

水表面近傍の乱れが気体輸送速度に及ぼす効果

杉原, 裕司
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

松永, 信博
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

本地, 弘之
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

<https://doi.org/10.15017/17432>

出版情報 : 九州大学大学院総合理工学報告. 19 (1), pp.55-60, 1997-06-01. 九州大学大学院総合理工学研究科
バージョン :
権利関係 :

水表面近傍の乱れが気体輸送速度に及ぼす効果

杉原 裕司*・松永 信博*・本地 弘之*

(平成9年2月28日 受理)

Effect of Turbulence on Gas Transfer Velocity at the Water Surface

Yuji SUGIHARA, Nobuhiro MATSUNAGA and Hiroyuki HONJI

A numerical analysis was made to investigate the effect of turbulence on gas transfer velocity at the water surface. The oxygen gas transfer processes due to oscillating-grid turbulence were analyzed under constant flux conditions by using a Reynolds stress model. The gas transfer velocity k_L was related to a turbulent Reynolds number at the water surface R_{ts} . The dependence of k_L on R_{ts} obtained from the numerical solutions agrees with the experimental result by Chu and Jirka (1992). This agreement shows that the Reynolds stress model is applicable to the prediction of gas transfer flux across the water surface.

1. 緒 言

大気から水域への物質輸送機構の解明は、環境変動予測における重要な課題と考えられている。大気-水域間のガスフラックスをバルク式で表現する際に、その輸送係数となるのが気体輸送速度 k_L である。 k_L の不確かさは、そのまま物質循環シミュレーションの精度低下に繋がる。従って、気体輸送研究の工学的課題は、この k_L をいかに精度良く推定できるかという問題に帰着する。通常の気体輸送過程は、乱れ、平均流、気泡、界面活性等の諸因子に支配されている。 k_L は、これらの因子の中でも水表面近傍の乱れに最も強く依存していると考えられる。

気体輸送に及ぼす乱れの影響を調べたものに、Chu & Jirka¹⁾の研究がある。彼らは、振動格子水槽を用いて、平均流が存在しない乱流場における酸素の輸送過程を調べた。そして、水表面付近の乱れ強度で規格化された無次元気体輸送速度が、乱流 Reynolds 数の0.44乗に比例することを実験的に見出した。Prinos et al.²⁾は、Chu & Jirka の実験結果を乱流モデルを用いて解析することを試みた。しかしながら、彼らの解析では k_L の値を定量化するまでには至っていない。嶋田と小森³⁾は、振動格子水槽を用いて、海水と真水の違いが k_L に及ぼす効果について検討している。彼らは、海水の k_L が真水の k_L のおよそ50%にまで減少することを見出した。また、振動格子乱流場の k_L が、乱流渦の出現頻度の平方根に比例することを指摘した。このことは、この乱流場の気体輸送機構が表面更新モデルで説明可能であることを示唆している。

以上のように、水表面近傍の乱れが k_L に及ぼす効果について、振動格子乱流場を対象とした種々の研究

が行われている。しかしながら従来の研究は、 k_L が乱流特性量によってどのように普遍表示できるのかについて確定的な結論を得るには至っていない。

本研究の目的は、乱流モデル解析に基づいて、平均流の存在しない振動格子乱流場の k_L が、水表面付近の乱れ特性にどのように依存しているのかを明らかにすることである。また、水表面の気体輸送解析における乱流モデルの有効性についても検討する。

