

## 飽和蒸気の層流強制対流膜状凝縮の相似解の再検討

藤井, 哲

九州大学大学院総合理工学研究科熱エネルギーシステム工学専攻

李, 鐘鵬

九州大学大学院総合理工学研究科熱エネルギーシステム工学専攻

<https://doi.org/10.15017/17240>

---

出版情報 : 九州大学大学院総合理工学報告. 13 (3), pp.305-316, 1991-12-01. 九州大学大学院総合理工学研究科

バージョン :

権利関係 :

## 飽和蒸気の層流強制対流凝縮の相似解の再検討

藤井 哲\*・李 鍾 鵬\*\*

(平成3年8月26日 受理)

### A Consideration of the Similarity Solution for Laminar Forced-Convection Condensation of Saturated Vapors

Tetsu FUJII and Jong Boong LEE

The similarity solution of the two-phase boundary layer equations of laminar forced-convection condensation of saturated vapors on a flat surface is obtained by combining the series expansion method with Runge-Kutta-Verner method, and new correlation equations are presented as follows:

Eq. (46) with Fig. 3 and Eq. (48) for the local heat transfer coefficient and the local condensation mass flux, respectively, in the ranges of  $R=5, 10, 100$ ,  $Pr_L=1\sim 100$  and  $RH/Pr_L=0.01\sim 10$ , Eq. (49) for the local heat transfer coefficient in the ranges of  $R=1000$ ,  $Pr_L=0.003\sim 0.03$ ,  $H/Pr_L=0.01\sim 1$ , and Eqs. (59) and (60) for the shear stress at the vapor-liquid interface and the cooling surface, respectively. The convection term in the condensate film affects remarkably upon the decrease of condensation mass flux rather than the increase of heat transfer coefficient.

#### 1. 緒 言

飽和蒸気が平板上で層流強制対流凝縮する場合について、Koh<sup>1)</sup>は二相境界層理論を適用して相似解を数値的に求めた。そして、無次元パラメータ  $Nu_{wx}Re_{Lx}^{-1/2}$  対  $RH/Pr_L$  の関係および  $Nu_{wx}Re_{Lx}^{-1/2}$  対  $H/Pr_L$  の関係に及ぼす  $\rho\mu$  比 ( $=10, 100, 500$ ) とプラントル数  $Pr_L$  ( $=0.003, 0.008, 0.03, 1, 10, 100$ ) の影響を図示した。実際に用いられることが多い物質の常温近くにおける凝縮の特性は、藤井一上原<sup>2)</sup>の式によって表すことができる。しかし、比較的臨界点に近い状態の蒸気、高分子量の物質あるいは金属蒸気等の凝縮においては、その式の適用範囲を超える場合が生ずる可能性がある(附録の Table 1 参照)。このことを考慮して、 $R$  が小さくかつ  $Pr_L$  が大きい場合および  $R$  が非常に大きくかつ  $Pr_L$  が非常に小さい場合を含む相似解を再検討し、熱伝達、凝縮質量流量および流動抵抗に関する結果を式化することが本報の目的である。

#### 2. 記 号

- $c_f$  : 抵抗係数, 式(53)
- $c_{f0}$  : 単相の強制対流の抵抗係数, 式(57)
- $c_p$  : 定圧比熱 [J/kgK]
- $F_L(\eta_L)$  : 液膜の無次元流れ関数, 式(20)
- $F_V(\eta_V)$  : 気相境界層の無次元流れ関数, 式(21)
- $H$  : 相変化数, 式(38)
- $\dot{m}$  : 凝縮質量流量 [kg/m<sup>2</sup>s]
- $Nu$  : ヌセント数, 式(42)
- $Pr$  : プラントル数
- $q_w$  : 伝熱面熱流束 [W/m<sup>2</sup>]
- $R$  :  $\rho\mu$  比, 式(36)
- $Re_L$  : 二相レイノルズ数, 式(37)
- $Re_V$  : レイノルズ数, 式(54)
- $T$  : 温度 [K]
- $T_s$  : 周囲蒸気の飽和温度 [K]
- $U$  :  $x$  方向速度成分 [m/s]
- $U_{V\infty}$  : 周囲蒸気の流れ速度 [m/s]
- $V$  :  $y$  方向速度成分 [m/s]
- $x$  : 平板先端から平板表面に沿って測った距離 [m]

\*熱エネルギーシステム工学専攻

\*\*熱エネルギーシステム工学専攻博士課程

- $y$  : 平板からその法線方向に測った距離 [m]
- $\alpha$  : 熱伝達係数 [W/m<sup>2</sup>K], 式(41)
- $\Delta h_V$  : 凝縮潜熱 [J/kg]
- $\Delta$  : 気相境界層厚さ [m]
- $\delta$  : 液膜厚さ [m]
- $\eta_L$  : 液膜の相似変数, 式(18)
- $\eta_V$  : 気相境界層相似変数, 式(19)
- $\Theta_L(\eta_L)$  : 液膜の無次元温度, 式(22)
- $(\Theta'_{Lw})_{FU}$  : 式(44)
- $\kappa$  : 温度伝導率 [m<sup>2</sup>/s]
- $\lambda$  : 熱伝導率 [W/mK]
- $\mu$  : 粘度 [kg/ms]
- $\nu$  : 動粘度 [m<sup>2</sup>/s]
- $\xi(H, Pr_L)$  : 式(45), 図3
- $\rho$  : 密度 [kg/m<sup>3</sup>]
- $\tau$  : せん断応力 [N/m<sup>2</sup>]
- $\Psi(x, y)$  : 流れ関数, 式(16), (17)

