九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

超音速自由噴流の TVD 法による数値解析

益田, 光治 九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

佐藤, 義智 (株)神戸製鋼所鉄鋼技術研究所

岩本, 勝治 (株)東芝重電技術研究所

樫村, 秀男 北九州工業高等専門学校制御情報工学科

他

https://doi.org/10.15017/17316

出版情報:九州大学大学院総合理工学報告.15(3), pp.291-297, 1993-12-01.九州大学大学院総合理工 学研究科 バージョン:

権利関係:

超音速自由噴流の TVD 法による数値解析

益 田 光 治*・佐 藤 義 智**・岩 本 勝 治***
 樫 村 秀 男[†]・森 和 彦^{††}
 (平成5年8月30日 受理)

Numerical Simulation of Supersonic Freejets by TVD Method

Mitsuharu MASUDA, Yoshitomo SATO, Katsuharu IWAMOTO Hideo KASHIMURA and Kazuhiko MORI

Supersonic freejets have been studied as a fundamental phenomenon of the supersonic fluid mechanics, and numerous works have been done experimentally as well as theoretically. Although the central isentropic region bounded by the barrel shock wave and the Mach disk has been clarified, it is still not possible to evaluate the detailed structures of the freejets. Present paper aims to offer fundamental information of the supersonic freejets, with an emphasis to give data with which the shape of the freejets can be depicted under a specified condition. The TVD finite-difference scheme is adopted for the numerical calculation of the Euler's equations. The distributions of the flow properties are obtained for the three-dimensional axisymmetric and the two-dimensional freejets.

1. 序 論

比熱比5/3の単原子気体の場合,約2以上の圧力比 で気体をオリフィスから噴出させると噴流は超音速に なる¹⁾. このように超音速自由噴流は容易に得ること ができ,構造が単純であるため,超音速流体力学の研 究対象として多く用いられてきた.

軸対称の超音速自由噴流は、オリフィス前後の圧力 比(よどみ圧/背圧)により大よそ Fig.1に示す構造 を有する.(a)図は圧力比があまり高くない場合であ る.この時、オリフィス出口端から発生した膨張波 (expansion wave)が気体中を伝播し、噴流境界(jet boundary)に達する.膨張波は噴流境界で反射され るが、境界では圧力一定(背圧)の条件を受けるため、 反射波は圧縮波となり、噴流境界も波の反射に伴って 内側に曲げられる.この圧縮波は噴流中を伝播して噴 流境界に入射されるが、再び境界で圧力一定の条件を

- ** 株式会社神戸製鋼所 鉄鋼技術研究所
- ***株式会社東芝 重電技術研究所
- * 北九州工業高等専門学校 制御情報工学科
- ** エネルギー変換工学専攻修士課程

受けるため膨張波として反射され,以降,同様のパ ターンを繰り返す.いっぽう,圧力比が高い場合, (b)図に示すように噴流境界で反射された圧縮波は先 行する圧縮波に追付き合体して棒状の衝撃波(barrel shock wave)を形成するが,この衝撃波は噴流中心軸 で正常交差できず,マッハ交差する.このマッハ衝撃 波は円盤状をしているため,マッハ・ディスク (Mach disk)と呼ばれている.

超音速自由噴流については、これまでに多くの実験 的研究が報告されている.とくに、高高度高速飛翔体 開発用の風洞では、極超音速流を実現するために高圧 力比の自由噴流を用いるが、1960~70年代にかけて風 洞特性に関連し、ノズルからの流れを含めた噴流の研 究が行われた²¹⁻⁸⁾.これらの研究では、流れ場の測定 に主としてピトー管が用いられたが、ピトー管は空間 分解能があまりなく、欅状衝撃波、マッハ・ディスク 噴流境界せん断層などの狭い領域で発生している急激 な状態量の変化を明らかにすることはできなかった. シュリーレン法、シャドウグラフ法などの光学的測定 も行われたが^{91,10},超音速噴流は本質的に三次元現象 であるため、光路長の平均値のみが得られるこれらの 方法では噴流の詳細な構造を明らかにできなかった.

^{*} エネルギー変換工学専攻



(b) high pressure ratio

Fig. 1 Structure of supersonic freejets.

