九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

水表面近傍の乱流に対するLRR型応力方程式モデ ルの有効性

杉原, 裕司 九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

松永, 信博 九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

中平, 伸治 九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

本地, 弘之 九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

https://doi.org/10.15017/17402

出版情報:九州大学大学院総合理工学報告. 18(1), pp.34-89, 1996-06-01. 九州大学大学院総合理工学 研究科 バージョン:

権利関係:

水表面近傍の乱流に対する LRR 型 応力方程式モデルの有効性

杉 原 裕 司*・松 永 信 博* 中 平 伸 治**・本 地 弘 之* (平成8年2月29日 受理)

Validity of the LRR Reynolds Stress Closure Model for Turbulence near a Water Surface

Yuji SUGIHARA*, Nobuhiro MATSUNAGA*, Shinji NAKAHIRA** and Hiroyuki HONJI*

The validity has been investigated of the Launder-Reece-Rodi Reynolds stress closure model (LRR model) for turbulence near a water surface. A model test has been performed for an oscillating-grid turbulence in a homogeneous fluid with a finite depth. Distortion of the near-surface turbulence has been numerically simulated. The numerical solutions normalized by using the exact solution for the infinite depth have been compared with experimental data. A good agreement is seen between the both. The model analysis also predicts that a strong influence of a water surface on the turbulence is observed over the order of the integral length scale. These results show the LRR model analysis to be effective for the turbulence near a water surface.

1. 緒 言

水表面では、大気-水域間の運動量輸送を通して、 熱,炭酸ガス,酸素等の物質交換が行われる.それに は水表面近傍の乱流が重要な役割を担っており、これ らの物質交換量を定量的に明らかにするためには、水 表面近傍の乱流特性を明らかにする必要がある.従っ て、水表面近傍における乱流解析の精度向上は、これ らの交換過程の予測手法の確立において重要な課題で ある.水表面近傍では、乱流渦は扁平に変形され、乱 れの非等方性が顕著となる.非等方乱流場を対象とし た RANS 系の解析モデルにレイノルズ応力方程式モ デルがある. このモデルは, DNS や LES に比べて計 算機負荷も小さく、比較的高精度で工学的乱流場を予 測できることから,現在活発に整備されているモデル である.水表面を有する乱流場にレイノルズ応力方程 式モデルを用いた研究として、例えば Gibson & Rodi¹⁾,河原と常山²のものがあるが、このモデルが水 表面近傍の乱流特性をどれ程正確にシミュレートでき るのかについてはさらに詳細に検討されなければなら たい

本研究の目的は,現在提案されている様々なモデルの基本ベースになっている Launder, Reece & Rodiの

レイノルズ応力方程式モデル (LRR モデル)³が、ど の程度水表面近傍の乱流特性をシミュレートできるの かについてその基本性能を検討することである. モデ ルの基本性能を評価する場合には,解析的取り扱いが 容易である乱流場を対象とする方が望ましい. そこで 本研究では、振動格子乱流、つまり平均流が存在せず 拡散と散逸が釣り合った乱流場を解析対象とする. こ の乱れ場は水表面の影響がない場合(以下基本場)に おいてもある程度の非等方性を持っている.従って, 水表面による非等方効果を正しく解析するためには, まず基本場の非等方性度を評価しておく必要がある. 本解析では、基本場の LRR モデルの解析解を通じて 水表面の影響が無視できる場合の非等方性度の実験値 をモデル定数に反映させている. そのようなモデル定 数値を用いて、水表面の影響がある場合の解析を行い 従来の水表面近傍での実験値と比較・検討することに よってモデルの有効性を検討している.

