

浮体式人工島の流力弾性挙動の研究

大楠, 丹
九州大学応用力学研究所

難波, 康広
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

<https://doi.org/10.15017/17459>

出版情報 : 九州大学大学院総合理工学報告. 20 (1), pp.25-36, 1998-06-01. 九州大学大学院総合理工学
研究科
バージョン :
権利関係 :

浮体式人工島の流力弾性挙動の研究

大 楠 丹* ・ 難 波 康 広**

(平成10年2月27日 受理)

Hydroelastic Behavior of Floating Artificial Islands

Makoto OHKUSU & Yasuhiro NAMBA

Summary

A new method to analyze the response of a thin elastic plate of large horizontal size floating in waves is presented. Huge horizontal size and small thickness of it are typical of the recent design of floating airport. A benefit of this new method is that we need not the modal analysis of the body deflection, and the solution of a hydrodynamic boundary value problem and the solution for the body motion including the elastic deflection are simultaneously obtained. Some results of numerical implementation of the method are presented.

1. まえがき

巨大施設のために立地条件の良い場所を確保するのが困難な我が国では、海上の人工島にそれを求めることは極く自然である。また環境に対するインパクトの少なさを考慮すると浮体式人工島のアイデアは大変魅力的である。現在、特に具体的に議論されている浮体式人工島は浮体式海上空港である。以下では人工島の例として浮体式海上空港をとりあげた。

浮体式海上空港を現実のものにするために研究しなければならない多くの課題がある。海洋の波によって起こる曲げ振動の正確な予測もその一つである。振動について研究しなければならないのは主として次のような理由による。

現在想定されている浮体式海上空港の形状は、水平方向のサイズが数キロメートルであるのに対して厚さが数メートルであり、いわば薄い板状の浮体

となっている。このような形状では曲げ剛性は相対的にゼロに近くなる。しかも構造物の全面が水面に直接接触することから、水面の波の影響を強く受けて大きな曲げ振動が起こる可能性がある。この振動が、常時水平な平面であるべき空港の機能はもとより、その強度、安全性に大きな影響をあたえることは明らかである。

一方、このような特別な形状で非常に大きい浮体の水面上における曲げ振動は、とりわけ流力弾性的な現象であり、それ自身興味のあるチャレンジングな応用力学の研究課題である。

薄い板の形状をした海上浮体空港の水面波上の流力弾性的挙動という新しい研究対象の解明にあたっては、力学的に合理的なモデリングに基づいた、未知の現象の力学的な理解に都合の良い見通しのよい解析法が必要である。本論文の目的はそのような方法を提示し、薄い板状の海上浮体式空港の波浪中の曲げ振動の特性について明らかにすることである。

本論文の解析方法の要点は次のとおりである。浮

* 応用力学研究所

** 大気海洋環境システム学専攻博士課程

体の喫水が、現象を支配するその他の長さ（浮体の水平方向のサイズ、水面波の波長、水深など）に比べて著しく小さいことから浮体の喫水をゼロとみなすことができる。この近似の下では浮体は水面の一部（本当の水面とは特性が異なるが）とみなされ、その弾性変形は数学的には特に流体の運動と区別されなくなる。われわれの方法は、流体運動、波力を求めてからそれに対する浮体の弾性応答を得ようとする伝統的な解析の方法とはこの点で異なっている。この方法は柔らかい薄い板、あるいは膜状の浮体と非常に短い波長の水面波との相互作用の解析方法に適している。このモデリングの基本的なアイデアは、すでに Stoker¹⁾の弾性変形する梁と水面波の相互作用の計算、Meylan と Squire²⁾の水原 (ice floe) の海洋波に対する弾性応答の解析に示されている。本論文では彼らの方法を拡張して浮体式海上空港の曲げ振動の解析の方法を展開する。水深が非常に浅い場合については Stoker¹⁾の、水深が深い場合には Meylan と Squire²⁾のアイデアがそれぞれ参考になる。

本論文では数学的な議論の見通しをよくする目的で、空港に端部のない場合における斜め波中の問題を採り上げた。なお向波状態では同様な条件でも、数学的に異なった解析法が必要となる (Ohkusu & Nanba^{3,4)})。設計の最後の段階では、どんなに形状が複雑であっても、実際の空港について端部の影響もきちんと考慮して曲げ振動の大きさを予測しなければならない。この段階ではより数値計算的なアプローチによる大規模な計算が不可欠である。Kashiwagi⁵⁾はこの方向の努力の成果である。このような実用的な計算においても、数値計算が大規模で複雑であればあるほど、本論文の見通しの良い解析による結果が、現象の理解と大規模数値計算の Validation を助けるパイロットスタディとして役に立つであろう。

2. 水深の浅い場合

$x-y$ 面を静止水面に一致させ、 z 軸を鉛直上向きにとる。Fig.1 に示すように浮体空港を表現する平板が静止水面の $-b \leq y \leq b$, $0 \leq x \leq L$ の範囲を覆っているとする。

最初に水深が空港平板の平面サイズ、及び水面波の波長に比べて小さい場合について考える。水深は Fig.1 の Water 部と Plate 部ともに一様で h と

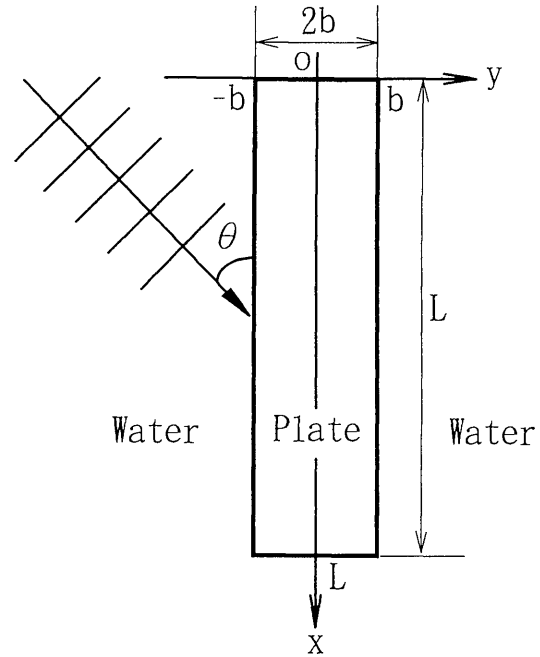


Fig.1: Coordinate System

する。空港に Fig.1 に示すように x 軸と θ の角度で波

$$\zeta_0(x, y)e^{i\omega t} = e^{-i(Kx \cos \theta + Ky \sin \theta - \omega t)} \quad (1)$$