添 字

- ' :  $\eta_L$  または  $\eta_V$  に関する微分
- $i$  : 気液界面での値
- $L$  : 液膜内の値, 液膜の物性値
- $SG$  : Shekrladze と Gomelauri の値
- $V$  : 気相の値
- $w$  : 伝熱面での値
- $x$  : 位置  $x$  における局所値
- $\infty$  : 周囲蒸気の値

3. 基礎式および解法

Fig. 1 に気液二相境界層の物理モデルと座標を示す。 $x$  は平板先端から平板表面に沿って液膜および気相境界層が発達する方向に測った距離,  $y$  は平板表面から

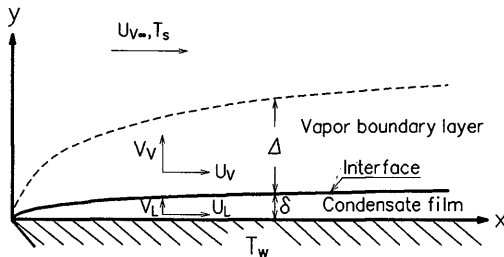


Fig. 1 Physical model and coordinate systems for forced-convection laminar film condensation.

法線方向に測った距離,  $\delta$  は液膜厚さ,  $\Delta$  は気相境界層厚さである。  $U$  および  $V$  はそれぞれ  $x$  方向速度成分および  $y$  方向速度成分であり,  $T$  は温度,  $U_{V\infty}$  は周囲蒸気 velocity,  $T_s$  は周囲蒸気飽和温度である。添字  $L$  は液膜内の値, 添字  $V$  は気相内の値を示す。また, 添字  $w, i$  および  $\infty$  はそれぞれ平板表面, 気液界面および周囲蒸気における値を示す。

$T_w, T_s, U_i$  および  $U_{V\infty}$  が  $x$  方向に一様であり, 物性値が温度に依らないと仮定すれば, 境界層概念を用いて次の基礎式が得られる。

液膜について,

$$\frac{\partial U_L}{\partial x} + \frac{\partial V_L}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$U_L \frac{\partial U_L}{\partial x} + V_L \frac{\partial U_L}{\partial y} = \nu_L \frac{\partial^2 U_L}{\partial y^2} \tag{2}$$

$$U_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + V_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \kappa_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} \tag{3}$$

気相境界層について,

$$\frac{\partial U_V}{\partial x} + \frac{\partial V_V}{\partial y} = 0 \tag{4}$$

$$U_V \frac{\partial U_V}{\partial x} + V_V \frac{\partial U_V}{\partial y} = \nu_V \frac{\partial^2 U_V}{\partial y^2} \tag{5}$$

ここに,  $\nu$  は動粘度,  $\kappa$  は温度伝導率である。

境界条件は次のように書かれる。

$y = 0$  で

$$U_L = 0 \tag{6}$$

$$V_L = 0 \tag{7}$$

$$T_L = T_w \tag{8}$$

$y \rightarrow \infty$  で

$$U_V = U_{V\infty} \tag{9}$$

気液界面での適合条件は次のように書かれる。

$y = \delta$  で

$$U_{Li} = U_{Vi} = U_i \tag{10}$$

$$\left(\mu_L \frac{\partial U_L}{\partial y}\right)_i = \left(\mu_V \frac{\partial U_V}{\partial y}\right)_i \quad (11)$$

$$\left\{\rho_L \left(U_L \frac{d\delta}{dx} - V_L\right)\right\}_i = \left\{\rho_V \left(U_V \frac{d\delta}{dx} - V_V\right)\right\}_i \quad (12)$$

$$= \dot{m}_x \quad (13)$$

$$T_{Li} = T_s \quad (14)$$

$$\left(\lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial y}\right)_i = \Delta h_V \dot{m}_x \quad (15)$$

ここに、 $\mu$ は粘度、 $\rho$ は密度、 $\lambda$ は熱伝導率、 $\Delta h_V$ は凝縮潜熱、 $\dot{m}$ は凝縮質量流束であり、添字  $x$  は  $x$  における局所値であることを示す。

液膜および気相境界層について、それぞれ次式

$$U_L = \frac{\partial \Psi_L}{\partial y}, \quad V_L = -\frac{\partial \Psi_L}{\partial x} \quad (16a, b)$$

$$U_V = \frac{\partial \Psi_V}{\partial y}, \quad V_V = -\frac{\partial \Psi_V}{\partial x} \quad (17a, b)$$

で定義される流れ関数  $\Psi_L(x, y)$ 、 $\Psi_V(x, y)$  を導入すると、連続の式(1)と(4)は自動的に満足される。さらに次の独立変数(相似変数)  $\eta_L$  と  $\eta_V$ 、無次元流れ関数  $F_L(\eta_L)$  と  $F_V(\eta_V)$ 、無次元温度  $\Theta_L(\eta_L)$  を導入する。

$$\eta_L = y \left(\frac{U_{V\infty}}{\nu_L x}\right)^{1/2} \quad (18)$$

$$\eta_V = (y - \delta) \left(\frac{U_{V\infty}}{\nu_V x}\right)^{1/2} \quad (19)$$