2. 基本場における LRR モデルの解析解

振動格子乱流は,静止流体中において,格子を鉛直 振動させた際に形成される乱流である.この乱れの特 徴は,格子振動中心からある程度離れた領域では近似 的に平均流がなく,乱流統計量が水平面内において一 様で鉛直方向にのみ変化することである⁴.これらの 特性を考慮して LRR モデル方程式を単純化すると以

^{*}大気海洋環境システム学専攻

^{**}大気海洋環境システム学専攻 修士課程

下のようになる.

$$C_{s}\frac{d}{dz}\left\{\frac{k}{\varepsilon}\left(w^{2}\frac{dk}{dz}+w^{2}\frac{dw^{2}}{dz}\right)\right\}-\varepsilon=0$$

$$C_{s}\frac{d}{dz}\left\{\frac{k}{\varepsilon}3w^{2}\frac{dw^{2}}{dz}\right\}-C_{\phi1}\frac{\varepsilon}{k}\left(w^{2}-\frac{2}{3}k\right)-\frac{2}{3}\varepsilon=0 \qquad (1)$$

$$C_{\varepsilon}\frac{d}{dz}\left\{\frac{k}{\varepsilon}w^{2}\frac{d\varepsilon}{dz}\right\}-C_{\varepsilon2}\frac{\varepsilon^{2}}{k}=0$$

ここで, k は乱れエネルギー, ε はエネルギー散逸率, w は鉛直方向流速の乱れ強度, z は格子振動中心から 鉛直上向きに取られた座標である.また C_s , $C_{\phi 1}$, C_{ε} および C_{e2} はモデル定数である.本解析では, $z=z_0$ から一様性が実現するものとし,それより上方を解析 対象とする.格子振動中心で生成された乱れが $z=z_0$ において取る値を k_0 , ε_0 とする.また,そこでの w^2 は, rk_0 で与えられるものとする.以上より境界条件 は次のようになる.

$$k = k_0, \quad w^2 = rk_0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \quad at \quad z = z_0$$

$$k \to 0, \quad w^2 \to 0, \quad \varepsilon \to 0 \quad as \quad z \to \infty$$
(2)

解析の見通しを良くするために,境界値 k₀, ε₀ を用 いて(1),(2)式を無次元化しよう.その際の無次元諸 量は以下のように定義される.

$$\hat{k} = k/k_0, \quad \hat{w}^2 = w^2/k_0, \quad \hat{\varepsilon} = \varepsilon/\varepsilon_0$$

$$\hat{z} = z/(k_0^3 \varepsilon_0^{-2})^{1/2}, \quad \hat{z}_0 = z_0/(k_0^3 \varepsilon_0^{-2})^{1/2}$$
(3)

無次元化された方程式系は,

$$C_{s}\frac{d}{d\hat{z}}\left\{\frac{\hat{k}}{\hat{\varepsilon}}\left(\widehat{w^{2}}\frac{d\hat{k}}{d\hat{z}}+\widehat{w^{2}}\frac{d\hat{w^{2}}}{d\hat{z}}\right)\right\}-\hat{\varepsilon}=0$$

$$C_{s}\frac{d}{d\hat{z}}\left\{\frac{\hat{k}}{\hat{\varepsilon}}3\widehat{w^{2}}\frac{d\widehat{w^{2}}}{d\hat{z}}\right\}-C_{\phi1}\frac{\hat{\varepsilon}}{\hat{k}}\left(\widehat{w^{2}}-\frac{2}{3}\hat{k}\right)-\frac{2}{3}\hat{\varepsilon}=0 \qquad (4)$$

$$C_{\varepsilon}\frac{d}{d\hat{z}}\left\{\frac{\hat{k}}{\hat{\varepsilon}}\widehat{w^{2}}\frac{d\hat{\varepsilon}}{d\hat{z}}\right\}-C_{\varepsilon2}\frac{\hat{\varepsilon}^{2}}{\hat{k}}=0$$

$$\hat{k}=1, \quad \widehat{w^{2}}=r, \quad \hat{\varepsilon}=1 \quad at \quad \hat{z}=\hat{z}_{0}$$

$$\hat{k}\rightarrow0, \quad \widehat{w^{2}}\rightarrow0, \quad \hat{\varepsilon}\rightarrow0 \quad as \quad \hat{z}\rightarrow\infty$$

となる.ここで、

へは無次元量を示す.