また、希薄な噴流に関しては、電子ビームにより気体 を励起し、気体からの発光を観測して噴流中の密度分 布を測定する技術も開発されたが¹¹¹⁻¹³,この方法は 噴流の密度が高くなると電子ビームが減衰するため、 有効ではなくなる、1980年代以降、レーザーを用いた 流体計測法が進展してきた、とくに、トレーサーにヨ ウ素を用いるアルゴンレーザー蛍光法は噴流の非接触 計測法として多くの研究がなされ¹⁴⁰⁻¹⁷,これを用い て噴流の幾何学的形状、速度分布、温度分布などが調 べられた、また、蛍光法の応答速度が速いことを利用 して、従来よく分かっていなかった噴流境界部の層流 から乱流への遷移過程も明らかにされている¹⁸⁾.さら に、レーザー散乱法により、噴流境界断面形状に不安 定性が存在することも分かってきた¹⁹⁾.

超音速自由噴流は樽状衝撃波,マッハ・ディスクを 含み,噴流内部で流れが超音速から亜音速に減速され る部分を含む.このような流れ場では噴流の挙動を記 述する基礎方程式の形が変化するため²⁰,理論解析は

難しい。特性曲線法を用いて噴流内の等エントロピー 領域を解く試みがなされた⁹. 噴流を準一次元流れで 近似し, 噴流中心軸上の状態量とマッハ・ディスクの 位置を求めるための簡単な近似式を提案した報告があ り5),計算が簡単で比較的精度が高いので,現在でも よく利用されている. 準一次元近似は噴流境界の形状 計算にも利用され²¹⁾、圧力比があまり高くない場合に は実験と一致する結果が得られている。その後、数値 計算技術の進展とともに非粘性の基礎方程式を直接差 分化して噴流構造を明らかにする試みも行われ、いく つかの特徴ある解法が提案されてきた.いずれの方法 においても、衝撃波の発生に伴う短い領域内の激しい 状態量変化の計算方法に力点が置かれている、衝撃波 を含む流れ場を計算すると、通常の方法では衝撃波面 前後で数値解が振動する、この振動を抑えるため、人 工粘性項を基礎方程式に導入し、急激な変化をこの粘 性の効果によって滑らかにする解法が採られてきた²²⁾. いっぽう、近年、超音速流れ場を解析する手法の一つ として提案された TVD (Total Variation Diminishing) 法では23)、人工粘性を仮定する必要がなく、衝撃波の ような激しい状態量の変化も安定に計算できる特長が ある.この方法では、激しい変化を含む部分で一次精 度,その他の部分で二次精度になるように自動的に差 分法が調整され、衝撃波は2~3格子点内で計算でき、 また、衝撃波前後の解の振動も無いことが分かってい る. TVD 法を用いた噴流の振動現象の解析が行われ たが24)、収束性の観点から定常解析を行うことは難し 61.

このように超音速自由噴流は,風洞流れ,測定法の 検定など,主として流体力学的側面から研究されてき た.いっぽう,近年,これを工業的に応用しようとす る試みがなされ,粉末冶金用新素材²⁵⁾,特殊繊維の製 造²⁶⁾や高電圧スイッチング²⁷⁾などで,超音速自由噴流 が重要な要素になってきた.工業的応用に当たっては, 噴流構造を理論的に予測する手段が必要であるが,現 在までに予測可能なのは樽状衝撃波とマッハ・ディス クに囲まれた等エントロピー領域内部のみで,噴流の 幾何学的形状,噴流境界せん断層と樽状衝撃波の間の 領域, 樽状衝撃波のマッハ交差領域などを予測するこ とは難しく,実用上支障を来しているのが現状である. そこで,本報告では,TVD 法を初めて定常超音速自 由噴流に適用し,その構造を理論的に解析した.対象 としたのは比熱比5/3の単原子気体で,三次元軸対称 および二次元噴流の,圧力比が5から150までの領域 である.とくに,噴流境界と樽状衝撃波の位置と形状 は,周辺部に噴流の影響が及ぶ領域を規定する点から 工業的に重要であるため,本解析結果をまとめ,これ らを簡単に推定できる資料を提供した.

