

下面が加熱される Gorter-Mellink ダクト内ヘリウムIIの過渡伝熱特性

堀江, 英樹

九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻 : 東芝 (株)

碓井, 志典

三菱重工業神戸造船所

饒, 燕飛

九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

福田, 研二

九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

<https://doi.org/10.15017/17387>

出版情報 : 九州大学大学院総合理工学報告. 17 (3), pp.373-380, 1995-12-01. 九州大学大学院総合理工学研究科

バージョン :

権利関係 :

下面が加熱される Gorter-Mellink ダクト内ヘリウム II の 過渡伝熱特性

堀江英樹*1・碓井志典*2

福田研二*3・饒燕飛*3

(平成7年8月31日 受理)

Transient Heat Transfer Characteristics of Helium (II) in a Gorter-Mellink Duct Heated on the Lower Surface

Hideki HORIE, Yukinori USUI, Kenji FUKUDA and Yan Fei RAO

Superfluid helium is considered as one of the possible coolants for the cooling of a superconductive magnet. It is therefore necessary to study the heat transfer between the magnet and superfluid helium, particularly the removal of the high-density heat generated when the magnet is quenched. The purpose of this study is to investigate the transient heat transfer of saturated superfluid helium in a Gorter-Mellink Duct. Numerical simulation of temperature transient in the duct is performed by using basic equations of the two fluid model, with the Gorter-Mellink term added to deal with the mutual friction between super- and normal-fluid components. The results indicate different patterns of thermal wave propagation for stepwise inputs of different heat fluxes. The results are also compared with the experimental data by Van Sciver, with the agreement being satisfactory.

1. 緒言

超流動ヘリウム (He II) は、通常の液体ヘリウム (He I) に比べ単にその温度が低だけでなく、一般の流体にはみられない様々な特異な性質を有している。特にその見かけの熱伝導率が極端に大きいことや、フィルムフローにより被冷却物表面の均温化が容易であることなどは、冷媒として優れた性質であるといえる。

このため超流動ヘリウムは様々な装置への応用が検討されるようになり、その熱伝達に関する多くの研究が現在までに行われてきた。中でも、最近では磁場閉じ込め型核融合炉や MHD 発電装置等の超伝導マグネットの冷却における熱的安定性に関連して、コイルのクエンチ時の超流動ヘリウム内の伝熱特性あるいは定常熱伝達特性に関する研究等が行われている。また、熱量がある臨界値を越えたときに生じる超流動の崩壊や、超流動乱流状態における非定常熱伝達についての研究

が重要であるが、それらに関する研究は十分なものとはいえず、特に、実験的研究に比べて数値解析による研究は少ないといえる。

上述の超流動ヘリウムの特異性を説明するために量子力学的および流体力学的見地から導入されたモデルが二流体モデルである。これは、超流動ヘリウムが互いに相互作用をしない二成分、すなわち粘性を持たずエントロピを輸送しない超流動成分と粘性をもちエントロピを輸送する常流動成分とから成るとするものである。しかし、このモデルは流速の低い場合の流れを表現するものとしては十分であるが、超流動が崩壊した状態に対しては有効ではない。この時、超・常流動成分間で相互作用が生じ、これを考慮するために例えば Gorter-Mellink の相互作用項¹⁾が導入されているがこれもまた完全なものとはいえずその評価も重要な研究課題である。

本研究では、飽和超流動ヘリウムによって浸漬冷却された超伝導マグネットのクエンチ時の流動伝熱特性を調べるため、飽和超流動ヘリウムにより満たされた上端開放容器の下面をパルス状あるいはステップ状に加熱した時の過渡温度分布および速度分布を二流体モ

*1エネルギー変換工学専攻修士課程、現東芝(株)

*2三菱重工業神戸造船所

*3エネルギー変換工学専攻

デルに基づき計算を行った。さらに、従来の実験結果との比較を行うことにより計算結果の妥当性についての検討も行った。

記 号

- A Gorter-Mellink 定数²⁾
- g* 重力加速度
- N_z* 格子分割数
- p* 圧力
- q* 熱流束
- s* エントロピ
- T* 温度
- T_w* 壁面温度
- t_b* 沸騰に到達するまでの時間
- v* 流体平均速度
- v_n* 常流動成分速度
- v_s* 超流動成分速度
- Δz 格子間隔
- η 粘性係数
- ρ 全密度
- ρ_n 常流動成分密度
- ρ_s 超流動成分密度