$$F_L(\eta_L) = \frac{\Psi_L(x, y)}{(\nu_L U_{V\infty} x)^{1/2}} \quad (20)$$

$$F_V(\eta_V) = \frac{\Psi_V(x, y)}{(\nu_V U_{V\infty} x)^{1/2}} \quad (21)$$

$$\Theta_L(\eta_L) = \frac{T_i - T_L}{T_i - T_w} \quad (22)$$

式(16)~(22)を用いて基礎式(1)~(5)を変換すると、次の常微分方程式系が得られる。

$$F_L''' + \frac{1}{2} F_L F_L'' = 0 \quad (23)$$

$$\Theta_L'' + \frac{1}{2} Pr_L F_L \Theta_L' = 0 \quad (24)$$

$$F_V''' + \frac{1}{2} F_V F_V'' = 0 \quad (25)$$

ここに ' は  $\eta_L$  あるいは  $\eta_V$  に関する微分を表す。 $Pr_L (= c_{pL} \mu_L / \lambda_L)$  は凝縮液のプラントル数である。境界条件(6)~(9)は次のように変換される。

$$\eta_L = 0 \text{ で}$$

$$F_L' = 0 \quad (26)$$

$$F_{Lw} = 0 \quad (27)$$

$$\Theta_{Lw} = 1 \quad (28)$$

$$\eta_V \rightarrow \infty \text{ で}$$

$$F_V' = 1 \quad (29)$$

気液界面の適合条件(10)~(15)は次のように変換される。 $\eta_L = \eta_{Li}$  あるいは  $\eta_V = 0$  において

$$F_V' = F_L' \quad (30)$$

$$F_V'' = R F_L'' \quad (31)$$

$$F_V = R F_L \quad (32)$$

$$= 2R \left(\frac{\dot{m}_x x}{\mu_L}\right) Re_{Lx}^{-1/2} \quad (33)$$

$$\Theta_{Li} = 0 \quad (34)$$

$$-\Theta_L' = \frac{\mu_L \Delta h_V}{\lambda_L (T_i - T_w)} \left(\frac{\dot{m}_x x}{\mu_L}\right) Re_{Lx}^{-1/2} = \frac{Pr_L}{H} \left(\frac{\dot{m}_x x}{\mu_L}\right) Re_{Lx}^{-1/2} \quad (35)$$

ここに、 $\rho \mu$ 比  $R$ 、二相レイノルズ数  $Re_{Lx}$  および相変化数  $H$  はそれぞれ次式で表される。

$$R = \left(\frac{\rho_L \mu_L}{\rho_V \mu_V}\right)^{1/2} \quad (36)$$

$$Re_{Lx} = \frac{U_{\infty} x}{\nu_L} \quad (37)$$

$$H = \frac{c_{pL}(T_s - T_w)}{\Delta h_V} \quad (38)$$

式(23)を条件(26), (27)の下に級数展開法によって解くと次式が得られる.

$$F_L(\eta_L) = \frac{F''_{Lw}}{2} \eta_L^2 - \frac{2}{5!} \left( \frac{F''_{Lw}}{2} \right)^2 \eta_L^5 + \frac{22}{8!} \left( \frac{F''_{Lw}}{2} \right)^3 \eta_L^8 - \frac{750}{11!} \left( \frac{F''_{Lw}}{2} \right)^4 \eta_L^{11} + \frac{55794}{14!} \left( \frac{F''_{Lw}}{2} \right)^5 \eta_L^{14} - \frac{7634274}{17!} \left( \frac{F''_{Lw}}{2} \right)^6 \eta_L^{17} \dots \quad (39)$$

$\eta_{Li}$  を与え,  $F''_{Lw}$  を仮定すると, 式(39)と条件(30), (31), (32)より  $F_{vi}$ ,  $F'_{vi}$ ,  $F''_{vi}$  を計算することができ: これらの値と条件(29)を満足するように  $F''_{Lw}$  を修正して式(25)を数値的に解くことができる. 次に条件(28)と(34)を用いて式(24)を解くと, 次式が得られる.

$$\Theta_L(\eta_L) = 1 - \frac{\int_0^{\eta_L} \exp\left(-\frac{Pr_L}{2} \int_0^{\eta_L} F_L d\eta_L\right) d\eta_L}{\int_0^{\eta_{Li}} \exp\left(-\frac{Pr_L}{2} \int_0^{\eta_L} F_L d\eta_L\right) d\eta_L} \quad (40)$$

$x$  における伝熱面熱流束  $q_{wx}$  に対応した局所熱伝達係数  $\alpha_{wx}$  およびその無次元数  $Nu_{wx}$  を次式で定義する.

$$q_{wx} = \lambda_L \left( \frac{\partial T_L}{\partial y} \right)_w = \alpha_{wx} (T_s - T_w) \quad (41)$$

$$Nu_{wx} = \frac{\alpha_{wx} x}{\lambda_L} = (-\Theta'_{Lw}) Re_{Lx}^{1/2} \quad (42)$$