が入射するとする。現象はすべて一定周波数 ω で起こるとする。波数 K と周波数 ω の間には

$$K = \omega / \sqrt{gh}$$

の関係がある。

流体の流れを表わす速度ポテンシャル $\phi(x, y)e^{i\omega t}$ (浅水近似により $-h \leq z \leq 0$ で平均したもの)、水面の上昇量 $\zeta(x, y)e^{i\omega t}$ (Fig.1 の Plate 部では空港平板の上下方向変形) の間には次の関係がある。

$$i\omega\zeta = -h\nabla^2\phi \quad (2)$$

但し

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

Fig.1 の Water 部ではさらに

$$\nabla^2\phi + \frac{\omega^2}{gh}\phi = 0 \quad (4)$$

の関係がある。

Fig.1 の Plate 部では、空港平板下面 (平板は薄いので $z = 0$ の平面) における圧力は未知で 0 で

はないので(4)は成立しない。そのかわり平板の曲げ変形の方程式

$$D\nabla^4\zeta e^{i\omega t} - m\omega^2\zeta e^{i\omega t} = -\rho g\zeta e^{i\omega t} - \rho i\omega\phi e^{i\omega t} \quad (5)$$

が成り立つ。ここで D は曲げ剛性で

$$D = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)} \quad (6)$$

で与えられる。 d は平板の厚さ、 ν はポアソン比で E は等価ヤング率である(平板は構造物であり、材料そのもののヤング率ではない)。第2項は平板の上下方向の慣性を示すもので、 m は平板の単位面積当たりの質量である。喫水が水面波の波長に比べて十分小さいことを仮定しているの、本項は今後無視する。第3項は変形による浮力の変化量であり、第4項目は流体の動的な圧力である。

(5)式を時間で微分し、(2)とあわせると次式が得られる。

$$\nabla^6\phi + \frac{\rho g}{D}\nabla^2\phi + \frac{\rho g}{D}K^2\phi = 0 \quad (7)$$

空港平板の端では、等価せん断力、曲げモーメントがゼロとなる条件が課せられる。(7)を導いたやり方と同様にして平板の変形 ζ を(2)を用いて速度ポテンシャル ϕ で書くと、 $y = \pm b$ の端の条件は

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\nabla^4 + (1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\nabla^2 \right] \phi = 0 \quad \text{at } y = \pm b \quad (8)$$

$$\left[\nabla^4 - (1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\nabla^2 \right] \phi = 0 \quad \text{at } y = \pm b \quad (9)$$

となる。

我々の目的は、 $x-y$ 平面の Plate 部で(7)と端の条件(8)、(9)、Water 部で(4)を満足する ϕ を(1)の入射波の条件の下で求めることである。その際、Plate 部と Water 部の境界では質量流束とエネルギー流束の連続の条件が満足されねばならない(Stoker¹⁾)。

簡単のために Fig.1 の空港平板に x 方向の端がないとする。すなわち平板は水面の $-b \leq y \leq b$ 、 $-\infty < x < \infty$ を覆っているとする。入射波の波長が空港の長さ L に比べて非常に小さいので、このような仮定をしても極く端に近いところを除いては現象を正しく記述できるはずである。

現象は x 方向に周期的であるとするので、速度ポテンシャルは次式で表される。

$$\phi(x, y) = \psi(y)e^{-iK_x x} \quad (10)$$

なお、次のように定義する。

$$K_x = K \cos \theta, K_y = K \sin \theta \quad (11)$$

Water 部の方程式(4)は次のように書くことができる。

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + K_y^2\psi = 0 \quad (12)$$

この方程式の解で入射波(1)の条件を満足する解は容易に得られる。

$$\psi(y) = \frac{ig}{\omega} e^{-iK_y y} + R e^{iK_y y} \quad y \leq -b \quad (13)$$

$$\psi(y) = T e^{-iK_y y} \quad y \geq b \quad (14)$$

R, T は定数である。

Plate 部の方程式(7)、 $y = \pm b$ の条件(8)、(9)を(10)を用いて変換すると

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - K_x^2 \right)^3 + \alpha \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - K_x^2 \right) + \beta \right] \psi = 0 \quad -b \leq y \leq b \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - K_x^2 \right)^2 - (1-\nu)K_x^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - K_x^2 \right) \right] \psi = 0 \quad \text{at } y = \pm b \quad (16)$$

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - K_x^2 \right)^2 + (1-\nu)K_x^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - K_x^2 \right) \right] \psi = 0 \quad \text{at } y = \pm b \quad (17)$$

ここで、 $\alpha = \rho g/D$ 、 $\beta = \alpha K^2$ である。(15)の一般解は

$$\psi(y) = \sum_{j=1}^6 A_j e^{\lambda_j y} \quad \text{for } -b \leq y \leq b \quad (18)$$

である。ここで λ_j は(15)式の特性方程式

$$(\lambda_j^2 - K_x^2)^3 + \alpha(\lambda_j^2 - K_x^2) + \beta = 0 \quad (19)$$

の6個の根である。この方程式は $(\lambda_j^2 - K_x^2)$ に関する3次方程式であるから代数的に簡単に解けて、その解は根号によって陽に書くことができる。

8個の未知の定数 A_j ($j = 1, 2, \dots, 6$), R, T を決定するのが $y = \pm b$ における(16)、(17)の条

件、及び質量流束とエネルギー流束の連続の条件

$$\sum_{j=1}^6 A_j e^{\lambda_j b} = T e^{-iK_y b} \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^6 A_j e^{-\lambda_j b} = \frac{ig}{\omega} e^{iK_y b} + R e^{-iK_y b} \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^6 \lambda_j A_j e^{\lambda_j b} = -iK_y T e^{-iK_y b} \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^6 \lambda_j A_j e^{-\lambda_j b} = K_y \frac{g}{\omega} e^{iK_y b} + iK_y R e^{-iK_y b} \quad (23)$$

