

適応形サンプル値フィルタの応答時間の改善

小段, 謙一
九州大学医療技術短期大学部診療放射線技術学科

<https://doi.org/10.15017/174>

出版情報 : 九州大学医療技術短期大学部紀要. 15, pp.7-10, 1988-03-28. 九州大学医療技術短期大学部
バージョン :
権利関係 :

適応形サンプル値フィルタの応答時間の改善

小 段 謙 一*

Improvement of Response Time of Sampled-Data Filters

Kenichi Kodan

1. まえがき

適応形サンプル値フィルタで構成した共振器は、入力信号に周波数変動を生じた場合も、フィルタの構成や共振器のQは不変のまま、常に入力の基本波を抽出することが可能である。¹⁾

その際、その応答時間が問題となるが、適応形サンプル値フィルタでは出力信号から入力周波数の変動を検出する方法を用いているため充分短い応答時間が得られなかった。

本稿では、入力周波数の変動を検出する方法について検討を加え、応答時間を短縮することができたので報告する。

2. 適応形サンプル値フィルタ

基本的な適応形サンプル値フィルタ（共振器）の構成を図1に示す。

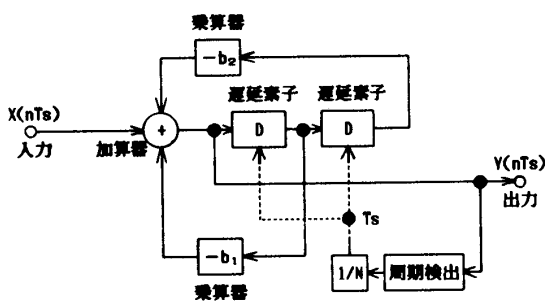


図1. 適応形サンプル値フィルタ（二次系共振器）

この回路は、遅延素子と乗算器及び加算器から成るサンプル値フィルタの部分と、サンプリング信号を得るための適応回路の部分に分けられる。

サンプル値フィルタの入出力の関係は、係数 b_1, b_2 , サンプリング信号の周期 T_s （遅延素子の遅延時間でもある）を用いて次の様に表わせる。

$$y(nT_s) = x(nT_s) - b_1 y\{(n-1)T_s\} - b_2 y\{(n-2)T_s\} \quad (1)$$

伝達関数の極を $re^{\pm j\phi}$ ($0 < r < 1$) とすると b_1, b_2, r, ϕ の間には次の関係が成り立つ。

$$b_1 = -2r \cos \phi, \quad b_2 = r^2$$

又、共振器の振幅及び位相の周波数特性を夫々 $H(m), \theta(m)$ とすると、次式の様になる。但し、 m は中心周波数で正規化した周波数である。

$$H(m) = \frac{1}{\sqrt{1+r^2-2r\cos\{(m-1)\phi\}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+r^2-2r\cos\{(m+1)\phi\}}}$$

$$\theta(m) = 2m\phi - \tan^{-1} \frac{\sin m\phi - r \sin \phi}{\cos m\phi - r \cos \phi} - \tan^{-1} \frac{\sin m\phi + r \sin \phi}{\cos m\phi - r \cos \phi} \quad (2)$$

次に適応回路は以下の原理によって構成されている。

(イ) 入力周期 T_i に対して(3)式を満足する様に T_s を適応変化させれば、共振器は常に入力

* 九州大学医療技術短期大学部
診療放射線技術学科

の基本波を抽出できる。¹⁾

$$T_s = T_i / (2\pi / \phi) = T_i / N \quad (3)$$

(ロ) 入力信号は基本波以外の周波数成分を多く含み歪が大きいと考えられるので、フィルタを通して歪の軽減された出力信号から周期を検出する。出力周期を T_o とすると、 T_s は $T_s = T_o / N$ で与えられる。

3. 過渡応答

3.1 過渡応答波形

入力信号の基本周波数で共振している適応形共振器があり定常状態にあるとする。ある時点で入力の基本周波数が M 倍に step 変化したとする。(入力周期は $T_i \rightarrow T_i / M$)。但し、ここでは $M \geq 1$ の場合を考える。その時の過渡応答の様子は図2のようになる。但し、この図は入力、出力波形を包絡線の大きさと周期の変化のみ示すようにした模式図である。

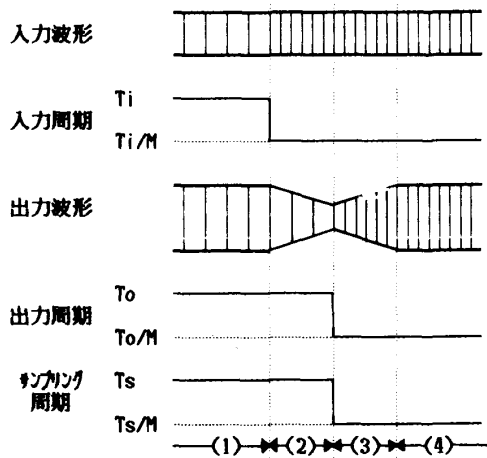


図2. 過渡応答波形 (模式図)

