

発熱量が異なる分散熱源を有する垂直平行平板間の 層流共存対流熱伝達に関する数値解析（第1報：平 板内での熱伝導を無視した場合）

富村, 寿夫
九州大学大学院総合理工学研究科熱エネルギーシステム工学専攻

藤井, 丕夫
九州大学大学院総合理工学研究科熱エネルギーシステム工学専攻

<https://doi.org/10.15017/17161>

出版情報：九州大学大学院総合理工学報告．11（3），pp.321-325，1989-12-01．九州大学大学院総合理工学研究科
バージョン：
権利関係：



発熱量が異なる分散熱源を有する垂直平行平板間の 層流共存対流熱伝達に関する数値解析 (第1報：平板内での熱伝導を無視した場合)

富村 寿夫*・藤井 丕夫*
(平成元年8月31日 受理)

A Numerical Analysis of Laminar Mixed Convection Heat Transfer between Vertical Parallel Plates with Discrete Sources Heated at Different Rate (Part 1: Insulated Plates)

Toshio TOMIMURA and Motoo FUJII

Two-dimensional Navier-Stokes and energy equations are numerically solved for laminar air flow between insulated parallel plates with five discrete sources heated at different rate. Parametric calculations are performed to determine the effect on velocity and temperature distributions of Reynolds number ($500 \leq Re \leq 2000$), modified Grashof number ($0.5 \times 10^6 \leq Gr^* \leq 2.0 \times 10^6$), and local-to-mean heat flux ratio ($q_{wi}/q_m = 1$ and 2). A general method to predict the maximum temperature on each heat source is proposed. It is proved that by using the method the maximum temperatures can be predicted within a practical accuracy for various ratios of the local-to-mean heat flux.

1. 緒 言

電子計算機に代表される電子機器においては、電子部品からの放熱による温度上昇が機器の信頼性や情報処理性能に大きな影響をおよぼす。そのため、冷却方式として液冷却あるいは沸騰冷却を採用している機器もあるが、主流を占めているのは空気冷却である¹⁾。最近、電子部品の高密度実装に伴う発熱密度の増大が著しく、これに関連して電子計算機の半導体パッケージ群を対象とした強制空冷あるいは自然空冷に関する研究が盛んに行われている^{2)~9)}。これらの研究の最終的な目的は、基板群上に分散配列された任意の発熱量、形状、寸法のパッケージ群の最高温度を予測することであるが、その形態が多様であるため、一般的な方法は未だ確立されていない。

著者らは、本問題を基礎的に検討するため、基板上のパッケージ群を平行平板間に分散配列された厚みの無い熱源群で置き換えた簡単な二次元モデルを用い、層流共存対流に関する数値解析を行ってきた。その結

果、平板内の熱伝導を無視し、同一熱源が等間隔で配列されている場合、各熱源の最高温度は簡単な整理式で表示できることを示した¹⁰⁾。さらに、最高温度におよぼす平板内の熱伝導の影響を調べ、熱伝導を考慮した整理式を提案した¹¹⁾。

本報では、平板内での熱伝導を無視した場合について、個々の熱源の発熱量が異なる条件での数値解析を行うことにより、任意発熱するパッケージ群の最高温度を予測する方法について考察した。

使用記号

- c_p : 定圧比熱
- Gr^* : 修正グラスホフ数 $= g \beta q_m h^4 / \lambda \nu^2$
- Gr^{**} : 修正グラスホフ数 $= Gr^* H_{wj, \max}$
- g : 重力加速度
- h : 平板間隔
- H_w : Y方向の無次元熱流束 $= -\lambda \partial T / \partial y|_{y=0} / q_m$
- L : 無次元平板高さ $= l/h$
- L_i : 平行平板入口から第1熱源先端までの無次元距離 $= l_i/h$
- L_o : 第5熱源後端から平行平板出口までの無次元距離