2. 数 値 解 析

2.1 基礎方程式

解析は、超伝導マグネット中のヘリウム流路を高さ *H* の一次元 Gorter-Mellink ダクトで模擬し、その下端をパルス状あるいはステップ状に加熱した。図 1 に計算モデルを示す。

Gorter-Mellink 相互作用項を考慮した二流体モデルの基礎方程式³⁾は以下の通りである。

連続の式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n) = 0 \tag{1}$$

全流体の運動量式：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n) = -\nabla \cdot (\rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n \vec{v}_n) - \nabla p + \eta \left(\nabla^2 \vec{v}_n + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{v}_n) \right) + \rho \vec{g} \tag{2}$$

超流動成分の運動量式：

$$\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} = -(\vec{v}_s \cdot \nabla) \vec{v}_s + s \nabla T - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\rho_n}{2\rho} \nabla |\vec{v}_n - \vec{v}_s|^2 + A \rho_n |\vec{v}_n - \vec{v}_s|^2 (\vec{v}_n - \vec{v}_s) + \vec{g} \tag{3}$$

エントロピ式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho s) = & -\nabla \cdot (\rho s \vec{v}_n) \\ & + \frac{\eta}{T} \left\{ \frac{\partial v_{ni}}{\partial x_i} \frac{\partial v_{ni}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{ni}}{\partial x_i} \frac{\partial v_{nj}}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{v}_n)^2 \right\} \\ & + \frac{A \rho_n \rho_s |\vec{v}_n - \vec{v}_s|^2 (\vec{v}_n - \vec{v}_s)^2}{T} \end{aligned} \tag{4}$$

(3)式右辺第(5)項が⁵ Gorter-Mellink の相互作用項、(4)式右辺最終項が⁶この相互作用項に起因するエネルギー消散項⁴⁾である。さらに超流動ヘリウムの全密度、運動量流束および熱流束は次式で表される。

全密度：

$$\rho = \rho_s + \rho_n \tag{5}$$

運動量流束：

$$\rho \vec{v} = \rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n \tag{6}$$

熱流束：

$$\vec{q} = \rho_s s T (\vec{v}_n - \vec{v}_s) \tag{7}$$

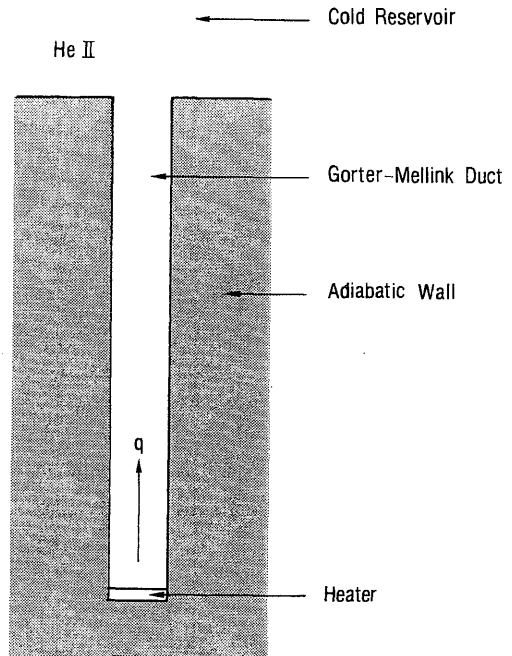


Fig. 1 Gorter-Mellink duct

2.2 境界条件

境界条件は、ダクト上端で一定温度、下端で一定熱流束をステップ状あるいはパルス状に与えた。下端で Kapitza 熱抵抗は無視できるものとし、ダクト下端において熱流束が次式による相互対流で与えられるものとした。

$$\vec{q} = -\rho_s s T \left(\frac{s}{A \rho_n} \right)^{1/3} (\nabla T)^{1/3} \quad (8)$$

従って、これより温度勾配が求められ、それをを用いて壁面内に設けられた格子点温度 T_w を

$$T_w = T_{w+1} + \frac{A \rho_n q^3}{\rho_s^3 s^4 T^3} \Delta z \quad (9)$$

により与えた。なお、 T_{w+1} は壁面のすぐ外側の格子点の温度である。

速度の境界条件は次の通りである。超流動成分は粘性を持たないため、壁での接線方向速度は0とはならない。また熱輸送を伴う壁では、超流動成分と常流動成分の相互変換による速度のわき出し、吸い込みがあるため両成分の法線方向速度も0とはならない。しかし壁面で全質量流束のわき出し、吸い込みはないので、

$$\rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n = 0 \quad (10)$$

が成立する。従って、(7)、(10)式より加熱面における超流動成分、常流動成分の速度のわき出しはそれぞれ

$$\vec{v}_n = \frac{q}{\rho_s T}, \quad \vec{v}_s = \frac{\rho_n q}{\rho \rho_s T} \quad (11)$$