(4)式の非線形方程式系を解くに当たり,次のよう に定義される Ç座標系を導入する.

$$\frac{d\hat{\zeta}}{d\hat{z}} = \frac{1}{C_s} \frac{\hat{\varepsilon}}{\hat{k}w^2} > 0 \text{ for } \hat{z}_0 < \hat{z} < \infty$$

$$\hat{\zeta} = \zeta_0 \text{ at } \hat{z} = \hat{z}_0 \tag{5}$$

$$\hat{\zeta} \to \infty \text{ as } \hat{z} \to \infty$$

(5)式を用いて、(4)式を ζ-系へ変換すると次式が得られる.

$$\frac{d^{2}\hat{k}}{d\hat{\zeta}^{2}} + \frac{d^{2}w^{2}}{d\hat{\zeta}^{2}} = C_{s}\hat{k}\widehat{w}^{2}$$

$$\frac{d^{2}\widehat{w}^{2}}{d\hat{\zeta}^{2}} = \frac{C_{s}C_{\phi 1}}{3}\widehat{w}^{2} - \frac{2}{9}C_{s}(C_{\phi 1} - 1)\hat{k}\widehat{w}^{2}$$

$$\frac{d^{2}\hat{\varepsilon}}{d\hat{\zeta}^{2}} = \frac{C_{s}^{2}C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon}}\widehat{\varepsilon}\widehat{w}^{2}$$

$$\hat{k} = 1, \quad \widehat{w}^{2} = r, \quad \widehat{\varepsilon} = 1 \text{ at } \widehat{\zeta} = \zeta_{0}$$

$$\hat{k} \to 0, \quad \widehat{w}^{2} \to 0, \quad \widehat{\varepsilon} \to 0 \text{ as } \widehat{\zeta} \to \infty$$
(6)

(6)式の解として、境界条件を考慮して次のような関数形を仮定しよう.

$$\widehat{k} = \left(\frac{\widehat{\zeta}}{\zeta_0}\right)^{-\alpha}, \quad \widehat{w^2} = r \left(\frac{\widehat{\zeta}}{\zeta_0}\right)^{-\beta}, \quad \widehat{\varepsilon} = \left(\frac{\widehat{\zeta}}{\zeta_0}\right)^{-(3+\gamma)}$$
(7)
$$\alpha, \quad \beta > 0, \quad \gamma > -3$$

(7) 式を(6) 式の第1式へ代入すると、恒等的に次の関係式が得られる.

$$\alpha = \beta = 2 \tag{8}$$
$$\frac{6}{C_s \zeta_0^2} = \frac{r}{1+r}$$

また,(7)式を(6)式の第2式へ代入すると,同様に

$$\alpha = \beta = 2$$

$$\frac{6}{C_s \zeta_0^2} = \frac{rC_{\phi_1}}{3} - \frac{2}{9}(C_{\phi_1} - 1)$$
(9)

が得られる. (8), (9)式より C₀₁ と r の間には

$$C_{\phi_1} = \frac{7r - 2}{(1+r)(3r - 2)} \tag{10}$$

の関係が成立し、モデル定数 C_{ϕ_1} は、乱れの非等方 性から決定されるパラメータであることがわかる.ま た、 $\alpha = \beta = 2$ が得られたことから、 $\widehat{w^2} \ge \widehat{k}$ の比は 空間的に一定で、 $z=z_0$ における値 $r \ge \overline{v}$ ることがわ かる.ここで、(6)式に $\widehat{k} = (\widehat{\zeta}/\zeta_0)^{-2}$ 、 $\widehat{w^2} = r(\widehat{\zeta}/\zeta_0)^{-2}$ を代入すると第1式と2式から同じ形の微分方程式が 得られる.従って(10)式は、この2つの方程式が等価 であることを保証する条件になっていることに注意が 必要である.

(7)式を(6)式の第3式へ代入すると,

$$\gamma = -\frac{7}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{6C_s C_{\varepsilon 2}(1+r)}{C_{\varepsilon}}} \tag{11}$$

が得られる.

(5)式の定義式に(7)式および(8)式の第1式を代入 することにより,次式の関係を求めることができる.





$$\left(\frac{\hat{\zeta}}{\zeta_0}\right)^r = \frac{\hat{z} - \hat{z_0}}{z_L} + 1 \tag{12}$$

ただし, $z_L = C_s \zeta_0 r / \gamma$ である.