以下に、図中の各区間(1)~(4)における動作の説明を行なう。

区間(1)は変動前の定常状態である。

区間(2)では入力周期は T_i / M に変化するが出力からは未検出でありサンプリング周期は T_s のまま、従って(3)式を満足できず、出力の包絡線は時間とともに減少していく。

区間(3)では出力から入力周期 T_i / M を検出し得てサンプリング周期は T_s / M となる。従

って(3)式を満足するので、出力の包絡線は時間とともに定常値に向って増加していく。

区間(4)は変動後の定常状態である。

本稿の目的は変動後の入力周期を出力から検出する時間の短縮にあるので、次に区間(2)の部分について検討を行なう。

3.2 区間(2)の過渡応答

区間(2)の開始時点 $n = 0$ とおき、入力を次式の正弦波で表わす。

$$\begin{aligned} x(nT_s) &= -\sin 2\pi nT_s / (T_i/M) \\ &= -\sin Mn\phi \end{aligned} \quad (4)$$

この時、区間(2)の出力 Y_1 は次の様に求められる。

$$\begin{aligned} Y_1 &= -H(M) \sin \{Mn\phi + \theta(M)\} \\ &\quad + J r^{n-1} \sin(n\phi + \phi_j) \end{aligned} \quad (5)$$

但し、

$$J = \frac{\sqrt{C(M)^2 + C(1)^2 - 2C(M)C(1)} \cos \{ \phi(M) - \phi(1) \} / \sin \phi}{C(M) \cos \phi(M) - C(1) \cos \phi(1)}$$

$$\phi_j = \tan^{-1} \frac{C(M) \sin \phi(M) - C(1) \sin \phi(1)}{C(M) \cos \phi(M) - C(1) \cos \phi(1)}$$

$$C(k) = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB r \cos \phi}$$

$$\phi(k) = \tan^{-1} \{ Ar \sin \phi / (Ar \cos \phi + B) \}$$

$$A = -2 r \cos \phi \cdot Y_{-1} + r^2 Y_{-2}$$

$$B = r^2 Y_{-1}$$

$$Y_{-1} = -H(k) \sin \{-k\phi + \theta(k)\}$$

$$Y_{-2} = -H(k) \sin \{-2k\phi + \theta(k)\}$$

(6)

4. 応答時間の短縮

4.1 応答時間短縮の原理

(5)式の右辺第一項 (Y_{11} とする) は周期 T_i / M で包絡線は一定値を取り、第二項 (Y_{12} とする) は周期 T_i で包絡線の値は時間とともに指数関数的にゼロまで減少することを示している。すなわち、このことは、区間(2)における出力周期が時間とともに T_i から T_i / M に推移することを意味し、 Y_{12} の包絡線の減少の仕方が変動後の周期検出時間に大きく影響していることを示している。

従って、応答時間の短縮のためには、 Y_{12} の包絡線を短時間の内にほぼゼロまで減少させる必要がある。

このためには、(5)式より r の値を小さくする方法が考えられるが、これは(2)式より十分な共振特性が得られなくなる。

図2によると、区間(2)のある時点より過去の出力は Y_{12} と同じ周期を有する。そこで、これを利用して、 r は大のまま ($r \doteq 1$)、周期を検出する方法を考えた。次節でこの方法について述べる。

4.2 改良型適応形サンプル値フィルタ

図3に周期検出方法を改良した適応形サンプル値フィルタの構成を示す。この回路の周期検出対象は、ある時点での出力と、その時点よりある時間だけ過去の出力の a 倍とを加算したものである。

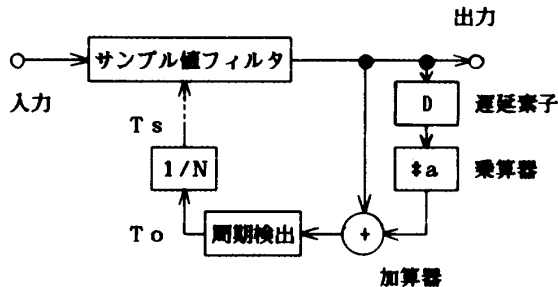


図3. 改良型適応形サンプル値フィルタ

区間(1)と(2)の出力は、区間(2)で包絡線の値が減少していく点を除けば、同じ周期を有する連続した正弦波とみなせる。従って $T_0 = N T_s$ の関係より、区間(2)のある時点での出力と、 $N/2$ サンプルング点だけ過去の出力を加え合わせると、 Y_{12} の減少の度合いが大きくなり変動後の周期検出時間を短縮することができるわけである。但し、定常状態の場合にも適用できる様に、遅延させた出力は a 倍してある。