となる。またダクト上端では、流出境界条件

$$\vec{v}_n, N_{Z+1} = \vec{v}_n, N_Z, \quad \vec{v}_s, N_{Z+1} = \vec{v}_s, N_Z \quad (12)$$

とした。なお、 N_z はダクト上端の格子点、 N_z+1 はダクト上端のすぐ上の格子点を表す。

圧力の境界条件については圧力差のみが問題となるので、ダクト上端で0、下端で圧力ヘッド、側部でその高さに見合った圧力を与えた。

2.3 解析手法

解析は管軸方向に等分割した解析格子を用いた有限差分法により、空間的には4次の中心差分、時間的に

は対流項にのみ Adams-Bashforth 法を、その他の項には Euler 法を用いて陽的に時間ステップを進め計算を行った。

解析格子は、管軸方向に N_z 個分割した等間隔格子で、温度、物性値等のスカラー量は格子の中心で、また速度は格子の境界で定義するスタガード格子を用いた。また壁面との関係は、第二メッシュ系とした。

物性値は全て変物性として計算を行った。物性値は実際には温度、圧力の関数であるが、超流動ヘリウムの密度が小さいので、小さな体系ではダクト上下間の圧力差はほとんどないと仮定し、名物性値を飽和圧力における温度のみの関数とみなし、最小自乗法による温度の多項式近似を用いて計算を行った。

しかし、計算は不安定なものであり解の数値的な振動が生じた。従って、特に低熱流束加熱の場合にそのような振動が生じるため、それを抑えるために本解析では陽的に人工粘性項⁹⁾を加えて計算を行った。

解析では超流動ヘリウムの温度が入点温度を越えたところで膜沸騰に至ったものとみなし計算を終えた。

初期条件は、流体温度を一様 TI とし静止状態より出発し計算を行った。なお、本解析ではダクト長さを $H=15.0\text{cm}$ 、時間刻みを 10^{-6}sec とした。

3. 解析結果及び考察

図2に $TI=1.8\text{K}$ 、 $q=0.01\text{W/cm}^2$ で $200\mu\text{sec}$ 間パルス状加熱した時の温度分布の時間変化を示す。

横軸 (Z-AXIS) は高さ方向位置、縦軸 (DELTA T) は初期温度 TI との温度差を表している。図より DELTA T は 10^{-6}K のオーダーと非常に小さいが、温度の波が Duct 下端から上端へと伝播していく様子が分かる。この波の伝播速度は約 20m/sec であること

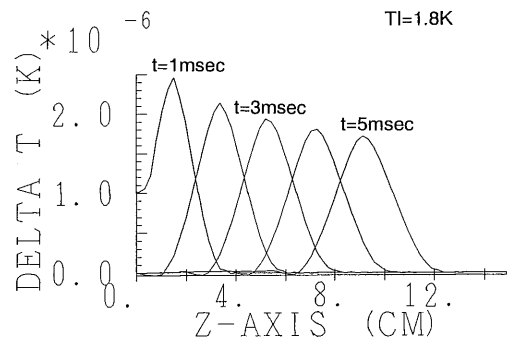


Fig. 2 Temperature transients (pulse heat input)

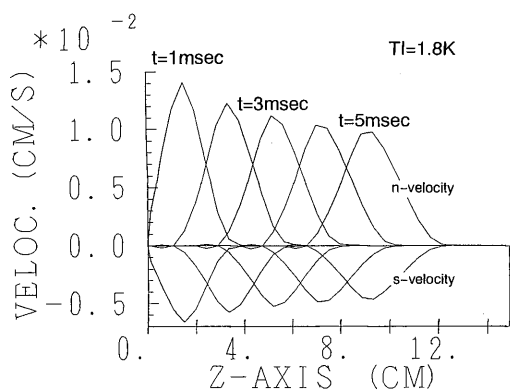


Fig. 3 Normal and super fluid velocity transients (pulse heat input)