の 8 個の方程式である。すなわち A_j, R, T は次の連立方程式の解である。

$$MX = B \quad (24)$$

ここで M, X, B はそれぞれ 8×8 行列, 8×1 ベクトル, 8×1 ベクトルで、次のように定義される。

$$(M)_{1j} = \left[(\lambda_j^2 - K_x^2)^2 + (1-\nu)K_x^2 (\lambda_j^2 - K_x^2) \right] e^{-\lambda_j b}$$

$$(M)_{2j} = \lambda_j \left[(\lambda_j^2 - K_x^2)^2 - (1-\nu)K_x^2 (\lambda_j^2 - K_x^2) \right] e^{-\lambda_j b}$$

$$(M)_{3j} = \left[(\lambda_j^2 - K_x^2)^2 + (1-\nu)K_x^2 (\lambda_j^2 - K_x^2) \right] e^{\lambda_j b}$$

$$(M)_{4j} = \lambda_j \left[(\lambda_j^2 - K_x^2)^2 - (1-\nu)K_x^2 (\lambda_j^2 - K_x^2) \right] e^{\lambda_j b}$$

$$(M)_{5j} = e^{-\lambda_j b}$$

$$(M)_{6j} = \lambda_j e^{-\lambda_j b}$$

$$(M)_{7j} = e^{\lambda_j b}$$

$$(M)_{8j} = \lambda_j e^{\lambda_j b}$$

$$(M)_{57} = -e^{-iK_y b}$$

$$(M)_{67} = -iK_y e^{-iK_y b}$$

$$(M)_{78} = -e^{-iK_y b}$$

$$(M)_{88} = iK_y e^{-iK_y b}$$

$$X = \left(A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4 \ A_5 \ A_6 \ R \ T \right)^T \quad (25)$$

$$B = \left(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{ig}{\omega} e^{iK_y b} \ K_y \frac{g}{\omega} e^{iK_y b} \ 0 \ 0 \right)^T \quad (26)$$

但し、 $j = 1 \sim 6$ 。また、上記以外の M の成分はゼロ。

このように浅い水深の場合には、計算が著しく簡単で、求める解を代数演算だけで得ることができ

る。また、その他の計算も簡単で、平板の変形は

$$\zeta e^{i\omega t} = \frac{ih}{\omega} e^{-iK_x x + i\omega t} \sum_{j=1}^6 (\lambda_j^2 - K_x^2) A_j e^{\lambda_j y} \quad (27)$$

で、曲げモーメントの一成分 $M_y e^{i\omega t}$ は

$$M_y e^{i\omega t} = \frac{Dh}{i\omega} e^{-iK_x x + i\omega t} \times \sum_{j=1}^6 \left[(\lambda_j^2 - K_x^2)^2 + (1-\nu)K_x^2 (\lambda_j^2 - K_x^2) \right] A_j e^{\lambda_j y} \quad (28)$$

で計算することができる。

3. 水深の深い場合

前節と同様に Fig.1 の状態で空港は x 方向に端がない場合について考える。(10) 式に対応する式における ψ は y 及び z に依存する。

流体の運動を支配する方程式は次のヘルムホルツ方程式である。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - K_x^2 \psi = 0 \quad (29)$$

なお、水深が深い場合の波数 K は

$$K = \frac{\omega^2}{g}$$

Fig.1 の Water 部の $z = 0$ ではよく知られた次の自由表面条件が満足されねばならない。

$$K\psi - \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0, y \leq -b, \text{ or } y \geq b \quad (30)$$

空港平板の変形の方程式 (5) と平板下面 ($z = 0$) の境界条件

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = i\omega \zeta \quad (31)$$

を用いて Plate 部の "自由表面条件" が得られる。

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - K_x^2 \right)^2 + \alpha \right] \frac{\partial \psi}{\partial z} = \alpha K \psi \quad \text{at } z = 0, -b \leq y \leq b \quad (32)$$

同様に平板の端 ($y = \pm b$) の等価せん断力、曲げモーメントがゼロの条件は次のようになる。

$$\left[\frac{\partial^3}{\partial y^3} - (2-\nu)K_x^2 \frac{\partial}{\partial y} \right] \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } y = \pm b \quad (33)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \nu K_x^2 \right] \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } y = \pm b \quad (34)$$

次に Meylan と Squire²⁾ にならって (32) を積分形に変換する。

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \alpha K \int_{-b}^b g(y, y') \psi(y', 0) dy' \quad (35)$$

ここで $g(y, y')$ は (32) 左辺の方程式のグリーン関数で (33) 及び (34) を満足する次の方程式の解である。

$$\left[\frac{d^4}{dy^4} - 2K_x^2 \frac{d^2}{dy^2} + (K_x^4 + \alpha) \right] g(y, y') = \delta(y - y') \quad (36)$$

ここで δ はディラックのデルタ関数である。よく知られているように $g(y, y')$ は次の形式で与えられる。

$$g(y, y') = \sum_{j=1}^4 a_j e^{\beta_j y} \quad \text{for } -b \leq y < y' \leq b \quad (37)$$

$$g(y, y') = \sum_{j=1}^4 b_j e^{\beta_j y} \quad \text{for } -b \leq y' < y \leq b \quad (38)$$

ここで β_j は

$$\beta_j^4 - 2K_x^2 \beta_j^2 + (K_x^4 + \alpha) = 0 \quad (39)$$

の4根である。 a_j 、 b_j は境界条件 (33)、(34) 及び $y = y'$ における (37) と (38) の2次の導関数までの連続の条件、3次の導関数の単位の大きさのジャンプの条件から求められる。

以上をまとめると ($y \leq -b, z = 0$) と ($y \geq b, z = 0$) で (30) の条件、($-b \leq y \leq b, z = 0$) で (35) の条件、それに遠方 ($y = \pm\infty$) において入射波 (1) と外側に伝わる波動が存在する条件を満足する (29) の解が我々の求める解である。この問題は船舶の斜波中における流体力を求める問題と形式的には同一で、解法はよく研究されている (例えば Troesch⁶⁾)。

($-\infty < y < \infty, z = 0$) において (30) の条件を満足し、 $y = \pm\infty$ の放射条件を満足する (29) のグリーン関数 (Wave Source Function) $S(y, z; y', z')$ と ψ に対して ($-\infty \leq y \leq \infty, z = 0$)、 $y = \pm\infty$ 、及び $z = -\infty$ における面で囲まれた領域にグリーン関数の定理を適用すると ($-b \leq y \leq b, z = 0$) における ψ の値に関する次のフレッドホルムの積分方程式が得られる。

$$\psi(y, 0) = \frac{ig}{\omega} e^{-iK_y y} + K \int_{-b}^b \psi(y', 0)$$

$$- \alpha \int_{-b}^b g(y', \eta) \psi(\eta, 0) d\eta \Big) S(y, 0; y', 0) dy' \quad (40)$$