2. 振動格子乱流場における気体輸送過程の応力方程式モデル

本研究の解析対象として、Fig. 1 に示すような振動

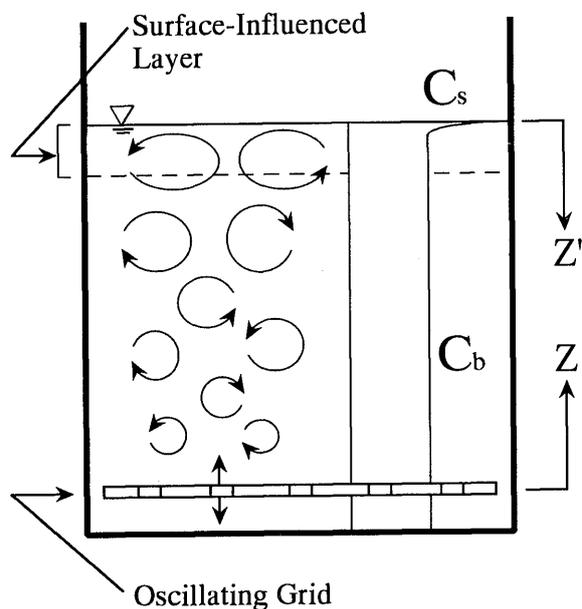


Fig. 1 Schematic diagram of gas transfer process in an oscillating-grid tank.

格子乱流場における水表面での気体輸送過程を考える。振動格子乱流場は、静止流体中において水平格子を鉛直振動させた際に形成される乱流場であり、近似的に平均流がなく、乱流統計量は水平面内において一様で鉛直方向にのみ変化する。このような乱流場は、乱れエネルギー方程式において、乱れの鉛直拡散と散逸が釣り合った場として記述される。水表面を有する振動格子乱流場の乱流構造は、Surface-Influenced Layer (以下 SIL) と呼ばれる積分スケール程度の水表面近傍領域において、強い非等方性を示す¹⁾。そこで、本研究では乱流統計量の鉛直分布を解析するための乱流モデルとして、非等方乱流場を記述可能な Launder et al.⁴⁾の応力方程式モデル (以下 LRR モデル) を採用する。振動格子乱流場の特性に基づいて単純化された LRR モデル方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} &= C_k \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} \left(w^2 \frac{\partial k}{\partial z} + w^2 \frac{\partial w^2}{\partial z} \right) \right\} - \varepsilon \\ \frac{\partial w^2}{\partial t} &= C_k \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} 3w^2 \frac{\partial w^2}{\partial z} \right\} - C_{\phi 1} \frac{\varepsilon}{k} (w^2 - \frac{2}{3}k) \\ &\quad - 2C_d \frac{\varepsilon}{k} w^2 f_s - \frac{2}{3}\varepsilon \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = C_\varepsilon \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} w^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

ここで、 k は乱れエネルギー、 w は鉛直流速の乱れ強度、 ε はエネルギー散逸率であり、 z は格子振動中心から鉛直上向きに取られた座標である。また、 f_s は水表面の反射効果による圧力-歪速度相関の増大を表現するための水表面接近関数で、 C_k 、 $C_{\phi 1}$ 、 C_d 、 C_ε 、 $C_{\varepsilon 2}$ はモデル定数である。 f_s については、Gibson & Rodi⁵⁾に倣って次式のように与えた。

$$f_s = \frac{L}{z_s} \frac{\zeta^2}{1 - \zeta} \quad (2)$$

ここで、 z_s は格子振動中心から水表面までの距離を示し、 L および ζ はそれぞれ次式のように定義されている。

$$L = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}, \quad \zeta = \frac{z}{z_s} \quad (3)$$

Gibson & Launder⁶⁾の応力方程式モデルに基づく溶存気体の拡散方程式と乱流フラックスの輸送方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu \frac{\partial C}{\partial z} - wc \right\} \\ \frac{\partial wc}{\partial t} &= C_{s\theta} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} w^2 \frac{\partial wc}{\partial z} \right\} - w^2 \frac{\partial C}{\partial z} - C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} wc \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 C は溶存気体のアンサンブル平均濃度、 ν は流体の動粘性係数、 wc は溶存気体の乱流フラックスであり、 $C_{s\theta}$ 、 $C_{1\theta}$ はそれぞれモデル定数である。また、 Sc は ν/D で定義されるシュミット数で、 D は溶存気体の分子拡散係数を示す。