*熱エネルギーシステム工学専攻

離 $= l_o/h$

l : 平板高さ

l_i : 平行平板入口から第1熱源先端までの距離

l_o : 第5熱源後端から平行平板出口までの距離

n : 数値計算の反復回数

Pr : プラントル数 $= c_p \mu / \lambda$

Q_{wj} : 分散熱源の無次元熱流束 $= q_{wj}/q_m$

q_m : 平均熱流束 $= \sum_{j=1}^5 q_{wj}/5$

q_{wj} : 分散熱源の熱流束

Re : レイノルズ数 $= u_m 2h/\nu$

S : 無次元熱源間隔 $= s/h$

s : 熱源間隔

T : 絶対温度

U : X 方向の無次元速度成分 $= u/u_m$

u : x 方向の速度成分

u_m : 平均速度

V : Y 方向の無次元速度成分 $= v/u_m$

v : y 方向の速度成分

W : 無次元熱源長さ $= w/h$

w : 熱源長さ

X : 平板に平行な無次元空間座標 $= x/h$

x : 平板に平行な空間座標

Y : 平板に直角な無次元空間座標 $= y/h$

y : 平板に直角な空間座標

ギリシャ文字

β : 体膨張係数 $= 1/T_\infty$

θ : 無次元温度 $= (T - T_\infty)/(q_m h/\lambda)$

μ : 粘性係数

λ : 熱伝導率

ν : 動粘性係数

Ψ : 無次元流れ関数 $= \psi/(u_m h)$

ψ : 流れ関数

Ω : 無次元渦度 $= \omega/(u_m/h)$

ω : 渦度

添 字

j : 熱源番号

max : 最大値

min : 最小値

w : 平板表面

∞ : 周囲状態

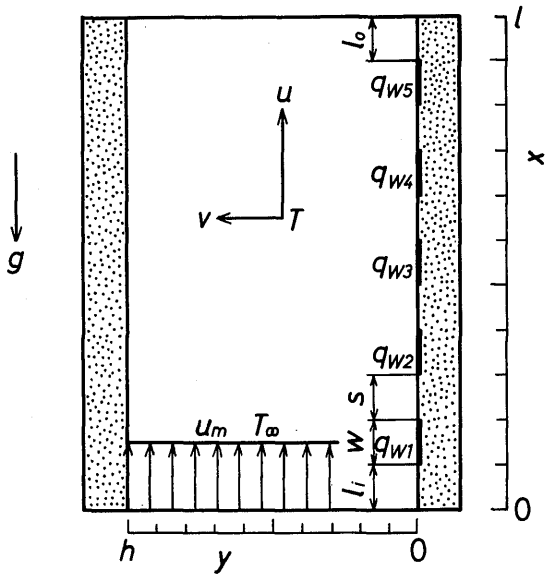


Fig. 1 Physical model and coordinate system

2. 理 論

2.1 物理モデル、基礎方程式および境界条件

物理モデルと座標系を Fig. 1 に示す。間隔 h で置かれた高さ l の垂直平行平板の一方に、長さ w 、熱流束 q_{wj} ($j=1\sim 5$) で発熱する 5 個の熱源が等間隔 s で並んでいる場合を取り扱う。熱源 $j=5$ 、1 と流路出入口の距離は l_o 、 l_i である。空気 ($Pr=0.7$) は一様速度 u_m 、一様周囲温度 T_∞ で流入すると仮定し、平板内の熱伝導と平板間でのふく射熱交換は考えない。

本モデルに対する二次元の基礎方程式は、速度 u, v に関する Navier-Stokes 方程式と温度 T に関するエネルギー方程式である。浮力項に現れる密度以外の物性値は一定と仮定し、Boussinesq 近似を用い、流れ関数 ψ と渦度 ω を導入すると、無次元化した基礎方程式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = -4 \frac{Gr^*}{Re^2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} \\ + \frac{2}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)$$