ここで

$$S(y, 0; y', 0) = \begin{cases} -\frac{K \cos \theta}{\pi} \times \\ \int_0^\infty d\mu \frac{\mu K_1 \left(K \cos \theta \sqrt{(y - y')^2 + \mu^2} \right)}{\sqrt{(y - y')^2 + \mu^2}} e^{-K\mu} \\ + \frac{i}{\sin \theta} e^{-iK|y - y'| \sin \theta} \quad \text{for } \frac{\pi}{2} > \theta > 0 \\ \\ -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\mu \frac{\mu}{\mu^2 + 1} e^{-\mu|y - y'|} \\ + i e^{-iK|y - y'|} \quad \text{for } \theta = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (41)$$

K_1 は1次の変形ベッセル関数である。

S の計算法については船舶工学の分野でよく研究されている。また $g(y, y')$ はすでに示したように比較的簡単な形式で表される。したがって (40) の積分方程式を数値的に解くことはそれほど難しいことではない。

ψ が求められると平板の変形は

$$\zeta e^{i\omega t} = \frac{\alpha K}{i\omega} e^{-iK_x x + i\omega t} \int_{-b}^b g(y, y') \psi(y', 0) dy' \quad (42)$$

で、曲げモーメントの成分 $M_y e^{i\omega t}$ は

$$M_y e^{i\omega t} = \frac{i\alpha D K}{\omega} e^{-iK_x x + i\omega t} \times \int_{-b}^b \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \nu K_x^2 \right) g(y, y') \psi(y', 0) dy' \quad (43)$$

で求められる。グリーン関数 $g(y, y')$ の形から (43) の右辺の被積分関数の y に関する2回微分は解析的に行うことができるのは明らかである。

4. 数値計算とその結果

既に述べたように浅い水深の場合、すべての計算が代数的な演算であり、特別な数値計算の必要はない。

深い水深の場合の数値計算法について以下に説明する。

まず区間 $-b \leq y \leq b$ を n 等分し、パネル間の節における座標を

$$y_0 = -b, y_1 = -b + \Delta, y_2 = -b + 2\Delta, \dots, y_n = b \quad \left((\Delta = \frac{2b}{n}) \right)$$

とする。

無限水深の場合、数値計算によって解くべき方程式は (40) 式であるが、この中で wave source function $S(y, 0; y', 0)$ は $y = y'$ で特異性を持つ。この処理のため、

$$S(y, 0; y', 0) = Q(y, y') - \frac{1}{\pi} \Re \left[e^{iK|y-y'|} E_1(iK|y-y'|) \right] \quad (44)$$

によって定義される関数 $Q(y, y')$ を導入し、wave source function を特異性のある部分とない部分に分離した。この結果 (40) 式は次のように書き直される。

$$\begin{aligned} \psi(y, 0) &= \frac{ig}{\omega} e^{-iK_y y} \\ &+ \int_{-b}^b \left[K\psi(y', 0) - \frac{\partial \psi}{\partial z}(y', 0) \right] Q(y, y') dy' \\ &- \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \left[K\psi(y', 0) - \frac{\partial \psi}{\partial z}(y', 0) \right] \times \\ &\quad \Re \left[e^{iK|y-y'|} E_1(iK|y-y'|) \right] dy' \quad (45) \end{aligned}$$

ここで $\partial \psi / \partial z$ は (35) で与えられている。また E_1 は指数積分関数である。

(45) 式右辺第 2 項の被積分関数は特異性を持たないので、この積分を離散化する事に特に困難はない。問題は (45) 式右辺第 3 項の積分であるが、この被積分関数の特異性は対数関数なので積分可能である。具体的には次のように数値計算した。すなわち $0 < \epsilon \ll 1$ として、

$$-\frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-b}^{y-\epsilon} + \int_{y+\epsilon}^b \right\} \left[K\psi(y', 0) - \frac{\partial \psi}{\partial z}(y', 0) \right] \times \Re \left[e^{iK|y-y'|} E_1(iK|y-y'|) \right] dy' \quad (46)$$

をもって第 3 項にかえ、この積分を台形公式を用いて離散化し、次式を得た。

$$-\frac{K}{\pi} \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n \Delta_j (\delta_{ji} - \alpha g_{ji} \Delta_i) f(y, y_j) \psi_i \quad (47)$$

ここで $\epsilon = 10^{-10}$ とした。また

$$\psi_i = \psi(y_i, 0) \quad (48)$$

$$g_{ji} = g(y_j, y_i) \quad (49)$$

$$f(y, y_j) = \begin{cases} \Re \left[e^{iK\epsilon} E_1(iK\epsilon) \right] & y = y_j \\ \Re \left[e^{iK|y-y_j|} E_1(iK|y-y_j|) \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (50)$$

$$\Delta_i = \begin{cases} \Delta/2 & \text{for } i = 0, n \\ \Delta & \text{otherwise} \end{cases} \quad (51)$$

$$\delta_{ji} : \text{クロネッカーのデルタ} \quad (52)$$

である。但し、パネル数 n は (47) 式自体の収束性でなく、後述するように反射エネルギーの収束性から判断して決定した。collocation point としては $y_j (j = 0, 1, \dots, n)$ を選び、さらに (45) 式第 2 項中の積分についても同様に台形公式を用いた。

この様な操作の結果、最終的には (40) 式に対応する連立一次方程式として次式を得た。

$$\sum_{i=0}^n C_{ki} \psi_i = -\frac{i\omega}{g} e^{-iK_y y_k} \quad k = 0, 1, \dots, n \quad (53)$$

但し

$$C_{ki} = K \sum_{j=0}^n \Delta_j (\delta_{ji} - \alpha g_{ji} \Delta_i) \left(Q_{kj} - \frac{1}{\pi} f_{kj} \right) \quad (54)$$

$$Q_{kj} = Q(y_k, y_j) \quad (55)$$

$$f_{kj} = \begin{cases} \Re \left[e^{iK\epsilon} E_1(iK\epsilon) \right] & \text{for } k = j \\ \Re \left[e^{iK|y_k - y_j|} E_1(iK|y_k - y_j|) \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (56)$$

なお、本数値計算の validation のために、反射エネルギー $|R|^2/a^2$ (但し a は入射波振幅) の収束性、及びエネルギー関係式によるチェックを行った。その結果は、例えば曲げ剛性 $D/\rho g(2b)^4 = 2.404 \times 10^{-4}$ 、ポワッソン比 $\nu = 0.3$ 、入射角 $\theta = 90^\circ$ 、入射波の波数 $2Kb = 10\pi$ の時、 $|R|^2/a^2$ はパネル数 124 以上では誤差 1% 以内のほぼ一定値に収束する。この時エネルギー関係式の 1 からのずれは、最大でも 10^{-14} である。同じ条件で入射波の波数 $2Kb = 40\pi$ の時、 $|R|^2/a^2$ はパネル数 372 以上で誤差 1% 以内のほぼ一定値に収束し、エネルギー関係式の 1 からのずれは、最大で 2×10^{-13} である。