本解析の境界条件の設定に際して、振動格子乱流場を $z=0$ において k_0 、 ε_0 の乱れが定常的に生成されている場であると考ええる。また、 $z=0$ における w^2 については rk_0 で与えられるものとする⁷⁾。ここで、 r は定数である。水表面に近づくと鉛直方向の乱流運動が抑制されることから、 $z=z_s$ における w^2 は 0 になるものと仮定する。また、 $z=z_s$ における k および ε の境界条件として対称条件を与える。以上より、振動格子乱流場に関する k 、 ε 、 w^2 の境界条件は次式のようになる。

$$k = k_0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0, \quad w^2 = rk_0 \text{ at } z = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0, \quad w^2 = 0 \text{ at } z = z_s,$$

Fig. 1 に模式的に示されているように、水表面の極近傍を除くバルク領域においては、乱れによって気体濃度が一様に混合されているものと考えられる。このバルク領域の濃度を C_b 、水表面での濃度を C_s とする。また本研究では、仮想的に z 方向に気体フラックスが一定となる気体輸送過程を解析対象とする。その場合、 C_b は時間的に一定となり、 C および wc は定常分布をもつ。実際の振動格子実験においては水槽底面でフラックスが 0 になるため、constant flux layer は形成されない。しかしながら、 k_L は乱流構造のみに規定され、濃度の境界条件には依存しないことから、本解析で算定された k_L は実際の振動格子実験のそれと比較可能である。一方、 C および wc が空間的に変化する濃度境界層は極めて薄く、その分布特性を解析するためには水表面近傍に多数の計算格子点を配置しなければならない。そこで、計算格子点の節約のために、予め比較的粗い格子点で全領域の乱流構造計算を行い、その結果を水表面に近いバルク領域内のある位置 $z=z_b$ における境界値に用いて、水表面近傍の気体輸送計算を行う。また、平均気体濃度を $C = C_b + \bar{C}$ のようにバルク濃度とそれからの偏差 \bar{C} の和で表し、 C の代わりに \bar{C} に関する拡散方程式を解析する。以上より、気体輸送解析における境界条件は次式のように与えられる。

$$k = k_b, \quad \varepsilon = \varepsilon_b, \quad w^2 = w_b^2 \text{ at } z = z_b,$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0, \quad w^2 = 0 \text{ at } z = z_s \quad (6)$$

$$\tilde{C}=0, \frac{\partial wc}{\partial z}=0 \text{ at } z=z_b$$

$$\tilde{C}=\Delta C, wc=0 \text{ at } z=z_s$$

ここで、 ΔC は $C_s - C_b$ で定義されている。解析の見通しを良くするために、 $z=0$ における境界値 k_0 , ε_0 および ΔC を用いて基礎方程式と境界条件を無次元化する。無次元諸量は次式のように定義されている。

$$\hat{k}=k/k_0, \hat{\varepsilon}=\varepsilon/\varepsilon_0, \hat{w}^2=w^2/k_0, \hat{C}=\tilde{C}/\Delta C, \quad (7)$$

$$\hat{wc}=wc/(k_0^{1/2}\Delta C), \hat{z}=z/(k_0^3\varepsilon_0^{-2})^{1/2}, \hat{t}=t/(k_0\varepsilon_0^{-1})$$

無次元基礎方程式は、平均濃度の拡散方程式を除いて元の方程式の諸量に $\hat{\cdot}$ が付くだけである。無次元平均濃度の拡散方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{t}} = \frac{\partial}{\partial \hat{z}} \left\{ S_c^{-1} R_i^{-1} \frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{z}} - \hat{wc} \right\} \quad (8)$$