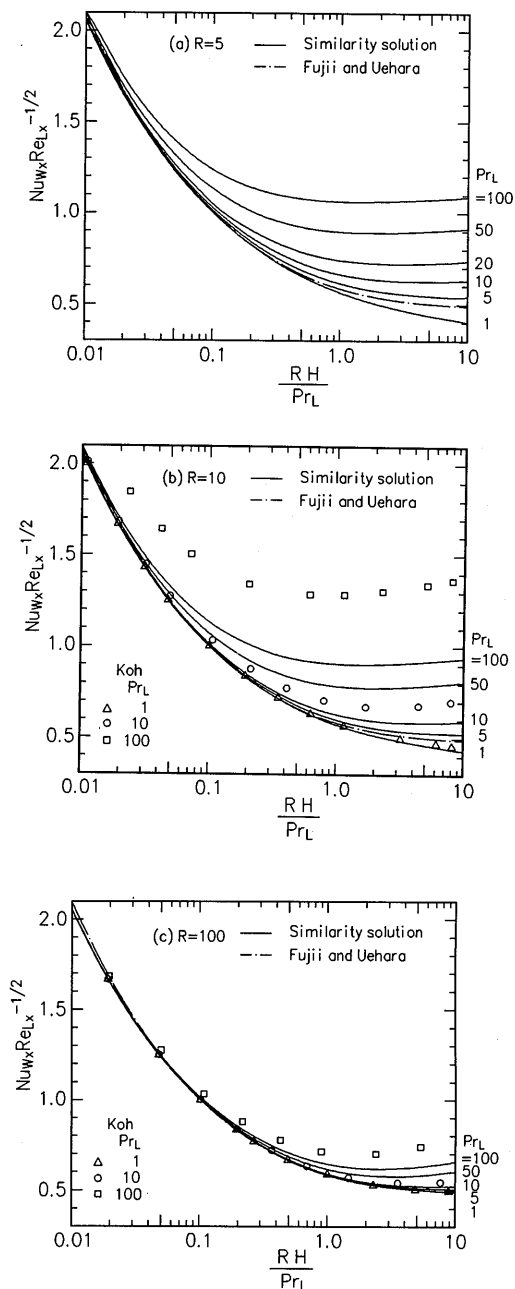
無次元凝縮質量流束  $\dot{m}_x x / \mu_L$  は, 式(35)より, 次式で表される.

$$\frac{\dot{m}_x x}{\mu_L} = (-\Theta'_{Lw}) \frac{H}{Pr_L} Re_{Lx}^{1/2} \quad (43)$$

数値計算は  $R = 5, 10, 100$ ,  $Pr_L = 1 \sim 100$ ,  $RH/Pr_L = 0.01 \sim 10$  の場合および液体金属に相当する  $R = 1000$ ,  $Pr_L = 0.003 \sim 0.03$ ,  $H/Pr_L = 0.01 \sim 1$  の場合について行った.

#### 4. 結果および考察

附録の **Table 2** に数値計算によって得られた境界



**Fig. 2** Relation between  $Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  and  $RH/Pr_L$  in the range of  $Pr_L = 1 \sim 100$ .

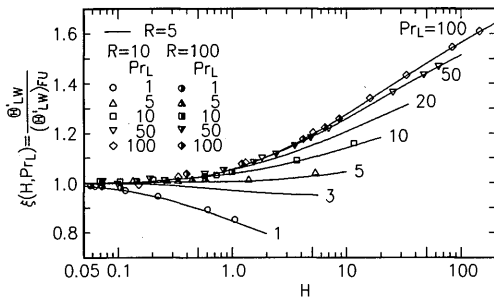


Fig. 3 Relation between  $\xi(H, Pr_L) = (-\Theta'_{Lw}) / (-\Theta'_{Lw})_{FU}$  and  $H$  in the range of  $Pr_L=1 \sim 100$ .

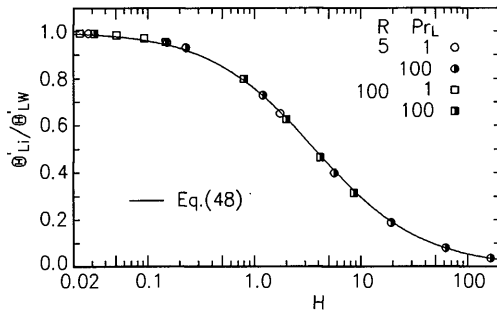


Fig. 4 Correlation of  $(\Theta'_{Li} / \Theta'_{Lw})$  versus  $H$ .

値  $F''_{Lw}$ ,  $F_{Vi}$ ,  $\Theta'_{Li}$  および  $\Theta'_{Lw}$  を  $\eta_{Li}$  に対して,  $Pr_L$  をパラメータとして示す.

4.1 熱伝達および凝縮質量流束

Fig. 2 (a), (b) および (c) はそれぞれ  $R = 5, 10, 100$  についての数値解を  $Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  対  $RH/Pr_L \{ = F_{Vi}/2 (-\Theta'_{Li}) \}$  の関係で示す. 図中で, 実線は本数値解, 一点鎖線は次の藤井-上原<sup>2)</sup>の式を示す.

$$\frac{Nu_{wx}}{\sqrt{Re_{Lx}}} = 0.45 \left( 1.2 + \frac{Pr_L}{RH} \right)^{1/3} \doteq (-\Theta'_{Lw})_{FU} \tag{44}$$

この式は Cess<sup>3)</sup> の近似解および Sparrow ら<sup>4)</sup> の数値解と,  $0.04 \leq RH/Pr_L \leq 5$  の範囲で, 1% 以下の誤差で一致する. 図 (b), (c) の  $\Delta$ ,  $\circ$ ,  $\square$  印は Koh<sup>1)</sup> の解 [文献5) の Table 1 より引用-文献1) の Fig. 8 も同様であるが, 縦軸の値に誤りがあることに注意-] を示す. 数値解は, 既に Koh が示したように,  $RH/Pr_L$  が大きいときに,  $R$  が小であるほど  $Pr_L$  の影響が大きく現れ, 式(44)との差が大きくなる. Koh

の解は,  $RH/Pr_L$  が大きいとき, 本数値解より大きい  $Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  の値となっている.