2. 基礎方程式と数値計算法

定常超音速流を支配する偏微分方程式は双曲形であ るが,定常亜音速流の式は楕円型である²⁰⁾.このため, 超音速自由噴流内部のように超音速流と亜音速流の両 者が混在する場合,流れ場の内部で方程式の形が変化 し,定常流の方程式を用いて数値解析を行うと解が発 散する.このような場合には非定常項を含めることに より基礎方程式を放物形にし,無限時間後の極限の解 を求めて定常解とする方法が一般的である.本解析に おいてもこの手法を用いた.

本報告では三次元軸対称と二次元の超音速自由噴流 を取り扱うが,簡単のため、以下では三次元軸対称流 れ場の方程式のみを記述する.気体は理想気体で粘性 の影響を無視すると,非定常圧縮性流れ場の基礎方程 式は以下のようになる.

質量保存

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial r} + \frac{\rho v}{r} = 0 \quad (1)$$

軸方向運動量保存

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{(\rho uv)}{\partial r} + \frac{\rho uv}{r} = 0$$
(2)

半径方向運動量保存

$$\frac{\partial (\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v^2 + p)}{\partial r} + \frac{\rho v^2}{\partial r} = 0$$
(3)

エネルギー保存

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial (e+p) u}{\partial x} + \frac{\partial (e+p) v}{\partial r} + \frac{(e+p)v}{r} = 0$$
(4)

ここで, *t* は時間, *x* は軸方向座標, *r* は半径方向 座標, *P* は密度, *u* は軸方向速度成分, *v* は半径方向 速度成分, *p* は圧力, *e* は単位体積当たりの内部エネ ルギーである. *e* と *p* の間には次式の関係がある.

$$e = \frac{\rho}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

ただし,γは比熱比である.

次に,基礎方程式(1)~(4)を次の諸量で無次元化する.

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{D}, \, r' = \frac{r}{D}, \, t' = \frac{t}{\sqrt{\gamma} D/c^*}, \, p' = \frac{p}{p^*}, \\ \rho' &= \frac{\rho}{\rho^*}, \, e' = \frac{e}{p^*}, \, u' = \frac{u}{c^*/\sqrt{\gamma}}, \, v' = \frac{v}{c^*/\sqrt{\gamma}}. \end{aligned}$$

ここで()'は無次元量で,()*は音速状態を示す. また,Dは代表寸法(オリフィスの場合は出口直径), cは音速である.これらの無次元量を用いると,基礎 方程式は次式のように保存形に書き直すことができる. ただし,以下の式の展開において,混同の恐れはない ので,無次元を示す()'は省略した.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + W = 0$$
(5)

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \\ u \\ \rho \\ v \\ e \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ \rho \\ u^2 + \rho \\ \rho \\ uv \\ (e+p) u \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho \\ v \\ \rho \\ uv \\ \rho \\ v^2 + \rho \\ (e+p) v \end{bmatrix}, W = \frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} \rho \\ v \\ \rho \\ uv \\ \rho \\ v^2 \\ (e+p) v \end{bmatrix}$$
$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

この方程式(5)を適当な境界条件の下で解くこと により,超音速自由噴流の流れ場を得ることができる. 先に述べたように,式(5)の数値解析には TVD 法を用いた.境界条件として,オリフィス出口の圧力, 密度,速度を音速条件で与えた.また,オリフィス出 口壁面と下流側では,圧力,密度,速度に関し時間ス テップが一ステップ前の値を用い,これを境界条件と した.本計算の場合,とくに下流側の境界条件が重要 で,この設定を誤ると時間ステップ毎に計算領域内で 波動が伝播し,解が正常に求められなかった.

3. 計算結果と考察

数値解析結果の一例を Fig. 2 と Fig. 3 に示す⁽²⁾. これらは、それぞれ三次元軸対称および二次元噴流内 の無次元密度の等高線で、(a)、(b)、(c) 図はよどみ圧 p_o と背圧 p^{∞} の圧力比が 5、50および100の場合であ る.また、横軸と縦軸は、オリフィス出口直径(三次 元軸対称) あるいは出口幅(二次元) D_e で無次元化 した距離を示す.これらの密度分布は Fig. 1 に示し た噴流構造の模式図でよく説明できる.圧力比が低い 場合、オリフィス出口で発生した膨張波は噴流境界で 反射して圧縮波となるが、この圧縮波は、先行する圧 縮波に追付き合体して斜め衝撃波を形成する.しかし、 この斜め衝撃波による密度上昇は小さく,斜め衝撃波 は噴流中央で正常交差する.このため, 樽状衝撃波は 形成されず,マッハ・ディスクも発生しない.いっぽ う,圧力比が高くなると,噴流境界は膨張により著し く外側に膨らみ,これに伴って樽状衝撃波が形成され る.また,この衝撃波は噴流中心で正常交差できず, マッハ交差してマッハ・ディスクが形成される.圧力 比の増大に伴う噴流境界の膨張とマッハ・ディスクの 下流側への移動の状態がこれらの図に明瞭に示されて いる.また,Fig.2とFig.3を比較すると,軸対称 噴流は二次元噴流よりもオリフィス流出後の膨張過程 が速く,オリフィスからマッハ・ディスクまでの距離 も短いことが分かる.