ここで、 R_i は次式で定義された乱流 Reynolds 数である。

$$R_i \equiv \frac{k_0^2 \varepsilon_0^{-1}}{\nu} \quad (9)$$

また無次元化された境界条件は次式のようになる。

・全領域での乱流構造計算における境界条件：

$$\hat{k}=1, \hat{\varepsilon}=1, \hat{w}^2=r \text{ at } \hat{z}=0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \hat{k}}{\partial \hat{z}}=0, \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \hat{z}}=0, \hat{w}^2=0 \text{ at } \hat{z}=\hat{z}_s$$

・水表面近傍での気体輸送計算における境界条件：

$$\hat{k}=\hat{k}_b, \hat{\varepsilon}=\hat{\varepsilon}_b, \hat{w}^2=\hat{w}_b^2 \text{ at } \hat{z}=\hat{z}_b$$

$$\frac{\partial \hat{k}}{\partial \hat{z}}=0, \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \hat{z}}=0, \hat{w}^2=0 \text{ at } \hat{z}=\hat{z}_s \quad (11)$$

$$\hat{C}=0, \frac{\partial \hat{wc}}{\partial \hat{z}}=0 \text{ at } \hat{z}=\hat{z}_b$$

$$\hat{C}=1, \hat{wc}=0 \text{ at } \hat{z}=\hat{z}_s$$

数値計算においては、非定常計算を行い、場が定常状態に落ち着くまで計算を繰り返すことによって定常解を求めた。基礎方程式の差分化にはクランクニクソン・スキームを用いた。また、 \hat{z}_s , \hat{z}_b は全ての計算においてそれぞれ2.5, 2.0に固定された。計算メッシュ間隔は、全領域計算においては0.00625, 気体輸送計算においては0.00125を用いた。

3. 水表面近傍における乱流構造の解析結果

水表面での k_L を精度良く算定するためには、水表面近傍の乱流構造を精度良く解析できなければならない。そのためには、本研究の数値モデルが水表面近傍の乱れ特性の実験値を最も良く再現できるモデル定数値を解析に用いる必要がある。式(1)に含まれるモデル定数の内、 C_k , $C_{\phi 1}$, C_ε , $C_{\varepsilon 2}$ については、無限水深を有する振動格子乱流場の LRR モデル方程式の解析解に基づいて、次の定数値が実験値と最も良く適合することがわかっている⁷⁾。

$$C_k=0.0613, C_{\phi 1}=5.0, C_\varepsilon=0.0841, C_{\varepsilon 2}=1.90 \quad (12)$$

また、 r の値については実験データから0.8になることがわかっている⁷⁾。 C_d については振動格子乱流場においてどのような値を取るかは不明である。そこで、 C_d 以外の定数値については式(12)の値に固定し、 C_d 値を種々変えた場合の解の応答を調べた。ただし、この解析は全領域計算として行われた。

Fig. 2 に、水平流速および鉛直流速の乱れ強度 u , w の C_d 値に対する応答を示す。ここで、 u_r , w_r は水表面が存在しない場合の LRR モデル方程式の解析解⁷⁾、

$$\hat{u}_r = \sqrt{0.6} \left(\frac{\hat{z}}{1.82} + 1 \right)^{-2.5}, \hat{w}_r = \sqrt{0.8} \left(\frac{\hat{z}}{1.82} + 1 \right)^{-2.5} \quad (13)$$