$$= \frac{2}{RePr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (3)$$

また、境界条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X=0, 0 \leq Y \leq 1: \Psi=Y, \Omega=0, \theta=0 \\ X=L, 0 \leq Y \leq 1: \Psi=\Psi_{ex}, \Omega=\Omega_{ex}, \theta=\theta_{ex} \\ 0 \leq X \leq L, Y=0: \Psi=0, \Omega=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -Q_{wj} \text{ (熱源)}, 0 \text{ (非熱源)} \\ 0 \leq X \leq L, Y=1: \Psi=1, \Omega=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}, \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、添字“ex”は流路出口から上流側2格子点の値からの外挿値である。また、無次元数は次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} X=\frac{x}{h}, Y=\frac{y}{h}, U=\frac{u}{u_m}, V=\frac{v}{u_m} \\ \theta=\frac{T-T_\infty}{(q_m h/\lambda)}, q_m=\sum_{j=1}^5 \frac{q_{wj}}{5} \\ \Psi=\frac{\phi}{u_m h}, \Omega=\frac{\omega}{(u_m/h)} \\ U=\frac{\partial \Psi}{\partial Y}, V=-\frac{\partial \Psi}{\partial X}, \Omega=\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial U}{\partial Y} \\ Re=\frac{u_m 2h}{\nu}, Gr^*=\frac{g \beta q_m h^4}{\lambda \nu^2}, Pr=\frac{c_p \mu}{\lambda} \\ L=\frac{l}{h}, L_i=\frac{l_i}{h}, L_o=\frac{l_o}{h}, S=\frac{s}{h}, W=\frac{w}{h} \\ Q_{wj}=\frac{q_{wj}}{q_m} (j=1 \sim 5) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2.2 基礎方程式の差分化と数値計算方法

既報¹⁰⁾と同様に、基礎方程式(1)~(3)を格子点(I, J)を中心とする面積要素に関して積分し風上差分を適用して差分化¹²⁾した。その際、平板および分散熱源近傍の速度および温度分布を精度よく計算するため、平板近傍と分散熱源上流側で格子が密になるような不均間隔メッシュを用いた。

数値計算は逐次代入法によって行い¹⁰⁾、解の収束判定として、次の条件を与えた。

$$\frac{|\Gamma_{I,J}^n - \Gamma_{I,J}^{n-1}|}{\Gamma_{I,J}^n \max} \leq 5 \times 10^{-5}$$

ここで、 n は数値計算の反復回数、 $\max$ は最大値を表し、 Γ は θ 、 Ψ あるいは Ω のいずれかで、上式の値が最大となるものである。

計算は $Re=500 \sim 2000$, $Gr^*=0.5 \times 10^6 \sim 2.0 \times 10^6$,

$Pr=0.7$, $L=11$, $L_i=L_o=S=W=1$ で行った。計算精度の目安となる流路出口でのエネルギー・バランスは、この条件下で $\pm 1\%$ 以内であった。

3. 結果と考察

3.1 速度および温度分布

Figs. 2, 3 に $Re=1000$, $Gr^*=0.5 \times 10^6$, $Pr=0.7$, $L=11$, $L_i=L_o=S=W=1$ の場合の流れ方向の速度分布と熱源がある側($Y=0$)の平板温度 θ_w の例を示す。図の(a)~(d)は総発熱量が同じで、各熱源の発熱量 Q_{wj} ($j=1 \sim 5$)の比が^s, 1:1:1:1:1, 2:1:1:1:1,