従って,(7)式へ(12)式を代入し,(8)式の第1式の 関係を考慮すると,基本場のLRR モデルの解析解は 次のようになる.

$$\hat{k} = \left(\frac{\hat{\zeta}}{\zeta_0}\right)^{-2} = \left(\frac{\hat{z} - \hat{z}_0}{z_L} + 1\right)^{-\frac{2}{\tau}}$$

$$\widehat{w}^2 = r \left(\frac{\hat{\zeta}}{\zeta_0}\right)^{-2} = r \left(\frac{\hat{z} - \hat{z}_0}{z_L} + 1\right)^{-\frac{2}{\tau}}$$

$$\hat{\varepsilon} = \left(\frac{\hat{\zeta}}{\zeta_0}\right)^{-(3+\tau)} = \left(\frac{\hat{z} - \hat{z}_0}{z_L} + 1\right)^{-\frac{(3+\tau)}{\tau}}$$
(13)

ただし, γは(11)式で与えられる.

次に,水表面の影響を受けない振動格子乱流におい て, rの値が空間的に一定であるか否かを実験データ に基づいて検討してみよう. Fig. 1 に,振動格子乱流 の LDV 測定データから算定された rの空間分布を示 す.ここで,S は格子の振動幅,M はメッシュ間隔 である.また Re は,格子の振動数をf,作業流体の 動粘性係数を ν とした時に, fS^2/ν で定義される格子 レイノルズ数である.これより,r は格子振動条件に 依らず,空間的にほぼ一定で,0.8程度の値を取るこ とがわかる.

基本場の解析からもわかるように,LRR モデルの モデル定数は,r, ζ_0 , γ の値に依存している.乱流 計測から, $\gamma=0.4$, $z_L=1.82$ の値を取ることがわかっ ている⁴⁾. また振動格子乱流の時間減衰実験から, C_{ϵ_2} =1.90の妥当性が検証されている⁵⁾. 従って, r=0.8を考慮すれば, (8), (10), (11)式および $z_L = C_s \zeta_0 r/\gamma$ から全てのモデル定数値を決定できることになる.本 解析の結果と実験結果に基づいて決定された定数値は 以下のようになる.

$$C_s = 0.0613, \ C_{\phi 1} = 5.0, \ C_{\varepsilon} = 0.0841, \ C_{\varepsilon 2} = 1.90, \ r = 0.8$$
 (14)

以下の節では,(14)式の値を中心に,モデル定数値 を系統的に変化させることにより,モデル定数の解へ の依存性を調べ,LRR モデルの水表面近傍の乱流解 析における有効性を検討していく.

3. 水表面が存在する場合の数値解析

水表面が存在する場合の解析解を得ることは困難な ので,数値的に解を求めることにする.基礎方程式は, (1)式であり,モデル定数値は Table 1 に示されてい る.

2節において導入された z_0 の値を具体的に与える ことは極めて困難である. そこで数値解析においては, (1)式を z=0 まで拡張した時に,上方の乱れの分布 を再現するために z=0 で与えられるべき仮想的な境 界値を $k=k_0$, $\varepsilon=\varepsilon_0$ で与えられるべき仮想的な境 界値を $k=k_0$, $\varepsilon=\varepsilon_0$ で(1)式を無次元化 して解析を行うこととすると,無次元方程式は(4)式 の第1~3式と同じになる.水表面における境界条件 は現段階ではわかっていないので,次式の境界条件を 便宜的に用いることとする.

$$\hat{k} = 1, \quad \widehat{w^2} = r, \quad \hat{\varepsilon} = 1 \quad at \quad \hat{z} = 0$$

$$\frac{d\hat{k}}{d\hat{z}} = 0, \quad \widehat{w^2} = 0, \quad \frac{d\hat{\varepsilon}}{d\hat{z}} = 0 \quad at \quad \hat{z} = \hat{z}_s$$
(15)

ここで、 \hat{a}_s は無次元水表面高さである.本条件の妥当性については今後の検討課題であり、また高レイノルズ数の流れを対象としたモデルを $\hat{w}^2=0$ つまり水表面のごく近傍まで適用することの妥当性についても

Tabel 1	Case spe	ecifications
---------	----------	--------------

	r	Cs	$C_{\neq 1}$	C e	C ¢ 2	Zs
RUN1	0.70	7.42×10^{-2}	17.06	9.61×10 ⁻²	1.90	2.50
RUN2	0.80	6.13×10 ⁻²	5.00	8.41×10 ⁻²	1.90	2.50
RUN3	1.00	4.42×10 ⁻²	2.50	6.74×10 ⁻²	1.90	2.50
RUN4	0.80	6.13×10 ⁻²	5.00	8.41×10 ⁻²	1.90	2.00
RUN5	0.80	6.13×10 ⁻²	5.00	8.41×10 ⁻²	1.90	3.00

問題が残る.