Fig. 3 は数値解から得られた  $-\Theta'_{Lw} = Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  と式(44)との比  $(-\Theta'_{Lw}) / (-\Theta'_{Lw})_{FU}$  を  $H$  の関数として示す. 図の実線は  $R = 5$  の場合,  $\circ, \Delta, \square, \nabla, \diamond$  印および  $\bullet, \blacktriangle, \blacksquare, \blacktriangledown, \blacklozenge$  印はそれぞれ  $R = 10$  および  $100$  の場合である. 図に示した関係が  $R$  にほとんど無関係であることは, 任意の  $R$  と  $Pr_L$  について  $Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  対  $RH/Pr_L$  の関係が Fig. 3 と式(44)から計算できることを意味する. 即ち

$$\frac{(-\Theta'_{Lw})}{(-\Theta'_{Lw})_{FU}} \doteq \xi(H, Pr_L) \tag{45}$$

とおくと,  $Nu_{wx}$  は次式で表される.

$$Nu_{wx} = 0.45 \xi(H, Pr_L) \left( 1.2 + \frac{Pr_L}{RH} \right)^{1/3} Re_{Lx}^{1/2} \tag{46}$$

Fig. 4 は数値解から得られた  $(\Theta'_{Li} / \Theta'_{Lw})$  と  $H$  の関係を示す. 異なる  $R$  と  $Pr_L$  に対応するデータが図中の実線で示される次式で表される.

$$\frac{\Theta'_{Li}}{\Theta'_{Lw}} = \frac{1}{1 + 0.320H^{0.87}} \tag{47}$$

この式を式(43)に代入し, 式(42)および(46)を用いて書きかえると, 次のようになる.

$$\frac{\dot{m}_x x}{\mu_L} = 0.45 \left\{ \frac{\xi(H, Pr_L)}{1 + 0.320H^{0.87}} \right\} \left( 1.2 + \frac{Pr_L}{RH} \right)^{1/3} \times \frac{H}{Pr_L} Re_{Lx}^{1/2} \tag{48}$$

Fig. 3 と Fig. 4 との比較, あるいは式(48)における

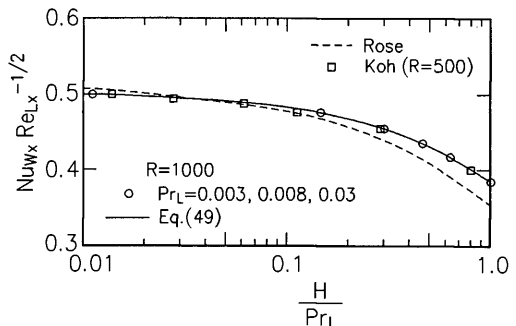


Fig. 5 Correlation of  $Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  versus  $H / Pr_L$  in the range of  $Pr_L=0.003 \sim 0.03$  and  $R=1000$ .

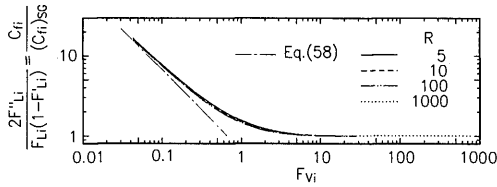


Fig. 6 Correlation of  $2F''_{Vi}/F_{Vi}(1-F'_{Vi}) = c_{fi}/(c_{fi})_{SG}$  versus  $F_{Vi}$ .

$\xi$  の値と  $(1 + 0.32H^{0.87})$  の値とを比較すると、液膜が厚くなった場合 ( $H$  が大きい場合) の対流項の影響は壁面熱流束の増加 ( $Pr_L < 4$  の場合は減少) よりも凝縮質量流束 (気液界面熱流束) の減少に顕著に現れることがわかる。

Fig. 5 は金属蒸気の凝縮の場合に相当する  $Pr_L = 0.003, 0.008, 0.03, R = 1000$  の場合の数値解の結果を  $Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  対  $H/Pr_L$  の関係を示す。それは次式で近似できる。

$$\frac{Nu_{wx}}{\sqrt{Re_{Lx}}} = 0.5 - 0.13 \left( \frac{H}{Pr_L} \right)^{0.85}, \quad 0.01 < H/Pr_L < 1 \quad (49)$$

この式は Koh<sup>5)</sup> の  $R = 500$  の解とも一致する。 $H/Pr_L < 0.01$  の範囲の数値解は式(44)で表される。図中の破線は次の Rose<sup>6)</sup> の式

$$\frac{Nu_{wx}}{\sqrt{Re_{Lx}}} = 0.436 \left\{ \frac{1.508}{\left(1 + \frac{H}{Pr_L}\right)^{3/2}} + \frac{Pr_L}{RH} \right\}^{1/3} \quad (50)$$

を示す。 $H/Pr_L > 0.1$  で数値解より低い値となっている。低圧の液体金属蒸気の凝縮の場合に、実際は、気液界面における速度のギャップと温度のギャップのために気相側の熱抵抗が支配的になるので、液膜の相似性は厳密には成り立たない。したがって、式(49)は概略の目安を示すものと考えておくべきである。

#### 4.2 流動抵抗

気液界面および伝熱面でのせん断応力  $\tau_i$  および  $\tau_w$  はそれぞれ次式で表される。

$$\tau_i = \mu_V \left( \frac{\partial U_V}{\partial y} \right)_i = \mu_V U_{V\infty} \left( \frac{U_{V\infty}}{\nu_V x} \right)^{1/2} F''_{Vi} \quad (51)$$

$$\tau_w = \mu_L \left( \frac{\partial U_L}{\partial y} \right)_w = \mu_L U_{V\infty} \left( \frac{U_{V\infty}}{\nu_L x} \right)^{1/2} F''_{Lw} \quad (52)$$