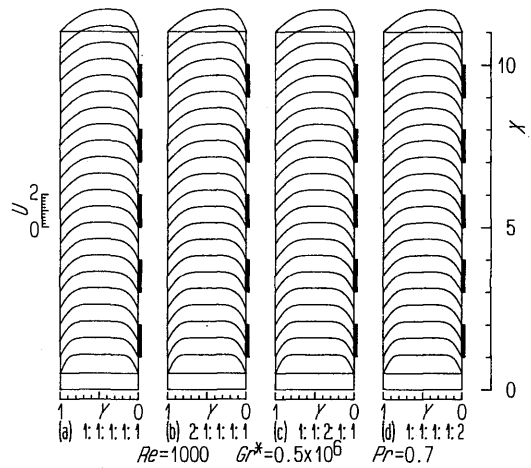


Fig. 2 Velocity distributions

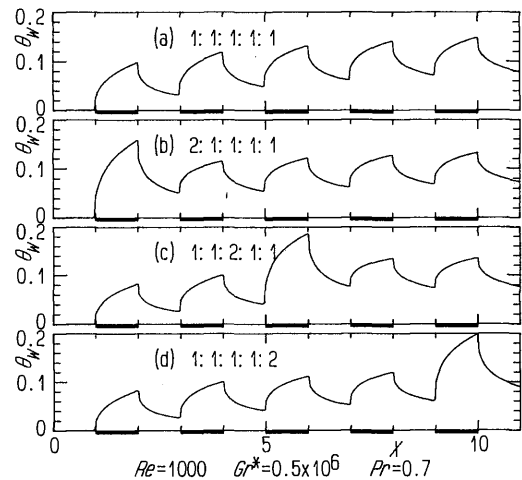


Fig. 3 Wall Temperature distributions

1:1:2:1:1, 1:1:1:1:2 の場合の結果である。

なお、熱源を“■”で示した。

総発熱量が等しい場合、速度分布におよぼす発熱条件の違いによる影響はほとんど見られない。しかし、温度分布に関してはその影響が顕著に現れる。 $X=0 \sim 5$ では(c),(d)の温度はほぼ同じであるが、(a)の場合より低い。これは、総発熱量を等しくとっているのに、 Q_{wj} ($j=1, 2$) の値が(a)では1であるのに対し、(c),(d)では0.83と小さくなるためである。

3.2 最高および最低温度

先に、各熱源の最高温度 $\theta_{wj, \max}$ は、 Q_{wj} が全て等しければ平板内での熱伝導を考慮した場合も含め、次式で表せることを示した¹¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_{wj, \max} / \theta_{wj, \max}}{Gr^{**} * 0.34 / Re^{0.26}} &= a \left[\frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j, \max} \right]^{-k} \\ 0.1 \leq \frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j, \max} \leq 2: k &= 0.34 \\ 2 \leq \frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j, \max} \leq 100: k &= 0.20 \\ Gr^{**} &= Gr^* H_{wj, \max} \end{aligned} \right\} (6)$$

ここで、 $X_{j, \max}$ は $\theta_{wj, \max}$ の位置、 $H_{wj, \max}$ はその位置でのY方向熱流束である。 a は定数で、平板内での熱伝導を無視した場合、各々の k に対し $a=0.72$ ($k=0.34$)、 $a=0.65$ ($k=0.20$) となる¹¹⁾。

本報で対象とする Q_{wj} が異なり平板内での熱伝導を無視した場合、熱源 j のY方向熱流束 H_{wj} は一様であり、 $H_{wj}=Q_{wj}=H_{wj, \max}$ である。この関係を上式のパラメータに適用し整理した結果、 Q_{wj} が変化する前の $\theta_{wj, \max}$ 、例えば Fig. 3 (a) $j=1 \sim 5$ 、(b) $j=1$ 、(c) $j=1, 2$ 、(d) $j=1 \sim 4$ の $\theta_{wj, \max}$ は、式(6)で表されることがわかった。一方、熱源 $j, j+1$ 間の非熱源部において、 Q_{wj} が変化する前の最低温度 $\theta_{wj, \min}$ とその位置 $X_{j, \min}$ の関係を整理した結果を Fig. 4 に示す。図中に示したように $\theta_{wj, \min}$ は共存対流のパラメータ $(Gr^{**}/Re^2) X_{j, \min}$ を用いて次式で表すことができる。

$$\frac{Q_{wj} / \theta_{wj, \min}}{Gr^{**} * 0.8 / Re} = \left[\frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j, \min} \right]^{-0.65} \quad (7)$$