から計算される乱れ強度を示す。 z' は $z'=z_s-z$ で定義された水表面からの位置を表す座標である。また、

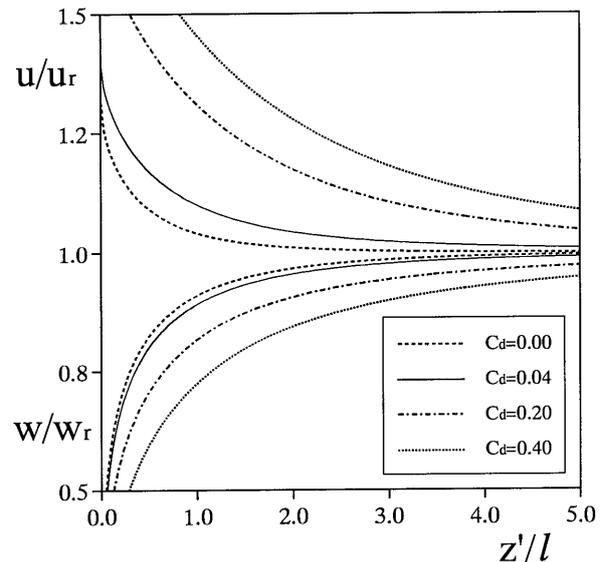
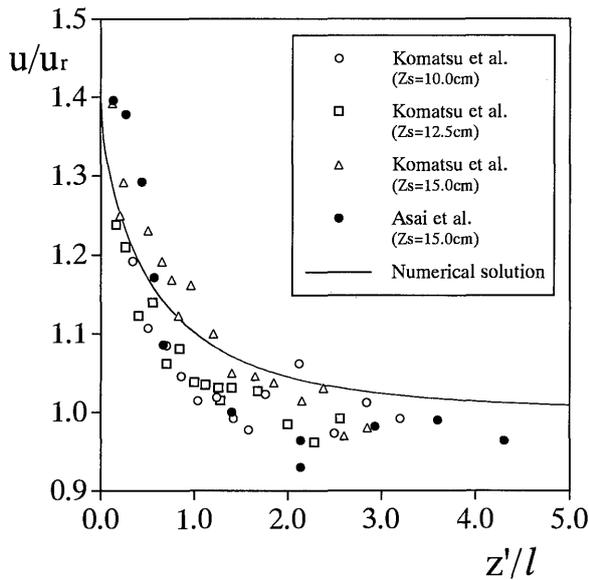
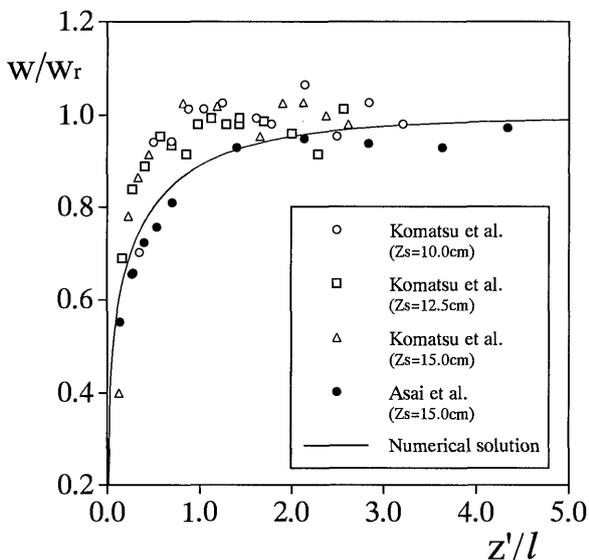


Fig. 2 Dependence of turbulent intensity profile on C_d .



(a) u near the water surface.



(b) w near the water surface.

Fig. 3 Comparisons between numerical solutions with $C_d = 0.04$ and experimental data for turbulent intensity.

l ($=0.1z$) は水平方向の積分長さスケールである。

この図から、 C_d 値が大きくなるにしたがって水表面の影響の及ぶ領域 SIL が急激に拡大しており、SIL 厚の解析結果は C_d 値に強く依存することがわかる。また、 $C_d \geq 0$ であるため、 $C_d = 0.0$ の解析結果が SIL を最も薄く評価する。ただし、これらの C_d 値と SIL 厚の関係は、水表面における境界条件とも密接に関係していることに注意する必要がある。

Fig. 3 (a), (b) に、小松他⁹⁾、朝位他⁹⁾の実験値とその実験値に最も適合する $C_d = 0.04$ の解析結果の比較を示す。SIL 内において、実験値と解析結果が良く一致しており、 $C_d = 0.04$ が振動格子乱流場のモデル定