以下に示す数値計算の結果の例は、同じく曲げ剛性 $D/\rho g(2b)^4 = 2.404 \times 10^{-4}$ 、ポワッソン比 $\nu = 0.3$ とした場合である。まず空港平板の変形のイメージを得るために Fig.2 と Fig.3 に浅い水深の場合 ($h/2b = 0.01$)、無限水深の場合 ($h/2b = \infty$)

の入射角 $\theta = 72.3^\circ$ の入射波に対する平板の変形と周囲の波のある瞬間の鳥瞰図を示す。入射波の波数の無次元値は $2Kb = 10\pi$ である。平板は図の中央にあり、入射波は左上から進行してくる。入射波の一部は板の左端で反射する。他の一部は平板上に入射し、その一部は右端で反射し、その他は水面に出てゆく様子が見える。平板の変形の波長が水面上の波長よりも長いことから、水面波が平板上に入るときに屈折する様子が分かる。屈折の程度は無限水深の場合の方が水深が浅い場合より大きい。

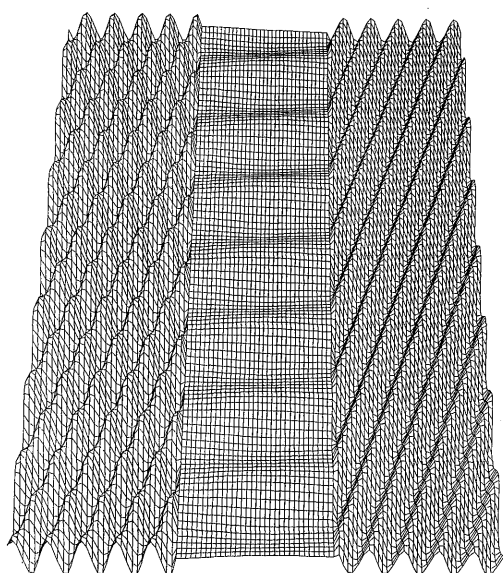


Fig.2 Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = 0.01, 2Kb = 10\pi, \theta = 72.3^\circ$)

Fig.4 と Fig.5 は同一の条件下における $\theta = 71.7^\circ$ の場合の変形、圧力分布、曲げモーメントの分布を示す。変形は入射波の振幅 a で無次元化されている。Fig.4a と Fig.5a は $\omega t = 0$ の瞬間の変形である。Fig.4b と Fig.5b は変形、圧力、曲げモーメントについて $\omega t = 0, -\pi/2$ の瞬時値と変動の振幅の y 方向分布が示されている。

Fig.4b から変形、圧力、曲げモーメントは y の正方向に進行する成分の他に、右端からの反射によって y の負方向に進む成分があり、その結果、変動に定常波の成分があって、その振幅が y 方向に進行波成分の半波長の周期で変化している。Fig.5b では屈折の結果平板の変形の波は、ほぼ x 方向に進むので、全ての量が y 方向にほぼ一様になって

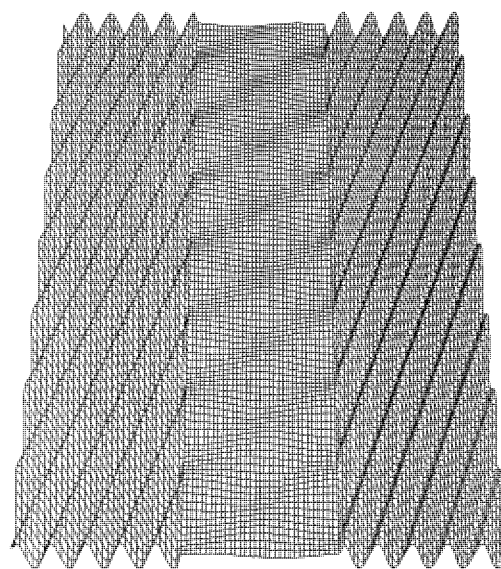


Fig.3 Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = \infty, 2Kb = 10\pi, \theta = 72.3^\circ$)

いる。またこの場合、波の入射する側の左端で圧力が大きくなる。

Fig.6 と Fig.7 は屈折の結果水面波が平板の変形波として平板上に入っていけなくなる入射波の critical angle ($h/2b = 0.01$ の時 $\theta = 65.2^\circ$ 、 $h/2b = \infty$ の時 $\theta = 69.6^\circ$) における変形を図示したものである。入射波は全て平板の左端で反射される。平板の変形は左端の近くのみに見える evanescent wave のみとなる。

次に波数のより大きい場合 ($2Kb = 40\pi$) についての計算例を示す。但し、曲げ剛性、ポワソン比は $2Kb = 10\pi$ の場合と同じである。

Fig.8 と Fig.9 に浅い水深の場合 ($h/2b = 0.01$)、無限水深の場合 ($h/2b = \infty$) の入射角 $\theta = 85.0^\circ$ の入射波に対する平板の変形、圧力分布、曲げモーメントの分布を示す。Fig.8a と Fig.9a は $\omega t = 0$ の瞬間の変形である。Fig.8b と Fig.9b は変形、圧力、曲げモーメントについて $\omega t = 0, -\pi/2$ の瞬時値と変動の振幅の y 方向分布が示されている。

Fig.8b から $2Kb = 10\pi$ の場合と同じく変形、圧力、曲げモーメントの変動に定常波の成分が見受けられる。Fig.9b から同様のことが分かるが、Fig.8b と比較すればその変動は緩やかであり、変動の振幅も小さい。

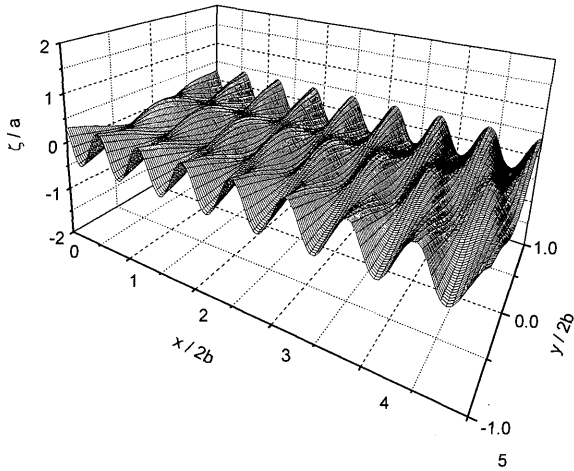


Fig.4a Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = 0.01, 2Kb = 10\pi, \theta = 71.7^\circ$)