Gibson & Rodi は、水表面の存在による乱れの修正 項を代数的に与え、レイノルズ応力方程式モデルの中 に組み込んでいる.しかし本解析では、LRR 型の乱 流モデルそのものが(15)式の条件下でどの程度現象を シミュレートできるのか、また水表面近傍で乱れがど のように減衰するのかを調べることを目的としており、 Gibson & Rodi の修正項の導入はこの場合不適当であ る.

数値計算においては、非定常計算を行い、定常状態 に落ち着くまで計算を繰り返すことによって定常解を 求めている.基礎方程式の差分化には、クランクニコ ルソンスキームを用いた.

4. 解析結果および考察

Fig. 2 に乱れの水平,鉛直成分の r.m.s.の数値解 \hat{u} , \hat{w} の水平面近傍における挙動を示す.ここで, \hat{u} は $\hat{u}=\sqrt{(2\hat{k}-w^2)/2}$ から算定されており, \hat{z} は $\hat{z}=$ $\hat{z}_s-\hat{z}$ で定義された水表面からの無次元距離である. $\hat{l}_{u\infty}$ (=0.1 \hat{z})は多くの研究者によって提案された経験 式⁶⁾から計算された水平方向の積分長さスケールであ り, \hat{u}_{∞} , \hat{w}_{∞} は(13)式から得られる解析解である.以 下の考察で用いられる添字∞は,基本場における乱流 特性量の解析解であることを意味する.この図より, 水表面近傍では, \hat{u} は水表面が存在しない場合に比べ て増加し, \hat{w} は急激に減衰することがわかる.また,







Fig. 3 Profiles of $\hat{\varepsilon}$ and w^2/u^2 near the water surface.

水表面の影響を受ける領域(Surface Influenced Layer; 以下 SIL)は、積分長さスケールの1~1.5倍程度の 範囲に限られていることがわかる.解析は3種類の $\hat{c_s}$ に対して行われているが、 $\hat{c_s}$ の変化に関わずらこ の様に規格化された数値解は普遍的な挙動を示す.

Fig. 3 は, エネルギー散逸率 $\hat{\epsilon}$ と非等方性度を表 わす特性量 $\widehat{w^2/u^2}$ の水表面近傍における挙動を示す. $\hat{\epsilon}$ は水表面に近づくにしたがって増加することがわか る. これは, 水表面によって上方への拡散が抑えられ るために, 水表面近傍で多くの乱れエネルギーを散逸 しなければならないためである. $\widehat{w^2/u^2}$ は水表面近傍 で急激に減衰するが, 水表面から離れるにしたがって, r=0.8から理論的に予測される値1.33へ漸近していく ことがわかる.

Fig. 4 は、基本場の非等方性度を種々変化させた場合の $\hat{u} \ge \hat{w}$ の挙動の変化を示す.非等方性度が比較的小さい r=0.7のケースにおいては、 \hat{u} 、 \hat{w} ともに水表面近傍まで減衰傾向を示している.また、rが増加するに従って、水表面の影響が拡大してくることがわかる.このことは、SIL の厚さが、基本場の非等方性度に強く依存していることを示唆している.

Fig. 5 は、LRR モデルから計算された \hat{k} , $\hat{\epsilon}$ の水表 面近傍での挙動と非等方効果が含まれていない標準型 $k-\epsilon$ モデルから計算されたそれとを比較したものであ る. 標準型 $k-\epsilon$ モデルから計算される SIL の厚さは 積分長さスケールの 5 倍程度となり、LRR モデルの







Fig. 5 \hat{k} -and $\hat{\epsilon}$ -comparisons between the LRR model and the $k - \epsilon$ model solutions.





Fig. 6 Comparisons between the numerical solutions with r = 0.8 and the experimental data for r. m. s. of turbulent velocity.

結果とかなり異なる.