Q_{wj} が変化した後の $\theta_{wj, \max}$ は式(7)を用いた以下の方法により、式(6)のパラメータで整理できる。

例えば Fig. 3 (c) $j=3 \sim 5$ について示すと、

- (1) $\theta_{w3, \max}$

式(7)で $\theta_{w2, \min} = \theta_{w3, \min}, Q_{w2} = Q_{w3}$,

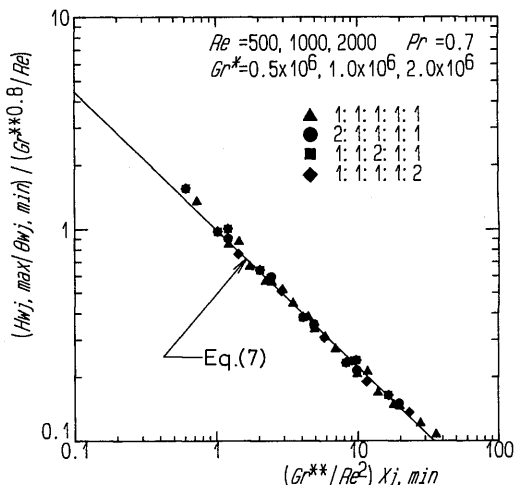


Fig. 4 Correlation of local minimum of temperatures between discrete heat sources

$Gr^{**} = Gr^* Q_{w3}$ とした場合から $X'_{2, \min}$ を求める。

式(6)のパラメータに $\theta_{w3, \max} = \theta_{w3, \max}$,

$X_{3, \max} = X'_{2, \min} + (X_{3, \max} - X_{2, \min}), H_{w3, \max} = Q_{w3}$,

$Gr^{**} = Gr^* Q_{w3}$ を代入する。

- (2) $\theta_{w4, \max}, \theta_{w5, \max}$

式(7)で $\theta_{w3, \min} = \theta_{w3, \min}, Q_{w3} = Q_{w4}$,

$Gr^{**} = Gr^* Q_{w4}$ とした場合から $X'_{3, \min}$ を求める。

式(6)のパラメータに $\theta_{wj, \max} = \theta_{wj, \max}$,

$X_{j, \max} = X'_{3, \min} + (X_{j, \max} - X_{3, \min}), H_{wj, \max} = Q_{w4}$

($= Q_{w5}$), $Gr^{**} = Gr^* Q_{w4}$ ($= Gr^* Q_{w5}$) [$j=4, 5$] を代入する。

Fig. 5 に本計算で得られた全ての $\theta_{wj, \max}$ を整理した結果を示す。全体的に式(6)と比較し若干高くなる傾向が見られるが、ほぼ満足できると考えられる。なお、ここでは簡単のため $\theta_{wj, \min}$ を一本の線で表したが、より正確に $\theta_{wj, \max}$ を整理するためには、式(6)の場合と同様に $\theta_{wj, \min}$ を二つの領域に分けて表示したほうが良い。

以上から、分散熱源の発熱量が異なる場合でも、各熱源の最高温度は式(6)、(7)を用いて予測できる。また、 Q_{wj} が変化した後の $\theta_{wj, \min}$ に関しても、上述の方法と同様に式(6)を用いて式(7)のパラメータで整理できるので、最低温度も式(6)、(7)により予測できる。

Fig. 6 に $Re=1000, Gr^*=1.0 \times 10^6, Pr=0.7, L=11, L_i=L_o=S=W=1$ の場合について、式(6)、(7)を用