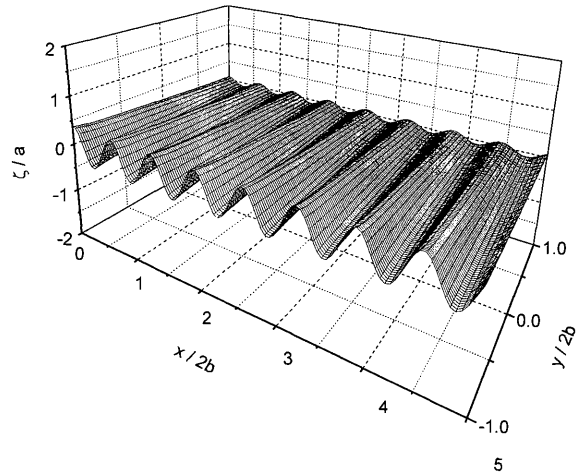


Fig.5a Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = \infty, 2Kb = 10\pi, \theta = 71.7^\circ$)

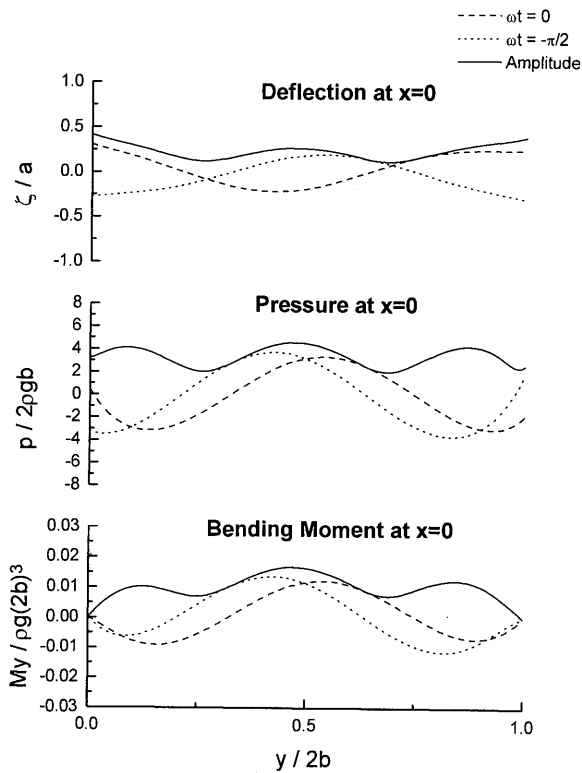


Fig.4b Deflection Pressure and Bending Moment
($h/2b = 0.01, 2Kb = 10\pi, \theta = 71.7^\circ$)

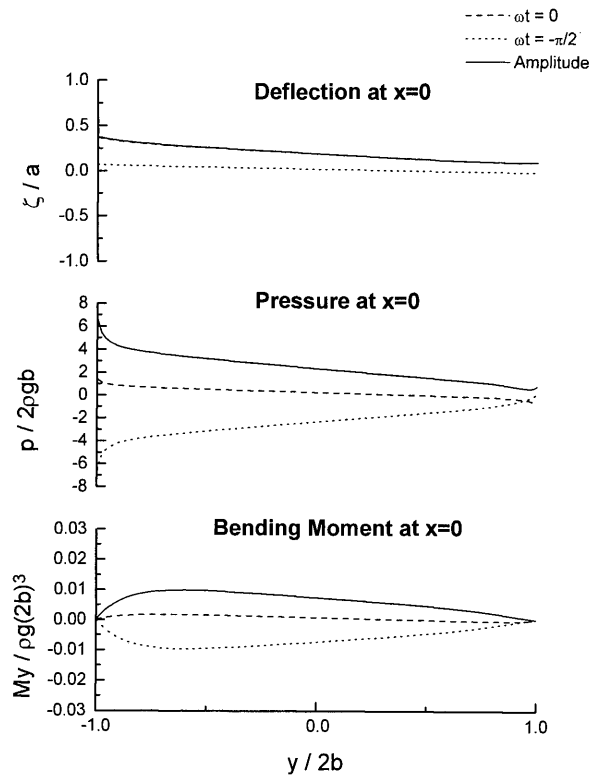


Fig.5b Deflection Pressure and Bending Moment
($h/2b = \infty, 2Kb = 10\pi, \theta = 71.7^\circ$)

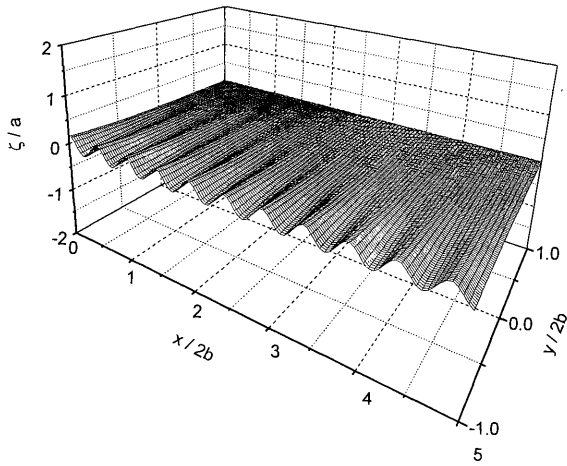


Fig.6 Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = 0.01, 2Kb = 10\pi, \theta = 65.2^\circ$)

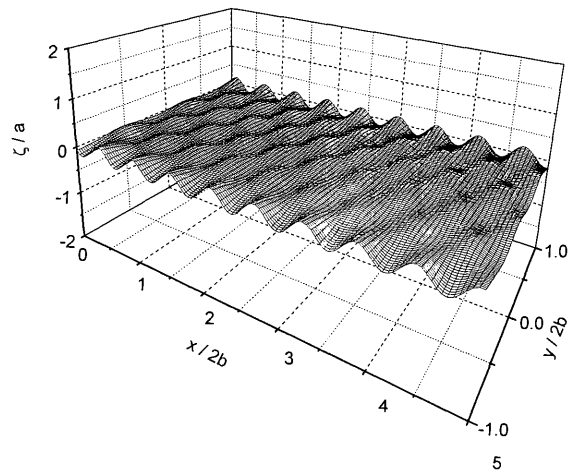


Fig.8a Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = 0.01, 2Kb = 40\pi, \theta = 85.0^\circ$)