からこれは第二音波であると理解できる。なお図中の波の減衰は数値粘性によって生じたものである。同条件における常流動成分、超流動成分の速度分布を図3に示す。

(6)式で表される流体の全運動量はほぼ0であり相互対流によって加えられた全熱量が輸送されていることが分かる。

図4に初期温度を1.8K、熱流束を 0.01 W/cm^2 および 1.0 W/cm^2 としてステップ状加熱を行った場合の、加熱開始後1~3m secの温度分布を示す。図中にみられる波面後方の振動は前述した数値振動である。 0.01 W/cm^2 程度の低熱流束においては加えられたほぼ全熱量がダクト下端から上端へ第二音波によってすばやく伝播していくことが分かる。一方、 1.0 W/cm^2 の場合には第二音波によるかすかな伝播も見られるが、大半の熱量は加熱部付近にまず蓄積し、次に拡散的に伝わっていくことが分かる。

このような違いは基礎式中に見られる Gorter-Mellink の相互作用項の影響によるものと考えられる。すなわち、低熱流束の場合には両成分の相対速度が小さいために相互作用項の影響をほとんど受けることなく、熱輸送は第二音波によって行われるが、熱流束が高くなると両成分の相対速度が大きくなり、相互作用項の影響が現れ、相互対流による熱輸送が頭打ちになるためである。後者の場合、両成分間の相互作用により熱輸送能力が減少した結果、加熱面近傍にエネルギーが蓄積し加熱面温度が急激に上昇する。その後、温度分布は加える熱流束の大きさおよび初期温度

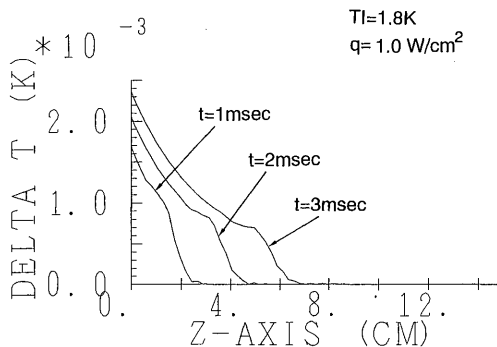
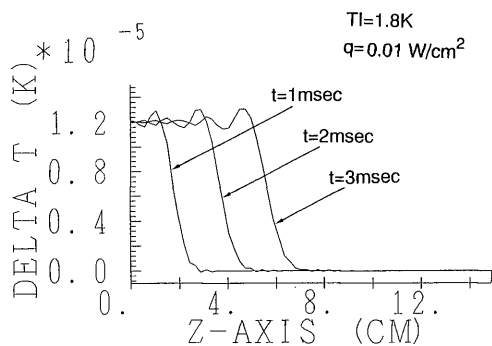


Fig. 4 Comparison of temperature transients for different heat fluxes

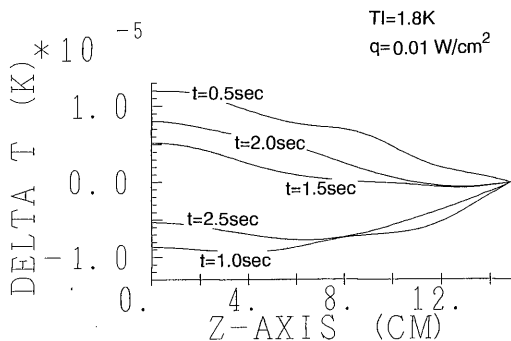


Fig. 5 Oscillation due to propagation of the second-sound wave

の違いにより定常状態に達するか、あるいは入点温度を越え膜沸騰へ遷移する。図5に図4(a)から引き続いて更に時間が経過した後の温度分布の変化の様子を示す。これより低熱流束の場合には、相互作用項の

影響を受けないため第二音波がまるでダクト上端を固定端とした弦のように振動していることが分かる。

図 6 に初期温度を 1.8K とし熱流束を 7.0W/cm^2 および 6.0W/cm^2 とした時の温度分布の変化を示す。これより 7.0W/cm^2 の時にはダクト下端の加熱面温度が急激に上昇して入点温度を越え膜沸騰に至っているが、 6.0W/cm^2 の時にはこれとは異なり加熱直後は前者の場合と同様に加熱面温度が急激に上昇するが次第に加熱面温度の上昇の勢いが衰えとともに系内の温度が全体的に上昇していき凸型の温度分布をした定常状態に達していくことが分かる。

前者の場合にはダクト上端からのエネルギーの流出量が増加する前に加熱面近傍の熱量が熱輸送能力をはるかに上回り、加熱面での温度上昇が勢いを増すため入点温度に達する。しかし、後者の場合には、加熱面温度が入点温度に達する前に上端からのエネルギー流出量が増え、下端でのエネルギーの流入と上端からのエネ