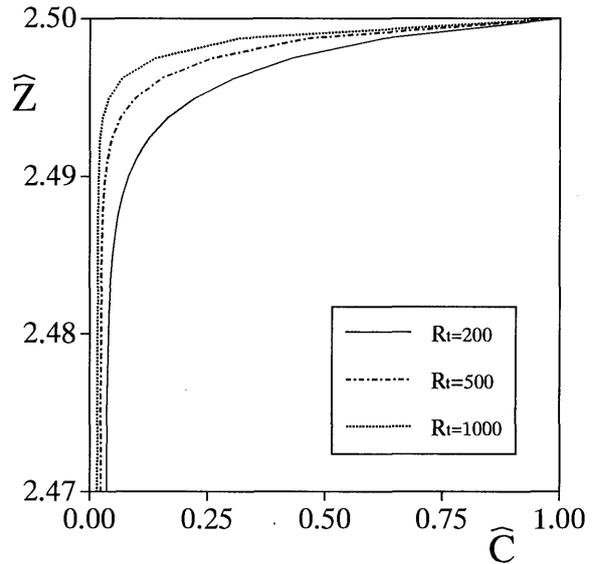


Fig. 4 Dependence of mean gas concentration profile on R_i .

数値として妥当であることがわかる。以上のように、水表面近傍の乱流構造を精度良く解析できるモデル定数値を決定した。次節の気体輸送解析においては、これらの定数値を用いて計算を行った。

4. 水表面における気体輸送過程の解析結果

気体輸送解析を行うためには、 wc の輸送方程式中のモデル定数 C_{s0} 、 C_{10} の値を決定する必要がある。しかしながら、これらのモデル定数を振動格子実験のデータと適合するよう決定することは困難であると考えられる。そこで、本解析では便宜的に、 C_{10} については標準的に用いられている値⁹⁾を採用し、 C_{s0} については拡散項の類似性から ϵ -方程式の拡散項の定数 C_ϵ とほぼ同じ値を与えた。解析に用いられた定数値は、 $C_{s0} = 0.08$ 、 $C_{10} = 2.9$ である。本解析では、 k_L に関する Chu & Jirka の実験値との比較を考慮して、溶存気体として酸素を考える。 Sc の値については、彼らの実験に合わせて 488 に固定した。また、 $R_i = 200, 500, 1000$ の 3 ケースに関して計算を行った。

Fig. 4 に、無次元濃度 \hat{C} の鉛直分布を示す。 R_i が増加するにしたがって濃度境界層が薄くなる傾向を本モデルは良くシミュレートできることがわかる。Chu & Jirka の実験では濃度境界層厚さは $0.005l$ 程度であり、本モデルの解析結果と定量的にはほぼ一致する。

Fig. 5 に、無次元乱流フラックス \hat{wc} の鉛直分布を示す。この図から、水表面の極近傍を除いて、 \hat{wc} が一定値を取るバルク領域が形成されることがわかる。本解析においては、気体濃度のトータルフラックスは z 方向に一定であり、またバルク領域においては分子拡散による気体フラックスがほぼ 0 である。従って、

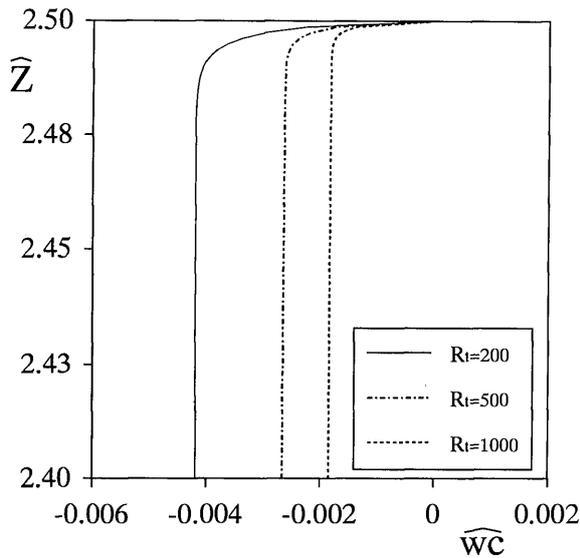


Fig. 5 Dependence of turbulent gas flux profile on R_i .