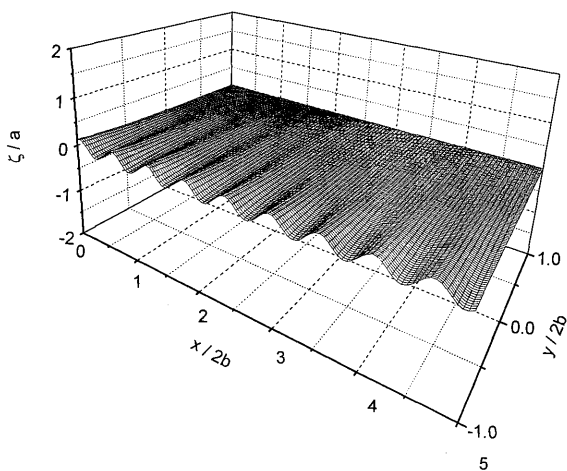


Fig.7 Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = \infty, 2Kb = 10\pi, \theta = 69.6^\circ$)

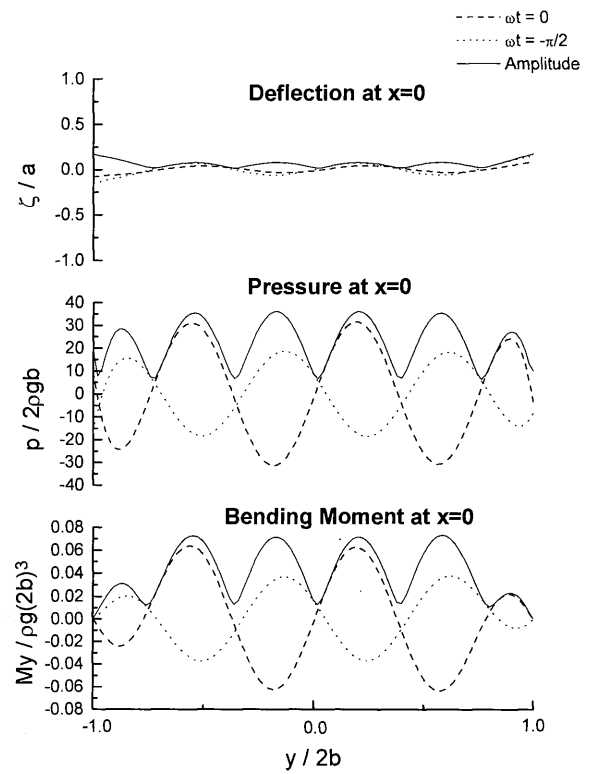


Fig.8b Deflection Pressure and Bending Moment
($h/2b = 0.01, 2Kb = 40\pi, \theta = 85.0^\circ$)

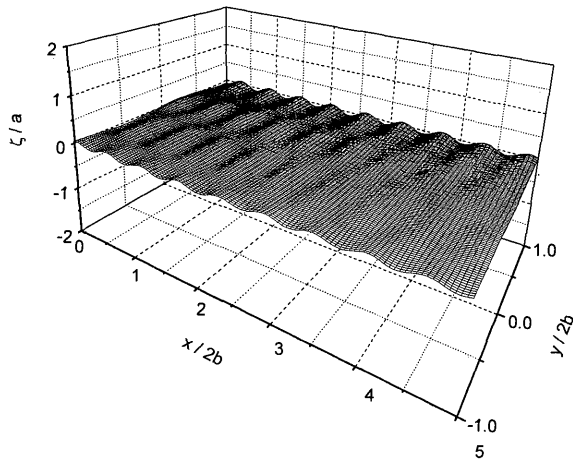


Fig.9a Deflection of a Large Plate in Oblique Seas
($h/2b = \infty, 2Kb = 40\pi, \theta = 85.0^\circ$)

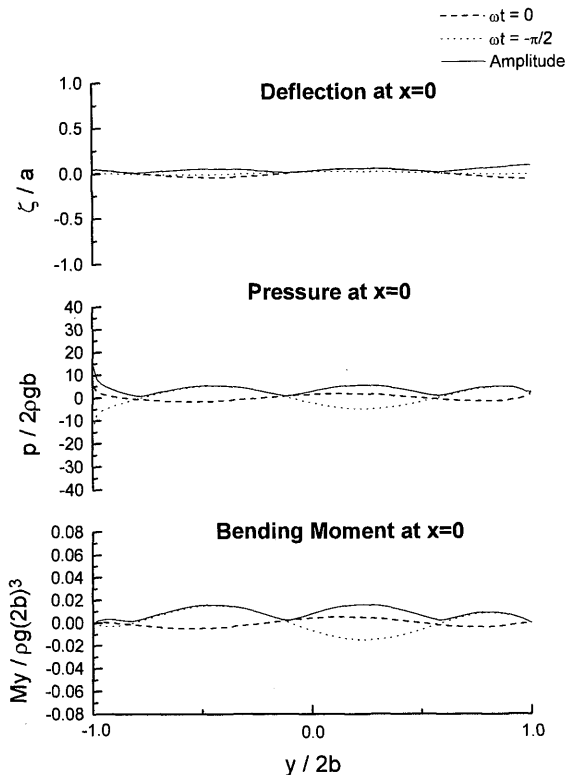


Fig.9b Deflection Pressure and Bending Moment
($h/2b = \infty, 2Kb = 40\pi, \theta = 85.0^\circ$)

(15) に対応する

$$K_\Lambda^6 + \alpha K_\Lambda^2 - \beta = 0 \quad (57)$$

及び (32) に対応する

$$K_\Lambda^5 + \alpha K_\Lambda - \alpha K = 0 \quad (58)$$

は各々水深が浅い場合、深い場合に対応する広義の分散関係をあたえる。特に実数の根は平板変形波中の進行波成分の波数を与える。この波数を K_Λ として水面波の波数 K との関係 Newman⁷⁾ にならって描いたものが Fig.10 である。この図は $h/2b = 0.01, \infty$ の二つの場合について曲げ剛性 D を変えたときのものである。 $D = 0$ であれば、それは水面と同じであるから $K_\Lambda = K$ であり、 D が大きくなる程 K_Λ が小さくなる。また水深が深い場合の方が、浅い場合に比較して同一の水面波の波長に対して平板の変形波の波長が長くなる。このことは先に示した Fig.4 ~ Fig.9 から見て取ることができる。なお、(57)、(58) 式の他の根は平板の左端あるいは右端から離れると急速に小さくなる、変形の evanescent wave 成分に相当する。また、 $K_\Lambda < K$ から入射波の進行方向 θ と、その平板上への進行によって生ずる平板上の変形波の進行波成分の進行方向 θ_Λ の関係が $K \cos \theta = K_\Lambda \cos \theta_\Lambda$ であることは容易に推論できる。また入射波が全て反射される限界角 θ_{cr} は $K \cos \theta_{cr} = K_\Lambda$ で与えられる。