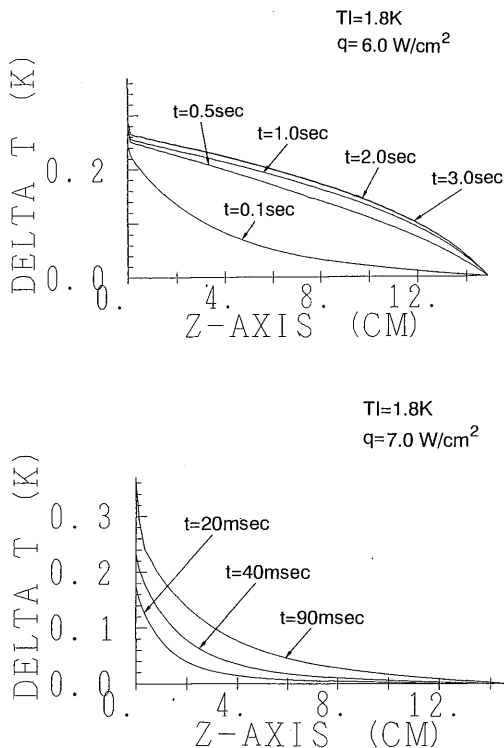


Fig. 6 Patterns of temperature profiles for different heat fluxes

ギの流出が釣り合うようになるため定常状態に達するものと考えられる。図 6 と同じ条件での系内に蓄えられる内部エネルギーを図 7 に示す。熱流束が 7.0W/cm^2 の時には加えられた以上のエネルギーが系内に蓄えられている。これは物理的に明らかに誤っており、その原因は基礎式中における相互作用によるエネルギー消散が過大に評価されているためではないかと考えられる。一方、 6.0W/cm^2 の時は、ステップ加熱を加えた極めて初期の頃は加えられたエネルギーが全て内部エネルギー

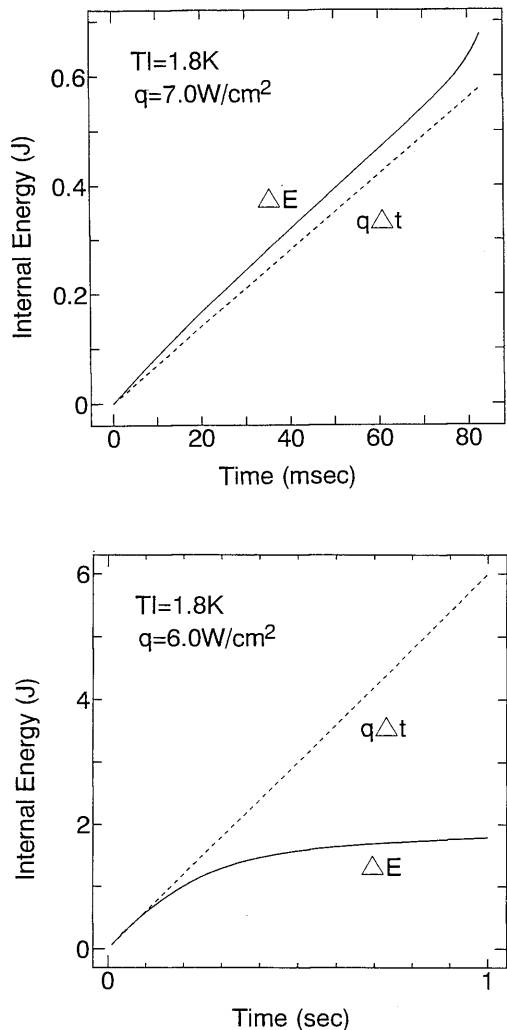


Fig. 7 Energy storage patterns for different heat fluxes

として系内に蓄えられるが、時間の経過とともに上端より系外に放出されている。

この現象についてより詳細な議論を行なうため、図8に様々な初期温度 ($TI=1.6K, 1.8K, 2.0K$) において熱流束をパラメータとした時の加熱面温度変化を示す。図より初期温度により加熱面の温度変化の様子が大きく異なることが分かる。 $TI=1.6K$ の場合には熱流束が約 $7.3W/cm^2$ より大きい時には加熱面温度は加熱直後より急激に上昇しそのまま沸騰に至るが、 $7.3W/cm^2$ 付近の時は加熱面温度が急激に上昇した後いったん下降し再び上昇に転じ沸騰に至っている。しかし、熱流束がこれより小さい時は、加熱面温度は緩