バルク領域の \widehat{wc} 値が、水表面から溶入している気体フラックスであると考えられる。 \widehat{wc} の絶対値は R_i が増加するにしたがって減少する傾向にある。ただし、このことは、 R_i の増加に伴う次元量の乱流フラックス wc の減少を意味するものではないことに注意が必要である。

5. 気体輸送速度の定量化

本節では、振動格子乱流の気体輸送速度の普遍表示について考察し、本モデルの解析結果および Chu & Jirka の実験データに基づいてその考察の妥当性を検証する。

非常にマイクロなタイムスケールで現象を見た時には、濃度境界層内では非定常的な輸送過程が存在する。また、水表面の極近傍では分子拡散が支配的である。その場合の溶存気体の拡散方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (14)$$

今、バルク領域の乱流渦が S の周波数で濃度境界層を更新しているものとする、次のようなスケールリングが可能である。

$$\frac{\partial}{\partial t} \sim S, \quad D \frac{\partial^2}{\partial z^2} \sim \frac{D}{\delta^2} \quad (15)$$

ただし、 δ は平均的な濃度境界層厚さを示す。式(14)、(15)から δ は次式のように表される。

$$\delta \sim \sqrt{\frac{D}{S}} \quad (16)$$

一方、気体フラックス J は、

$$J = -D \frac{\partial C}{\partial z} = k_L \Delta C \sim D \frac{\Delta C}{\delta} \quad (17)$$

のように表せる。従って、式(16)、(17)から、気体輸送速度 k_L は次式のように表せる。

$$k_L \sim \sqrt{DS} \quad (18)$$

式(18)は、表面更新モデルと本質的に同じである。振動格子乱流場には平均流が存在しないことから、表面更新率 S を次式のように表す。

$$S \propto \frac{\varepsilon_s}{k_s} \quad (19)$$

ただし、 k_s 、 ε_s は水表面近傍における乱れエネルギーとエネルギー散逸率を示す。式(19)を式(18)へ代入すると、次式が得られる。

$$\frac{k_L}{k_s^{1/2}} = A S c^{-1/2} R_{is}^{-1/2} \quad (20)$$

ここで、 A は定数であるが、より現実的には界面活性等の乱れ以外の諸要素の関数になりうる。また、 R_{is} は次のように k_s 、 ε_s で定義される乱流 Reynolds 数である。

$$R_{is} \equiv \frac{k_s^2 \varepsilon_s^{-1}}{\nu}$$

式(20)は、規格化スケールの取り方を除いて Fortescue & Pearson¹⁰⁾ の large eddy モデルと同形式のモデルである。

Fig. 6 は、式(20)の関係を検証するために、 $k_L / (k_s^{1/2} S c^{-1/2})$ を R_{is} に対してプロットしたもので、本モデルの解析結果と Chu & Jirka の実験値とを比較し

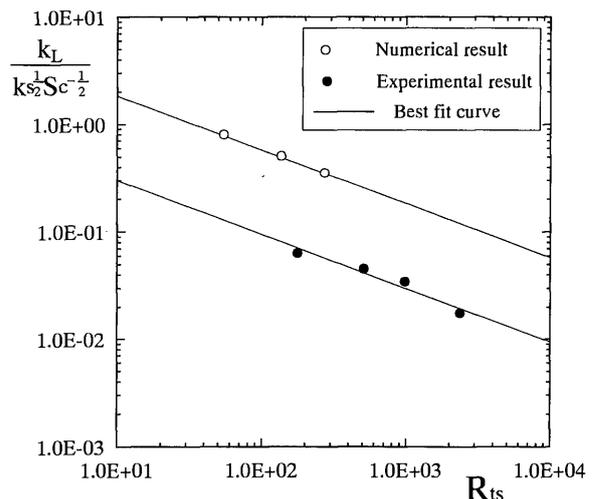


Fig. 6 Relation between k_L and R_{is} .