はじめに  $\tau_i$  の性質について検討する。流動抵抗係数  $c_{fi}$  を次式で定義する。

$$c_{fi} = \frac{\tau_i}{\frac{1}{2} \rho_V U_{V\infty}^2} = 2F''_{Vi} Re_{Vx}^{-1/2} \quad (53)$$

ここに

$$Re_{Vx} = \frac{U_{V\infty} x}{\nu_V} \quad (54)$$

Shekriladze と Gomelaury<sup>7)</sup> は  $\tau_i$  が蒸気の主流と気液界面との間の運動量変化で表されると仮定した。即ち、

$$(\tau_i)_{SG} = \dot{m}_x (U_{V\infty} - U_{Vi}) \quad (55)$$

この式を相似変数を用いて書きかえると次の式が得られる。

$$(c_{fi})_{SG} = F_{Vi} (1 - F'_{Vi}) Re_{Vx}^{-1/2} \quad (56)$$

Fig. 6 は数値解から算出される  $c_{fi}/(c_{fi})_{SG} = 2F''_{Vi}/(1 - F'_{Vi})$  と  $F_{Vi}$  の関係を示す。 $F_{Vi} \geq 5$  で Shekriladze と Gomelaury の仮定が成り立つことがわかる。

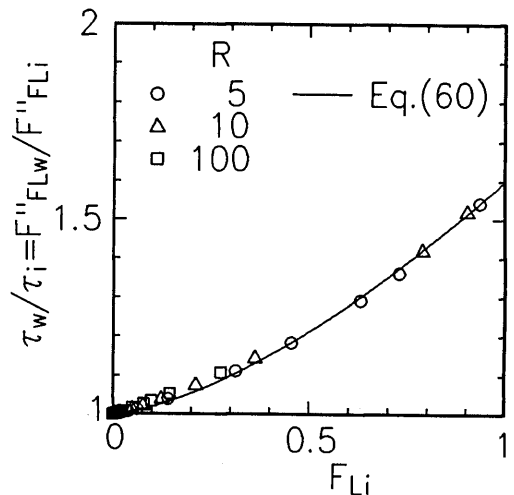


Fig. 7 Correlation of  $\tau_w/\tau_i = (c_{fw})/(c_{fi})$  versus  $F_{Li}$ .

凝縮質量流速が小さくなると、即ち  $F_{Vi}$  が小さくなると、抵抗係数は単相強制対流における次式

$$c_{f0} = 0.664 Re_{Vx}^{-1/2} \quad (57)$$

に漸近するはずである。したがって、 $F'_{Vi} \ll 1$ ,  $2F''_{Vi} \rightarrow 0.664$  となるので、次式が得られる。

$$\frac{2F''_{Vi}}{F_{Vi}(1-F'_{Vi})} \rightarrow \frac{0.664}{F_{Vi}} \quad (58)$$

これを図中の一点鎖線で示す。 $F_{Vi} \leq 0.05$  の  $c_{fi}$  は単相の場合と等しいとみなしてよい。

**Fig. 6** の  $0.05 \leq F_{Vi} \leq 5$  の範囲の数値解は、 $R$  の値にはほとんど関係なく、次式で表すことができる。

$$2F''_{Vi} = \left\{ 1 + \left( \frac{0.664}{F_{Vi}} \right)^{1.15} \right\}^{1/1.15} \times F_{Vi} (1 - F'_{Vi}) \quad (59)$$

**Fig. 7** は  $\tau_w / \tau_i = (c_{fw}) / (c_{fi})$  と  $F_{Li}$  との関係を示す。慣性項の影響で凝縮質量流速の増加とともに  $\tau_w$  が  $\tau_i$  より大きくなる。**Fig. 7** のデータは図中の実線を表す次式で近似できる。

$$\frac{\tau_w}{\tau_i} = 1 + 0.6 F_{Li}^{1.5} \quad (60)$$

## 5. 結 論

(1) 液膜の運動方程式の解を級数展開法で求めることにより、 $R = 5, 10, 100$ ,  $Pr_L = 1 \sim 100$ ,  $RH/Pr_L = 0.01 \sim 10$  の範囲の数値解を正確に求めた。Koh の解の  $Nu_{wx} Re_{Lx}^{-1/2}$  の値は全体的に大きい。

(2) 上記のパラメータの範囲内の熱伝達係数は式(46)で表すことができる。この式の中の  $\xi(H, Pr_L)$  の値は**Fig. 3** に示されている。

(3) 凝縮質量流速は式(48)で表すことができる。その式が示すように液膜の対流項の影響は凝縮質量流速の減少に顕著に表れる。

(4)  $R = 1000$ ,  $Pr_L = 0.003 \sim 0.03$ ,  $H/Pr_L =$

$0.01 \sim 1$  の範囲の熱伝達係数は式(49)で表すことができる。 $H/Pr_L < 0.01$  の場合には式(44)が適用できる。 $Pr_L$  が小さい場合の Koh の解は正確であるが、この解に基づく Rose の式は低すぎる値を予測する。

(5) 気液界面のせん断応力について、 $F_{Vi} \leq 0.05$  では単相流の式、 $F_{Vi} \geq 5$  では Shekrladze と Gomelaury の仮定が成り立つ。そして、任意の  $F_{Vi}$  についての気液界面せん断応力は式(59)で表すことができる。