やかに上昇した後図6でみられた凸型の温度分布になった後、急激な上昇を始める。一方、 $TI=2.0K$ の場合には熱流束が約 $4.0W/cm^2$ より大きい時には前者と同様に急激に加熱面温度が上昇するが、それより小さい時には加熱面温度はある程度まで上昇した後減少に転じ、ほぼ初期温度にまで下降している。

$TI=1.8K$ の場合には挙動は $TI=1.6K$ の場合と類似しているが、約 $6.5W/cm^2$ を境としてそれより低い熱流束では定常値に到達している。これらの挙動の違いはエントロピ式中で支配的な項である対流項および相互作用項を調べることによって説明できる。図9にそれらの項の変化を示す。

各初期温度とも加熱開始直後においては、対流項 ($-\nabla \cdot (\rho s \vec{v}_n)$) が大きな値から急激に減少を始めるが、それと同時に速度分布も発達するため相互作用項の大きさが増大していく。熱流束がある程度大きい場合には対流項と相互作用項の和が正である間(加熱面の温度は上昇)に入点温度を越えてしまうが、熱流束が小さくなるとその大小関係に違いが現れ、初期温度によって異なった振る舞いをみせる。

すなわち、 $TI=2.0K$ の場合、相互作用項の大きさが対流項に比べて小さいため加熱面温度は下降していきほぼ初期温度に戻る。熱流束が大きくなるとステップ加熱による初期の温度上昇巾が大きくなり加熱壁温が入点を越える。次に、 $TI=1.8K$ の場合にはそれら両項の大きさがほぼ等しいためある温度で定常になる。 $TI=1.6K$ の場合には逆に対流項の方が小さいため、