ている。ただし、 k_s と ε_s の評価は、LRR モデルの解析解⁷⁾,

$$\widehat{k}_s = \left(\frac{\widehat{z}_s}{1.82} + 1 \right)^{-5}, \quad \widehat{\varepsilon}_s = \left(\frac{\widehat{z}_s}{1.82} + 1 \right)^{-8.5} \quad (21)$$

と松永他¹¹⁾によって提案された振動格子乱流場の境界値 k_0 , ε_0 の評価式を用いて行った。この図より、本研究の解析結果、実験値ともに式 (20) の関係を良く満たしており、このような普遍表示が妥当であることがわかる。また、このことは振動格子乱流場の気体輸送機構が表面更新モデルで説明可能であることを示唆している。解析結果と実験値の比例定数は量的にはかなり異なっているが、これは前述したように界面活性等の要素の取り込みの有無によるものと考えられる。いずれにしても、単純な気体輸送過程については乱流モデルを用いた解析が十分可能であるものと結論づけられる。本研究で提案された k_L 式は k と ε で表示されているため、RANS 系の乱流モデルとの結合が容易で応用性の高い評価式であると言える。

6. 結 論

本研究では、応力方程式モデルを用いて振動格子乱流場における酸素の気体輸送過程を解析し、気体輸送速度に及ぼす乱れの効果を調べた。得られた結果を要約すると以下ようになる。

- 1) 応力方程式モデルの圧力—歪速度相関項における水表面接近関数のモデル定数値を推定した。
- 2) 応力方程式モデルは溶存酸素の濃度境界層厚さを定量的に算定できる。また、濃度境界層厚さに関する

乱流 Reynolds 数依存性を解析できる。

3) 応力方程式モデルによって算定された気体輸送速度に対する乱流 Reynolds 数の依存性は、Chu & Jirka の実験値と一致する。

4) 振動格子乱流場の気体輸送機構は表面更新モデルで説明できる。

5) RANS 系の乱流モデルとの結合が容易な気体輸送速度の評価式を提案した。

最後に本研究の一部は、平成 8 年度科学研究費補助金の援助を受けて行われたことを記し謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Chu, C. R. and Jirka, G. H., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **35**, 1957 (1992).
- 2) Prinos, P., Atmane, M. and George, J., In *Air-Water Gas Transfer*, Jähne and Monahan (eds.), 49 (1995).
- 3) 嶋田隆司, 小森悟, 日本流体力学会年会 '96 講演論文集 451 (1996).
- 4) Launder, B.E., Reece, G. J. and Rodi, W., *J. Fluid Mech.*, **68**, 537 (1975).
- 5) Gibson, M. M. and Rodi, W., *J. Hydraul. Res.*, **27**, 233 (1989).
- 6) Gibson, M. M. and Launder, B. E., *J. Fluid. Mech.*, **86**, 491 (1978).
- 7) 杉原裕司, 松永信博, 中平伸治, 本地弘之, 九大総理工報告, **18**, 39 (1996).
- 8) 小松利光, 柴田敏彦, 朝位孝二, 高原健太郎, 水工学論文集, **39**, 819 (1995).
- 9) 朝位孝二, 小松利光, 柴田敏彦, 高原健太郎, 土木学会第50回年次学術講演会概要集, **II-1**, 554 (1995).
- 10) Fortescue, G. E. and Pearson, J.R., *Chem. Engrg. Sci.*, **22**, 1163 (1967).
- 11) 松永信博, 杉原裕司, 小松利光, ながれ, **11**, 254 (1992).