(6) 凝縮質量流速が増加するとともに壁面せん断応力  $\tau_w$  が気液界面せん断応力  $\tau_i$  より大きくなる。そして  $\tau_w$  は式(60)より求めることができる。

本数値解には、当時大学院生の渡部正治君(現在、三菱重工(株)が開発したプログラム<sup>8)</sup>を用い、九州大学大型計算機センターの FACOM N780-20 によって行った。ここに記して謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) Koh, J. C. Y., Film Condensation in a Forced-Convection Boundary-Layer Flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **5** (1962), 941-954.
- 2) Fujii, T. and Uehara, H., Laminar Filmwise Condensation on a Vertical Surface, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **15**, 2 (1972), 217-233.
- 3) Cess, R. D., Laminar-Film Condensation on a Flat Plate in the Absence of a Body Force, *Z. angew. Math. Phys.* **XI**, (1960), 426-433.
- 4) Sparrow, E. M., Minkowycz, W. J. and Saddy, M., Forced Convection Condensation in the Presence of Noncondensables and Interfacial Resistance, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **10** (1967), 1829-1845.
- 5) Koh, J. C. Y., Laminar Film Condensation of Condensable Gases and Gaseous Mixtures on a Flat Plate, *Proc. 4th U. S. National Congress of Applied Mechanics*, **2** (1962), 1327-1336.
- 6) Rose, J. W., Fundamentals of Condensation Heat Transfer: Laminar Film Condensation, *JSME International Journal*, Ser. II, **31**, 3 (1988), 357-375.
- 7) Shekrladze, I. G. and Gomelaury, V. I., Theoretical Study of Laminar Film Condensation of Flowing Vapour, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **9** (1966), 581-591.
- 8) 渡部 正治, 多成分混合気の平板上での凝縮に関する理論的研究, 学位論文 (1988).



**Appendix: Table 1** Examples of physical properties and dimensionless numbers.

	$T_s$ K	$T_s - T_w$ K	$c_{pL}$ kJ/kgK	$\Delta h_V$ kJ/kg		$Pr_L$	$R$	$H$	$H/Pr_L$	$RH/Pr_L$
H <sub>2</sub> O (0.101 MPa)	373.15	10	4.216	2256.5	1.73	193	$1.87 \times 10^{-2}$	$1.08 \times 10^{-2}$	2.08	
H <sub>2</sub> O (0.00234 MPa)	293.15	10	4.182	2454.3	6.94	2560	$1.70 \times 10^{-2}$	$2.46 \times 10^{-3}$	6.30	
C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH (0.0179 MPa)	373.15	10	3.45	787	7.04	26.9	$4.38 \times 10^{-2}$	$6.23 \times 10^{-3}$	0.168	
CFC11 (0.0886 MPa)	293.15	10	0.865	181.7	4.34	105.5	$4.76 \times 10^{-2}$	$1.10 \times 10^{-2}$	1.16	
HCFC22 (0.9086 MPa)	293.15	10	1.237	187.8	3.20	24.13	$6.59 \times 10^{-2}$	$2.06 \times 10^{-2}$	0.50	
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> (1.08 MPa)	303.15	10	2.69	326.19	2.84	14.709	$8.26 \times 10^{-2}$	$2.91 \times 10^{-2}$	0.43	
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> (2.61 MPa)	343.15	10	3.72	230.99	2.92	5.624	$16.11 \times 10^{-2}$	$5.51 \times 10^{-2}$	0.31	
C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> (OH) <sub>2</sub> ( $0.207 \times 10^{-3}$ MPa)	333.15	10	2.567	$1.06 \times 10^3$	50.8	11764	$2.43 \times 10^{-2}$	$4.79 \times 10^{-4}$	5.63	
He <sub>4</sub> (0.219 MPa)	5.15	1	$74.2 \times 10^3$	$6.90 \times 10^3$	8.72	1.474	10.75	1.23	1.81	
N <sub>2</sub> (3.233 MPa)	125.15	1	$17.8 \times 10^3$	$47.4 \times 10^3$	7.24	1.952	0.376	$5.19 \times 10^{-2}$	0.101	
Na (1 atm)	400	1	1.37	$3.87 \times 10^3$	0.0098	$\gg 10^3$	$3.54 \times 10^{-4}$	$3.61 \times 10^{-2}$		
K (1 atm)	400	1	0.805	$2.17 \times 10^3$	0.0069	$\gg 10^3$	$3.71 \times 10^{-4}$	$5.37 \times 10^{-2}$		
Hg (1 atm)	298.15	1	0.1388	294.9	0.0254	$\gg 10^3$	$4.71 \times 10^{-4}$	$1.853 \times 10^{-2}$		