Fig. 6 (a), (b) はそれぞれ \hat{u} , \hat{w} の水表面近傍の挙動に関して r=0.8の数値解と小松他", 朝位他⁸, Chu & Jirka⁹⁰の実験値を比較したものである. 数値解と実験値の乱れの挙動および SIL の厚さは良く一致している. また実験値においても, このように規格化された乱れの挙動は, z_s に依らず普遍的に表せることがわかる. これらの一致は, LRR モデルが水表面近傍の乱流解析に対して有効であることを示唆している.

Fig. 7 (a), (b) は,それぞれ r=0.8の数値解から算 定した水平,鉛直方向の乱れのタイムスケール

$$\frac{\widehat{T}_{u}}{\widehat{T}_{u\infty}} = \frac{\widehat{u^{2}/\widehat{\varepsilon}}}{\widehat{u^{2}}_{\infty}/\widehat{\varepsilon}_{\infty}}, \quad \frac{\widehat{T}_{w}}{\widehat{T}_{w\infty}} = \frac{\widehat{w^{2}/\widehat{\varepsilon}}}{\widehat{w^{2}}_{\infty}/\varepsilon_{\infty}}$$
(16)

と乱れの自己相関係数から算定された積分タイムス ケールの実験値を比較したものである.ただし,数値 解と実験値のタイムスケールの定義は同一のものでは ないが,それぞれの基本場の量で規格化された無次元 量の挙動は普遍的であると仮定している.タイムス ケールの挙動で非常に特徴的なことは,Tu が水表面 の影響を強く受け大きく減衰する一方で,Tu はほぼ 一定値を保っていることである.Fig.7の比較から, LRR モデルが,この挙動を定性的にはシミュレート



(a) T_u near the water surface.





していることがわかる. T_w の減衰挙動については, 数値解と実験値の間で若干異なっている. この挙動補 正に関しては, Gibson & Rodi が導入した水表面の修 正項が必要となるのかもしれしないが,基本的には, 水表面近傍の乱流構造をシミュレートする上で, LRR モデルはかなり有効であるものと結論づけられる.

5. 結 言

本研究では,水表面近傍の乱流解析における LRR 型応力方程式モデルの有効性について検討した.対象 とした乱流場は乱れの拡散と散逸が釣り合った振動格 子乱流であり,本研究で得られた結果を要約すると以 下のようになる.

(1) 水表面が存在しない基本場に関する LRR 型レ イノルズ応力方程式モデルの解析解を導出し, 乱流場 の非等方性度はモデルパラメータ *C*_{ø1} を規定してい ることが明らかになった.

(2) 解析に基づいて,振動格子乱流に関するモデル 定数値が推定された.

(3) 水表面が存在する場合の数値解析を行った.数 値解は基本場の特性量を用いて規格化された場合,水 表面の高さに依らず,普遍的な分布をもつ. (4) 乱れの r. m. s. およびタイムスケールに関して 数値解と従来の実験値を比較した. その結果, SIL の 厚さや乱れ特性の挙動において両者は良く一致し, LRR モデルが水表面近傍の乱流解析に有効であるこ とが示された.

最後に本研究の一部は平成7年度文部省科学研究費 補助金の援助のもとで行われたことを記し謝意を表し ます.

参考文献

1) Gibson, M. M. & Rodi, W., Jour. Hydraul. Res., 27, 233 (1989).

- 2) 河原能久,常山修治,水工学論文集,38,821 (1994).
- Launder, B. E., Reece, G. J. & Rodi, W., Jour. Fluid Mech., 68, 537 (1975).
- 4) 杉原裕司,松永信博,増田 章,小松利光,土木学会論 文集,521/Ⅱ-32,93 (1995).
- 5) 杉原裕司, 松永信博, 小松利光, 土木学会論文集, **503**/ **1**-29, 215 (1994).
- 6) 例えば E. X. & Hopfinger, E. J., Jour. Fluid Mech., 166, 227 (1986).
- 7) 小松利光,柴田敏彦,朝位孝二,高原健太郎,水工学論 文集, **39**, 819 (1995).
- 8)朝位孝二,小松利光,柴田敏彦,高原健太郎,土木学会 第50回年次学術講演会概要集, II-1,554 (1995).
- 9) Chu, C. R. & Jirka, G. H., AIR WATER MASS TRANS-FER, Wilhelms & Gulliver (eds.), ASCE, 160 (1991).