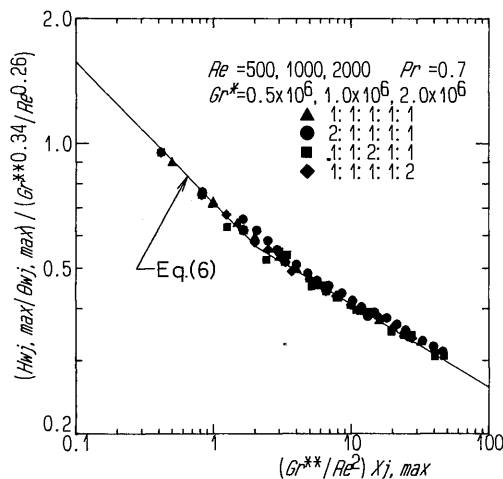


Fig. 5 Correlation of local maximum of temperatures for discrete heat sources

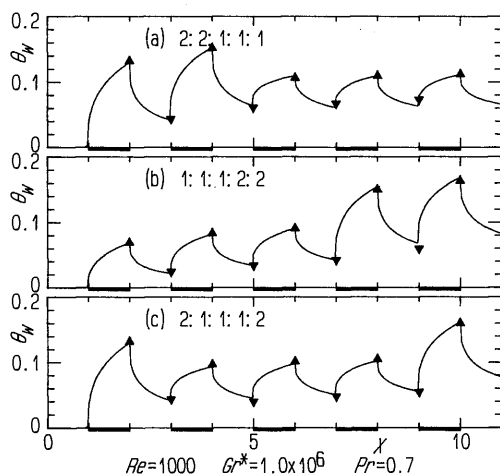


Fig. 6 Comparison of predicted maximum and minimum temperatures with numerical results

いて予測した最高 (▲), 最低 (▼) 温度と数値計算結果を比較した例を示す。ここで, Q_{wj} の比は (a) 2:2:1:1:1, (b) 1:1:1:2:2, (c) 2:1:1:1:2 である。図から, 本方法によりパッケージ群の空冷で重要となる。各熱源の最高温度の妥当な予測値が得られることがわかる。

4. 結 言

任意発熱するパッケージ群を空冷する場合の最高温

度を予測する方法を基礎的に検討するため, パッケージ群を垂直平行平板間に配列された厚みの無い熱源群で置き換えた簡単な二次元モデルを用い, 層流共存対流熱伝達に関する数値解析を行った。平板内での熱伝導を無視した場合について, 個々の熱源の発熱量が異なる条件での数値解析を行い, 以下の結論を得た。

[1] 総発熱量が等しい場合, 速度分布におよぼす発熱条件の違いによる影響はほとんど見られないが, 温度分布に関してはその影響が顕著に現れる。

[2] 熱源 $j, j+1$ 間の非熱源部において, 発熱量 Q_{wj} が変化する前の最低温度 $\theta_{wj, min}$ とその位置 $X_{j, min}$ の関係は, 式 (7) のパラメータで整理できる。さらに, Q_{wj} が変化した後の $\theta_{wj, min}$ についても, 式 (6) を用いて式 (7) のパラメータで整理できる。

[3] 式 (6), (7) を用いて $\theta_{wj, max}$ と $\theta_{wj, min}$ を予測する方法を提案した。数値計算結果との比較から, この方法によって異なる発熱量をもつ各熱源での最高温度を精度良く推定できることがわかった。

参 考 文 献

- 1) 日本機械学会編：電子機器の冷却技術, pp. 3-58, 技報堂出版, (1987)。
- 2) K. J. Kennedy and A. Zebib: Int. J. Heat Mass Transfer, **26**, 3, 471-474 (1983)。
- 3) 柳田武彦, 中山 恒, 根本武夫：日本機械学会論文集 (B編), **50**, 453, 1294-1301 (1984)。
- 4) 中山 恒, 広岡有子：第23回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 406-408 (1986)。
- 5) F. P. Incropera, J. S. Kerby, D. F. Moffatt and S. Ramadhyani: Int. J. Heat Mass Transfer, **29**, 7, 1051-1058 (1986)。
- 6) J. Davalath and Y. Bayazitoglu: Journal of Heat Transfer, **109**, 321-328 (1987)。
- 7) T. W. Nickell, R. D. Ulrich and W. Webb: ASME Winter Annual Meeting, #87-WA/EEP-1, 1-8 (1987)。
- 8) 柳田武彦：日本機械学会論文集 (B編), **54**, 503, 1730-1735 (1988)。
- 9) 山崎 進, 柳田武彦, 池川昌弘：日本機械学会第66期全国大会講演会講演概要集, 283-284 (1988)。
- 10) 富村寿夫, 藤井丕夫：九州大学生産科学研究所報告, **82**, 15-25 (1987)。
- 11) 富村寿夫, 藤井丕夫：第26回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 731-733 (1989)。
- 12) A. D. Gosman, W. M. Pun, A. K. Runchal, D. B. Spalding and M. Wolfshtein: Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, pp. 89-137, Academic Press, London (1969)。