

が亜音速でも超音速でも、流れのマッハ数 M は 1 に近づく傾向があり、そのチョーク長さは干渉パラメータ N が大きいほど、また電圧利用率 K が小さいほど短い。

(2) 断面積一定のチャンネル内に衝撃波が定在する入口マッハ数 M_1 の範囲は、干渉パラメータ N と摩擦係数 f が大きいほど、また電圧利用率 K が小さいほど広い。

(3) 末広チャンネルでは、 N が一定の場合、 $M_1 < 1$ ではマッハ数 M は K にほとんど依存しない。一方 $M_1 > 1$ では、 K が小さい範囲で、 M はチャンネル途中に最大値をもつ分布となる。

(4) 末広チャンネルで K が一定の場合には、入口速度が亜音速と超音速のいずれの場合も、 N が大きいほどチョーク長さは短い。

(5) 末広チャンネル内に衝撃波が定在する最小の N の値は、 K が大きいほど、また f が小さいほど大きい。一方、 M_1 にはほとんど依存しない。一方、衝撃波が定在する最大の N の値は、 K 及び M_1 が大きいほど大きい。一方、 f にはほとんど依存しない。

参 考 文 献

- 1) 石川, 第5回エネルギー利用と直接発電シンポジウム, (1983), S2.1.1.
- 2) Lu, P. C. and Wang, K. H., J. Energy, 7-3 (1983), 211.
- 3) Ikeda, S., et al., AIAA J., 14-11 (1976), 1655.
- 4) Woodson, H. H. and Melcher, J. R., Electromechanical Dynamics III, (1968), John Wiley and Sons.
- 5) Johnson, M. R., Phys. of Fluids, 10-3 (1967), 539.
- 6) 生井・松尾, 圧縮性流体の力学, (1977), 理工学社.