4.3 aの決定

ここでは、議論の簡単化のため、 $\phi = \pi/4$ ($N=8$) に設定しておく。この時、 Y_{12} の包絡線は(5)式より $Jr^{n-1} \cdot |1 - ar^{-4}|$ となる。又、(2)式より、 $H(M)$ は $M (\geq 1)$ に対して単調減少し、 $M=4$ の時最小となる。これより、 $Jr^{n-1} \cdot |1 - ar^{-4}|$ の最大値が $H(4)$ より小さくなる様な a の値を選ぶことにする。

$h = H(4)/J$ とすると、 a は次の様に与えられる。

$$r^4(1 - h/r^6) \leq a \leq r^4(1 + h/r^6) \tag{7}$$

5. 結 果

図1の方式を、標準型、図3の方式を、改良型と呼ぶことにする。この2方式について(1)式にもとづいて計算機シミュレーションを行なった結果を以下に示す。

5.1 周波数変動率と応答時間

変動前の入力周期 T_i で正規化した応答時間 τ の、入力周波数変動率 M に対する特性を図4に示した。但し、 $r=0.94$ 、 $\phi = \pi/4$ ($N=8$)、 a は(7)式より $a=0.8$ とした。

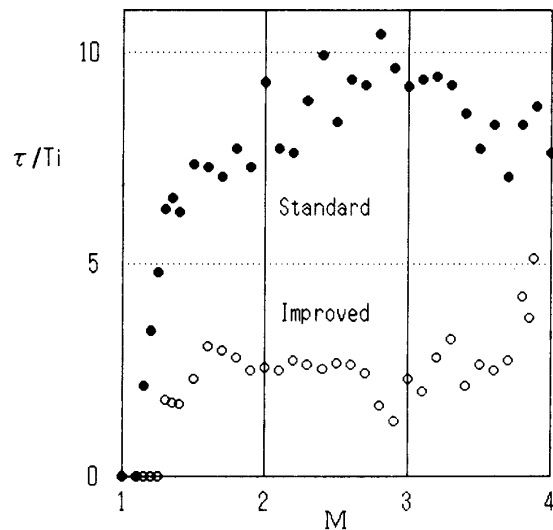


図4. 周波数変動率に対する応答特性

結果は改良型による応答時間が標準型のものに比べて約 $1/3$ となっており、改良型の方式が有効であることを示している。 $M=4$ に近くに従って応答特性が悪くなるのは、4.3節における a の選定法によるものであり、更に検討する必要がある。

5.2 高調波歪と応答時間

高調波を含む信号に対する応答特性を図5に示した。高調波の内では3倍波が特に重要と考えられる。そこで(4)式の代わりに

$$x(n T_s) = -(\sin Mn \phi + d \cdot \sin 3Mn \phi)$$

を入力とした。但し、 $r=0.94$ 、 $\phi = \pi/4$

($N=8$), $a=0.8$, $M=2$ とした。図中,
↑は τ/T_i が15を越えるもの, ×は誤動作し
た場合で, いずれも標準型の時である。

結果は5.1節の場合と同様に改良型のものは
著しく応答特性を改善していることを示してい
る。特に応答時間の安定性についてすぐれている。

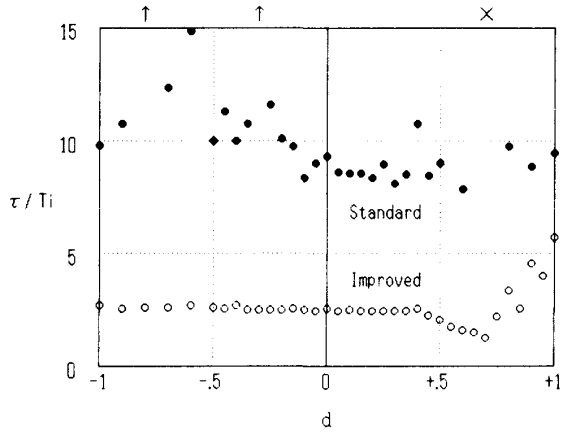


図5. 高調波を含む信号に対する応答特性

6. あとがき

適応型サンプル値フィルタの周期検出回路に
改良を加えた結果, 応答特性の大幅な改善がな
された。特に高調波を含む信号に対する安定性
が示され, 改良型適応形サンプル値フィルタの
有効性が示された。

今後の課題としては, 改良型フィルタの応答
時間の理論値の算出などがあり現在検討中である。

参考文献

- 1) 小段謙一: 適応形サンプル値フィルタにつ
いて. 医短大紀要, 14, 15-21, 1987.