Fig. 2 Density distributions of three-dimensional axisymmetric freejets.

Fig. 3 Density distributions of two-dimensional freejets.

つぎに、Fig. 4 と Fig. 5 は、圧力比が50の場合の マッハ数 M と速度ベクトルの分布である。前述した ように、この圧力比ではマッハ・ディスクが形成され、 噴流中心付近の流れは超音速から亜音速に一旦減速さ れる。計算結果を詳細に検討したところ、噴流中心上 ではマッハ・ディスク前後で10%程度の精度で Rankine-Hugoniot の関係が¹⁾が満足されており、TVD 法に より良好な精度で噴流が解析できることが分かった。

さらに、Fig. 4 ではマッハ・ディスク後流で流れが再 び超音速まで加速され、マッハ・ディスクの後流に二 番目の圧縮領域が形成されている. このような噴流の 規則的なセル構造は実験的にも観測されている が¹⁰⁾,第一マッハ・ディスク直後における噴流の再加 速機構が複雑であるため、これまでの数値解析法では 再現できなかった現象である.オリフィス出口からマ ッハ・ディスク上流までの樽状衝撃波に囲まれた部分 は等エントロピー流れであるが、この領域は湧き出し 流れ (source flow) で近似できるとされている⁵⁾. (b) 図の速度ベクトル分布を参照すると、この領域では流 線が放射状になっており、 湧き出し流れが妥当な近似 であることが分かる.また,速度ベクトル分布を詳細 に観察すると、樽状衝撃波によるベクトル方向の急激 な変化を初め、マッハ・ディスク周辺部の樽状衝撃波 とマッハ・ディスクとの交差部分 (三重点) 近傍にお



(a) Mach number



Fig. 4 Distributions of flow parameters in the three-dimensional axisymmetric freejet with pressure ratio of 50.

ける流れ場の様子が本解析で良くとらえられることが 分かった.

近年、超音速自由噴流は工業的に重要な要素になっ





Fig. 5 Distributions of flow parameters in the two-dimensional freejet with pressure ratio of 50.





Fig. 7 Shape of three-dimensional axisymmetric freejet.



Fig. 8 Shape of two-dimensional freejet.

てきたが、実用上重要な噴流の幾何学的形状を簡単に 予測できる手段は未だ提供されていない.本研究で は、噴流の形状を表す代表的なパラメータとして、オ リフィス出口からマッハ・ディスクまでの距離、噴流 境界と樽状衝撃波の直径(三次元噴流)あるいは幅 (二次元噴流),の三つを取り上げた. Fig. 6 はD。で 無次元化したマッハ・ディスクの位置 x_M/D_eである. また, Fig. 7, Fig. 8 はそれぞれ三次元軸対称および 二次元噴流の結果で,(a)図が噴流境界の直径あるい は幅 (r_b/D_a), (b) 図が樽状衝撃波の直径あるいは幅 (r_s/D_e) である. 図中のパラメータは, 各圧力比にお ける x_M で無次元化したオリフィス出口からの距離を 示す.なお、噴流境界と樽状衝撃波は、密度分布にお いて対応する部分の x 軸に垂直な方向の勾配が最大 値をとる位置として定義した.マッハ・ディスクの位 置を示す Fig. 6 中の実線は準一次元近似理論である が5,これまでの多くの研究で確認されているように, この近似式によりマッハ・ディスク位置が高精度で予 測可能なことが分かる. Fig. 6~Fig. 8 を用いれば, 任意の圧力比の噴流の形状が容易に推定できる.これ らの図は、圧力比が与えられた場合に、噴流の影響が 及ぶ領域を見積もるための有用な資料を提供している.