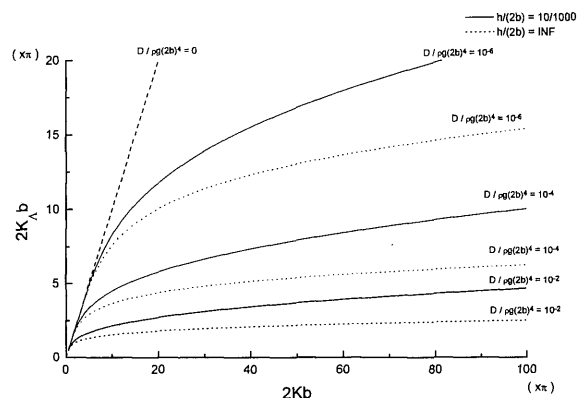


Fig.10 Relation of $2K_\Lambda b$ and $2Kb$

Fig.11 は $\theta = 90^\circ$ 、 $h/2b = 0.01$ の場合の反射波係数の 2 乗 ($|R|^2/a^2$) と $2K_\Lambda b$ の両方を $2Kb$ に対して図示したものである。反射波がない状態が $2K_\Lambda b = m\pi$ で、反射波振幅のピークが $2K_\Lambda b =$

$(m + 1/2)\pi$ で起こることが分かる。これは異なった媒質間の反射率の関係についてよく知られている事実と一致している。

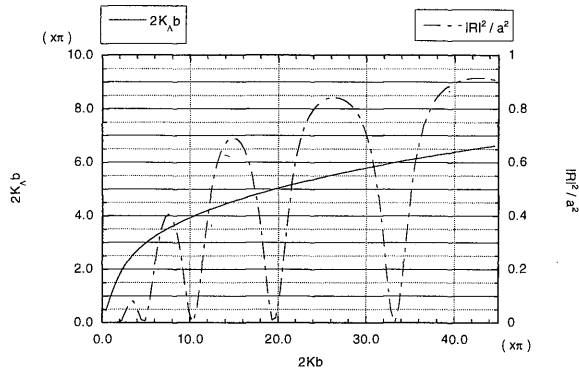


Fig.11 Relation of $|R|^2/a^2$ and $2K_A b$

Fig.12 は、同じく $\theta = 90^\circ$ 、 $h/2b = 0.01$ の場合に波数 $2Kb$ を変化させたときの反射エネルギーと曲げモーメントの変化の様子を同時に描いたものである。この図から、反射波のない状態では曲げモーメントが大きく、逆に反射波エネルギーが極大となるところで、曲げモーメントは極小となることが分かる。

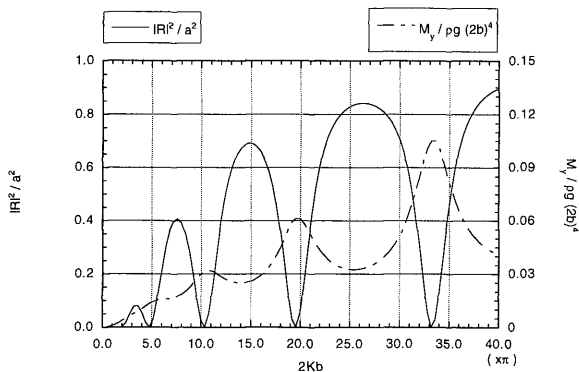


Fig.12 Relation of $|R|^2/a^2$ and Bending Moment

5. 結 び

吃水が水平方向のサイズに比べて非常に小さい薄い板の形状を持つ浮体式海上空港の波浪中の曲げ振動の解析法を示した。この形状の構造物では曲げ剛性が著しく小さいこと、対象とする海洋波の波長が構造物の水平方向のサイズに比べて非常に短いことなどの理由で、船舶などに用いられる波浪に対する

流力弾性応答の伝統的な解析法が最良のものではない。このことを考慮して、構造物の動的な変形を流体運動と数学的には区別しない直接解析法を提案した。この方法によると特に水深の浅い実際の状況に近い場合には、数値計算が著しく容易になる。

十分に長い空港に斜めに波が入射するときの空港の曲げ振動を、水深が浅い場合と深い場合について数値計算し、提案した方法の有効なことを確認した。

この方法によると海上空港の曲げ振動は、水面を伝わる水面波と本質的には異なることのない波として理解される。海洋波の波長による空港の曲げ振動の変化の様子も、波の屈折、反射の現象をもとに考えると理解しやすいことが分かった。

この方法が力学的に合理的なモデルに基づいて組み立てられ且つ数値計算が比較的容易なことから、将来予想される複雑な形状の空港実機に対する大規模な数値計算法の Validation、及びその基礎となる現象の力学的な理解のために有効であろう。

本研究は平成8、9年度科学研究費基盤研究B(2)「浮体式人工島の波浪中における流力弾性的挙動に関する研究」による研究費の補助をうけたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Stoker, J. J. : Water Waves, Wiley Classical Library Edition (1992)
- 2) Meylan, M. and Squire, V. A. : The Responses of Ice Floe to Ocean Waves, J. Geophysical Research, Vol. 99, (1994)
- 3) Ohkusu, M. and Nanba, Y. : Hydroelastic Behavior of a Very Large Floating Platform in Waves, 11th. International Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Hamburg (1996)
- 4) Ohkusu, M. and Nanba, Y. : Hydroelastic Responses of a Floating Thin Plate in Very Short Waves, 12th. International Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Carry-le-Rouet (1997)
- 5) Kashiwagi, M. , A B-spline Galerkin Scheme for Calculating Hydroelastic Response of a

- Very Large Floating Structure in Waves (to be published), J. Marine Science and Technology (1998)
- 6) Troesch, A. W. : The Diffraction Potential for a Slender Ship Moving through Oblique Waves, Rep. No. 176, Dept. NAME, Univ. of Michigan, (1975)
- 7) Newman, J. N. Maniar, H. D. and Lee, C. H. : Analysis of Wave Effect for Very Large Floating Structures, Proc. International Workshop on Very Large Floating Structures, Hayama, Japan (1996)