(c)  $R = 100$

$\eta_{Li}$	$F''_{Lw}$	$F_{Vi}$	$P_{TL} = 1$		$P_{TL} = 5$		$P_{TL} = 10$		$P_{TL} = 50$		$P_{TL} = 100$	
			$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$	$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$	$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$	$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$	$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$
0.5	$3.4784 \times 10^{-3}$	$4.348 \times 10^{-2}$	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.997	2.001	1.995	2.002
0.6	$3.5533 \times 10^{-3}$	$6.396 \times 10^{-2}$	1.667	1.667	1.666	1.667	1.666	1.667	1.663	1.668	1.659	1.669
0.7	$3.6465 \times 10^{-3}$	$8.934 \times 10^{-2}$	1.429	1.429	1.428	1.429	1.428	1.429	1.423	1.430	1.417	1.432
0.8	$3.7610 \times 10^{-3}$	$1.204 \times 10^{-1}$	1.250	1.250	1.249	1.250	1.249	1.251	1.243	1.253	1.235	1.255
0.9	$3.9010 \times 10^{-3}$	$1.580 \times 10^{-1}$	1.111	1.111	1.110	1.111	1.109	1.112	1.101	1.114	1.092	1.118
1.0	$4.0720 \times 10^{-3}$	$2.036 \times 10^{-1}$	0.9998	1.000	0.9987	1.000	0.9975	1.001	0.9873	1.004	0.9748	1.009
1.1	$4.2817 \times 10^{-3}$	$2.590 \times 10^{-1}$	0.9088	0.9092	0.9075	0.9096	0.9059	0.9102	0.8930	0.9145	0.8772	0.9199
1.2	$4.5416 \times 10^{-3}$	$3.270 \times 10^{-1}$	0.8329	0.8335	0.8313	0.8340	0.8293	0.8347	0.8131	0.8401	0.7933	0.8469
1.3	$4.8682 \times 10^{-3}$	$4.113 \times 10^{-1}$	0.7687	0.7694	0.7667	0.7701	0.7641	0.7709	0.7439	0.7778	0.7193	0.7863
1.4	$5.2876 \times 10^{-3}$	$5.181 \times 10^{-1}$	0.7136	0.7145	0.7111	0.7154	0.7078	0.7164	0.6825	0.7251	0.6520	0.7358
1.5	$5.8429 \times 10^{-3}$	$6.572 \times 10^{-1}$	0.6659	0.6669	0.6626	0.6680	0.6585	0.6694	0.6267	0.6803	0.5887	0.6939
1.6	$6.6109 \times 10^{-3}$	$8.460 \times 10^{-1}$	0.6239	0.6254	0.6197	0.6268	0.6145	0.6285	0.5740	0.6426	0.5267	0.6600
1.7	$7.7462 \times 10^{-3}$	1.1190	0.5868	0.5887	0.5813	0.5906	0.5744	0.5929	0.5218	0.6114	0.4619	0.6343
1.8	$9.6163 \times 10^{-3}$	1.5571	0.5536	0.5562	0.5459	0.5588	0.5364	0.5620	0.4653	0.5877	0.3881	0.6192
1.9	$1.3388 \times 10^{-2}$	2.4147	0.5233	0.5273	0.5114	0.5313	0.4969	0.5364	0.3928	0.5759	0.2902	0.6236
1.94	$1.6305 \times 10^{-2}$	3.0653	0.5116	0.5167	0.4966	0.5218	0.4783	0.5282	0.3521	0.5781	0.2365	0.6374
1.96	$1.8436 \times 10^{-2}$	3.5371	0.5058	0.5117	0.4885	0.5176	0.4676	0.5249	0.3266	0.5821	0.2044	0.6496
2.0	$2.5267 \times 10^{-2}$	5.0449	0.4937	0.5021	0.4693	0.5105	0.4402	0.5209	0.2592	0.6012	0.1287	0.6924
2.02	$3.0746 \times 10^{-2}$	6.2597	0.4873	0.4977	0.4572	0.5081	0.4219	0.5210				
2.04	$3.8005 \times 10^{-2}$	7.8870	0.4804	0.4935	0.4429	0.5066	0.3997	0.5228				
2.05	$2.2254 \times 10^{-2}$	8.8519	0.4768	0.4915	0.4350	0.5062	0.3873	0.5243				
2.06	$4.6830 \times 10^{-2}$	9.9026	0.4732	0.4896	0.4268	0.5060	0.3744	0.5262				
2.1	$6.6806 \times 10^{-2}$	14.656	0.4581	0.4823	0.3917	0.5065	0.3206	0.5362				

(d)  $R = 1000$

$\eta_{Li}$	$F''_{Lw}$	$F_{Vi}$	$Pr_L = 0.003$		$Pr_L = 0.008$		$Pr_L = 0.03$	
			$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$	$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$	$-\Theta'_{Li}$	$-\Theta'_{Lw}$
1.7	$7.8668 \times 10^{-4}$	1.1367	0.5882	0.5882	0.5882	0.5882	0.5882	0.5882
1.8	$9.9142 \times 10^{-4}$	1.6060	0.5556	0.5556	0.5556	0.5556	0.5556	0.5556
1.9	$1.4545 \times 10^{-3}$	2.6251	0.5263	0.5263	0.5263	0.5263	0.5263	0.5263
2.0	$5.5862 \times 10^{-3}$	11.168	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
2.1	$6.3736 \times 10^{-2}$	139.85	0.4761	0.4762	0.4761	0.4762	0.4757	0.4764
2.2	$1.1438 \times 10^{-1}$	274.04	0.4544	0.4546	0.4543	0.4546	0.4535	0.4549
2.3	$1.5494 \times 10^{-1}$	403.57	0.4346	0.4348	0.4344	0.4349	0.4333	0.4353
2.4	$1.8762 \times 10^{-1}$	529.13	0.4165	0.4167	0.4161	0.4169	0.4147	0.4173
2.5	$2.1410 \times 10^{-1}$	651.39	0.3998	0.4001	0.3993	0.4002	0.3975	0.4008
2.6	$2.3572 \times 10^{-1}$	770.96	0.3843	0.3847	0.3838	0.3849	0.3817	0.3856