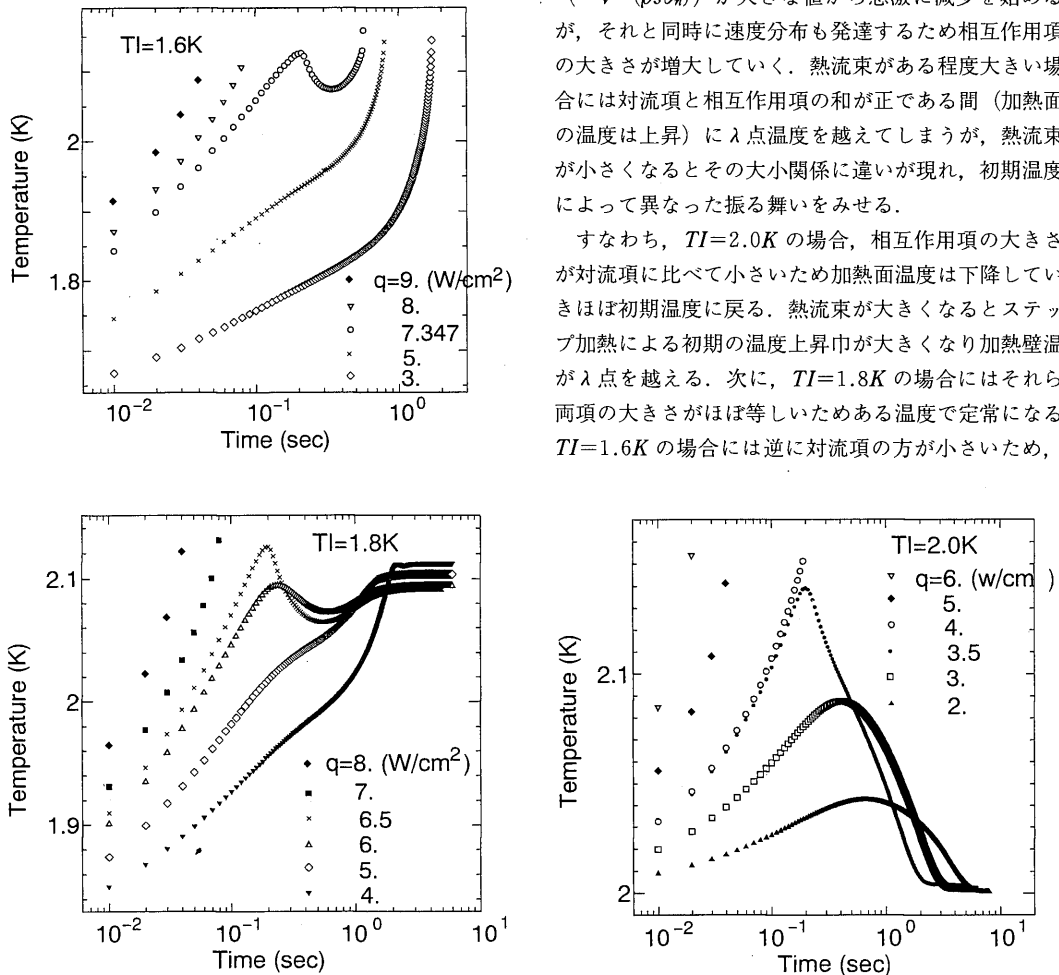


Fig. 8 Temperature transients for different heat fluxes and initial temperature

いったん下降した加熱面温度が再び上昇に転じ沸騰に至る。なお、この場合は他と比べてかなり低い熱流束においても沸騰に至る。以上より、相互作用項が温度分布の発達に大きく寄与していることが分かる。いずれの場合も相互作用項が急激に大きくなり、そのエネルギー消散により流体が加熱され限界に至る。

初期温度 TI に対する限界熱流束 q_l の違いを図 10 に示す。

限界熱流束は温度の減少 ($TI \geq 1.8K$) とともに単

調に増加することが分かる。 $TI=1.6K$ の場合には前にも述べたようにかなり低熱流束でも沸騰し、限界熱流束は $1W/cm^2$ 以下であった。これは初期温度が低い程加熱面での温度勾配が大きくなり速度分布の発達がより促されるため相互作用項の値が大きくなるためである。

熱流束 q と沸騰に達するまでの時間 t_b の関係は、

$$t_b = Kq^{-4} \quad (K : \text{定数}) \quad (13)$$

という関係式に従うことが確かめられている。図 11 はその関係を表したものであり波線は VanSciver⁶⁾ による実験結果を、実線は計算結果を示したものである。

ダクト長さを $H=10m$ とした場合計算結果は Van Sciver の実験結果と良い一致を示した。一方、 $H=15cm$ とした場合、両者を比較すると計算では実験に比べてかなり高い熱流束を与えなければ沸騰が起こらないことが分かる。これは計算における体系が、実験に比べ非常に短いダクトを対象としているため、大きな熱容量を持つ He II 槽と加熱面との距離が近くなり、その除熱の影響を実験に比べ、より大きく受けるためであると考えられる。

定量的には不一致はみられるものの、どの初期温度においても定性的に同様な傾向がみられることから、(13)式で示される関係はダクト長さに依存せずに成立

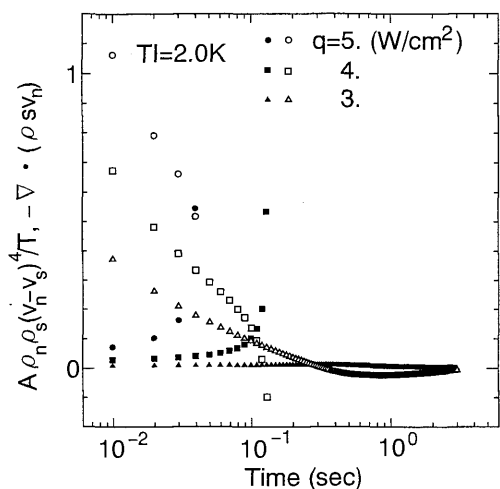
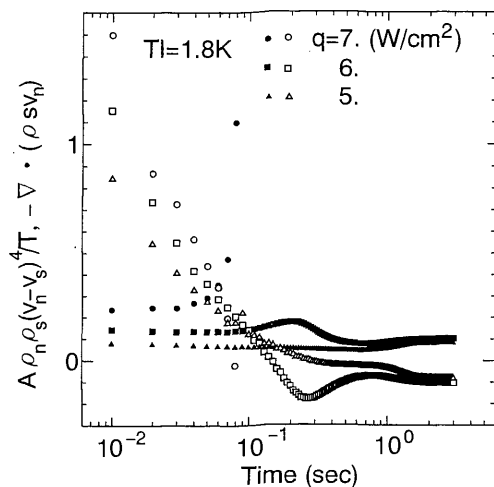
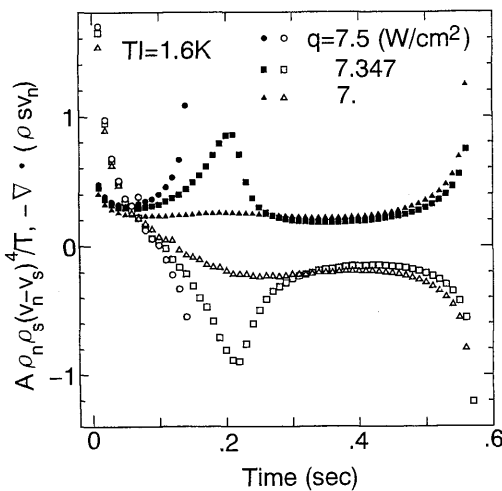