4. 結 論

三次元軸対称および二次元の超音速自由噴流の構造 を理論的に明らかにすることを目的とし,TVD 法を 用いた数値解析を行った.対象としたのは比熱比5/3 の単原子気体で,オリフィス前後の圧力比が5から 150までの領域を計算した.とくに,TVD 法の定常超 音速自由噴流への適用は,本研究による試みが最初で ある.解析の結果,噴流中の密度,圧力,速度ベクト ルの分布が得られ,超音速自由噴流の詳細な構造が明 らかにされた.また,噴流の幾何学的形状は,噴流の 周辺部への影響領域を規定する意味で工業的に極め て重要である.本研究では,数値解析結果を整理し, マッハ・ディスク位置,噴流境界および橡状衝撃波の 位置が容易に推定できる資料を提供した.これを用い ることにより,指定された圧力比の超音速自由噴流の 形状を簡単に評価することができる.

参考文献

- 1) 生井・松尾, 圧縮性流体の力学, (1977), 理工学社.
- 2) Sherman, F. S. and Talbot, L., Hypersonic Flow Research,

(ed. Riddell, F. R.), (1961), 581.

- 3) Potter, J. L., ほか3名, Hypersonic Flow Research, (ed. Riddell, F. R.), (1961), 599.
- 4) Kamimoto, G., Kimura, T. and Teshima, K., Dept. Aero. Eng., Kyoto Univ., CP7, (1965).
- 5) Ashkenas, H. and Sherman, F. S., Rarefied Gas Dynamics, 2, (1966), 84.
- 6) Witte, A., Kubota, T. and Lees, L., AIAA J., 7-5, (1969), 870.
- 7) Folck, J. L. and Smith, R. T., AIAA J., 8-8, (1970), 1470.
- 8) Ikui, T., Masuda, M. and Iwamoto, K., Mem. Faculty of Eng., Kyushu Univ., 33-2, (1973), 37.
- 9) Love, E. S., ほか3名, NASA Tech. Rept., R-6, (1959).
- 10) Donaldson, C. D. and Snedeker, R. S., J. Fluid Mech., 45-2, (1971), 281.
- 11) Rothe, D. E., Phys. Fluids, 9-9, (1966), 1643.
- 12) 保原, 航宇誌, 20-224, (1972), 490.
- 13) Coe, D., ほか3名, Phys. Fluids, 23-4, (1980), 715.
- 14) McDaniel, Jr. J. C., Stanford Univ., SUDAAR No. 532, (1982).
- 15) Hiller, B., Cohen, L. M. and Hanson, R. K., AIAA-86-0161, (1986).
- 16) Fujimoto, T., ほか4名, Rarefied Gas Dynamics, 1, (1984), 467.
- 17) 手島, レーザー研究, 12-11, (1984), 614.
- 18) Masuda, M., ほか4名, Progress in Astro. Aero., 117, (1989), 149.
- 19) Novopashin, S. A. and Perepelkin, A. L., Physics Lett. A, 135-4, 5, (1989), 290.
- 20) Patterson, G. N., Molecular Flow of Gases, (1956), John Wiley & Sons, Inc.
- 21) Adamson, T. C. and Nicholls, J. A., J. Aero/Space Sci., 26-1, (1959), 16.
- 22) Saito, T., Nakatsuji, H. and Teshima, K., Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., 28-82, (1986), 240.
- 23) Yee, H. C., NASA TM 89464, (1987).
- 24) 樫村・安信, 可視化情報, 11-2, (1991), 31.
- 25) Klar, E. and Fesco, J. W., Metals Handbook, 9th Ed., (1984), 25.
- 26)中山,機能性不織布の開発と応用,中村編,(1988), (株)ジスク.
- 27) 岩本・池田, 議論 (B), 55-515, (1989), 1802.
- 注)
 - マッハ・ディスク (Mach disk) および樽状衝撃波 (barrel shock wave) は三次元軸対称噴流での名称で,二次元噴流 ではこれらの現象に対応する呼称は定まっていない. 前者 は Mach shock wave, 後者は bounding shock wave あるいは intercepting shock wave と呼ばれることもある. 本論文で は三次元,二次元の両噴流ともマッハ・ディスク, 樽状衝 撃波の名称で統一した.