Fig. 9 Comparison of values of the convection term and dissipation term in the entropy equation (○, □, △ for the convection term; ●, ■, ▲ for the dissipation term)

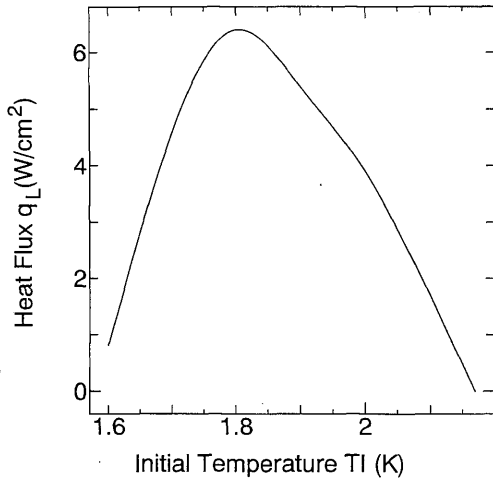


Fig. 10 Variation of the limiting heat flux with the initial temperature

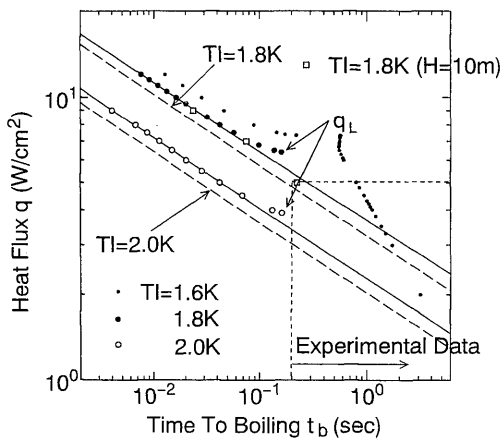


Fig. 11 Relationship of the time to boiling and the heat flux

する関係であると考えられる。しかし、 $T_I = 1.6K$ の時においては上述の理由から図11上に明らかな熱流束

の飛びがみられる。このことは今後、実験的に確認していく必要がある。

4. 結 言

下面がステップ状あるいはパルス状に加熱されている Gorter-Mellink ダクト内の飽和超流動ヘリウムの過渡熱伝達特性を調べるための数値解析を行い以下のような結果を得た。

(1) 低熱流束では加えた熱のほとんど全てが第二音波により輸送されるが、これに対し高熱流束では大半の熱が拡散的に伝わっていく。この違いは相互作用項の影響によるものである。

(2) パルス状加熱の時流体の初期温度の差により特徴的な温度変化が生じる。すなわち、初期温度が低いとき ($T_I = 1.6K$) 相互対流によるエネルギー消散が急激に大きくなり、低熱流束で限界に至り、加熱面温度が入点を越える。 $T_I = 1.8K$ の場合、対流項と相互対流項がバランスし、かなり高い熱流束まで定常状態を達成することができる。しかし、 $T_I = 2.0K$ の場合、限界熱流束は再び低くなる。

(3) 熱流束と沸騰に至るまでの時間の関係式(13)が成立することを確認した。

(4) 相互作用によるエネルギー消散はしばしば過大に評価されていると思われる結果を得た。更に検討を加えていく必要があるであろう。

文 献

- 1) Gorter, C. J. and Mellink, J. H., *Physica*, **15** (1949), 285.
- 2) Dimotakis, P. E. and Broadwell, J. E., *Phys. Fluids*, **16** (1973) 1787.
- 3) Khalatnikov, I. M., *Introduction to Theory of superfluidity* (1967), Engl. Transl. of older edition, Benjamin, NY.
- 4) Nemirovskii, S. K. and Lebedev, V. V., *Sov. Phys. JETP*, **57** (1983), 1009.
- 5) Roache, P. J., *Computational Fluid Dynamics* (1976), Hermosa Publishers.
- 6) VanSciver, S. W., *Cryogenics*, **15** (1979), 385.