

磁気流体乱流による荷電粒子の沿磁力線拡散：準線形理論との比較

大塚, 史子
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

羽田, 亨
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻流体環境理工学部門

<https://doi.org/10.15017/16732>

出版情報：九州大学大学院総合理工学報告. 26 (2), pp.243-252, 2004-09. Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

バージョン：

権利関係：

磁気流体乱流による荷電粒子の沿磁力線拡散： 準線形理論との比較

大塚 史子*1,† · 羽田 亨*2

(平成16年7月31日 受理)

Parallel diffusion of charged particles by MHD turbulence : Comparison with Quasi-linear theory

Fumiko OTSUKA and Tohru HADA

†E-mail of corresponding author: otsuka@esst.kyushu-u.ac.jp

We discuss parallel diffusion of charged particles by performing one-dimensional test particle simulations, using a one-dimensional, time stationary, slab model for the MHD turbulence. Parallel diffusion coefficient is evaluated numerically and its dependence to various turbulence parameters is considered, including the turbulence amplitude, the field power spectrum index γ , and an index to denote wave phase coherence in turbulence. It is known that the parallel diffusion coefficient derived within the framework of the quasi-linear theory diverges when $\gamma \geq 2$ in slab geometry, due to the lack of the waves which can resonate linearly with particles with 90° pitch angle. By introducing the concept of 'effective pitch angle', we define a modified quasi-linear parallel diffusion coefficient, which agrees well with the numerical simulation results. Implications to the observed mean free path of energetic particles in the solar wind are discussed.

Key words : *anomalous diffusion, energetic charged particle, mean free path, MHD turbulence*

1. 緒 言

宇宙線（高エネルギー荷電粒子）の伝播過程は、宇宙線の起源や加速メカニズムを知る上で、また散乱体である磁気流体波動（MHD 波動）との統計的関連付けの観点から素過程として、興味のある重要な問題である。

もし、空間的に一様で時間的に定常な磁場のみを考えると、荷電粒子は磁場に垂直方向にはローレンツ力を受け円運動を行い、磁場に平行方向には等速直線運動をし、3次元空間では磁場に沿った螺旋運動を行う。よって、磁場と粒子の初速度 \vec{v} の成す角度 α を用いると、磁力線方向の速度は $v_x = |\vec{v}| \cos \alpha$ であり、 $\alpha = 0^\circ, 180^\circ$ で磁場方向に平行、反平行な直線運動、 $\alpha = 90^\circ$ で磁場方向には移動せず、垂直方向のラーマ運動のみである。ここで、角度 α は通常粒子のピッチ角と呼ばれる。このように、初期のピッチ角 α が与えられれば、粒子の運動は決定される。以後、粒子速度の大きさ $|\vec{v}| = v$ と記す。

宇宙空間にはこの平均磁場に加え、変動成分の磁場が存在する。変動磁場は空間的な構造として、また MHD 波動として記述される。平均磁場方向に伝播する代表的

な MHD 波動は、平均磁場方向に垂直な変動成分を持つ、円偏波のアルフヴェン波である。平均磁場に沿って伝播する荷電粒子は、このアルフヴェン波の磁場成分によるローレンツ力および、電場成分による加速を受ける。変動磁場によるローレンツ力は、粒子のピッチ角を変化させる力として働き、初期のピッチ角が 90° を超えるまで変化するような時間スケール（反射時間スケール τ ）に達すると、粒子の伝播方向は逆向きになる。 90° を超えるピッチ角の散乱を繰り返し、粒子は磁力線方向に往き来することになる。

このように、変動磁場による粒子のピッチ角散乱が、粒子の磁力線方向の空間散乱を引き起こす。本稿では、この粒子の磁力線方向の散乱（沿磁力線拡散）を議論する。なお、MHD 波動の伝播速度よりも十分に大きい速度を持つ粒子を考えると、時間的に定常な磁場変動（磁場ゆらぎ）により散乱を受けるとして議論できる。その際、電場は存在しないため加速は起こらず、粒子の運動エネルギーは保存される。ここでは、このような高エネルギー粒子を仮定し、定常な磁場ゆらぎのもとで話を進める。

ピッチ角拡散過程は、粒子が変動磁場成分と線形共鳴条件を満たすような磁場ゆらぎにより散乱を受けると考

*1 大気海洋環境システム学専攻博士課程

*2 流体環境理工学部門

えることで、ピッチ角拡散係数を変動磁場のパワーと関連付けて、定量的に評価することが出来る。これは、準線形理論として知られている^{1),2)}。準線形理論では、ピッチ角が 90° を超えることはできないが、その範囲内でピッチ角が十分に散乱されるような時間スケールを考えることにより、磁力線方向の空間拡散過程はピッチ角拡散過程の結果として定量的に評価される。

一方、実際に地球近傍で観測される宇宙線の中には、フレアなどの太陽の活発な活動に伴って放出される太陽起源の宇宙線がある。太陽起源の宇宙線は、基本的に平均磁場に沿って伝播し地球近傍で観測されるが、太陽表面の X 線観測等により起源となるフレアの位置、放出時刻等を特定することが出来るため、観測される粒子の密度フラックスをフィッティングすることで、平均磁場方向の平均自由行程 λ_{\parallel} を見積もることができる^{3),4)}。平均自由行程 λ_{\parallel} は、沿磁力線方向の空間拡散係数 D_{\parallel} との間に、 $D_{\parallel} \sim \lambda_{\parallel} v$ であるような関係を満たす平均的な移動距離であり、前述の反射時間で記述すると、 $\lambda_{\parallel} \sim \tau v$ である。しかし、この粒子の密度フラックスより得られる λ_{\parallel} は、準線形理論の示唆する値より数ファクターから 1 オーダー程度大きく、また、平均自由行程のリジディティ（運動量と電荷の比）依存性が両者で異なり、現在もこれらの違いに対し議論がなされている^{5),6)}。

磁場ゆらぎモデルとして、前述したスラブモデルを用いた準線形理論では、ピッチ角 90° の粒子は線形共鳴する波動が存在しないため散乱されず、粒子はピッチ角 90° を超えることが出来ない。この散乱を受けないピッチ角 90° の粒子のために、磁場ゆらぎスペクトルのベキ指数によっては、全ピッチ角における平均自由行程が発散する。しかし、観測される平均自由行程は有限であり、 90° 近傍の、また 90° を超えるピッチ角拡散過程が、観測と理論の差異を説明する一つの重要な要素であると考えられ、問題となっている。

この観点から、準線形理論において観測と理論の差異を説明するために、磁場ゆらぎモデルとしてスラブモデル以外に、ゆらぎ構造が等方なモデルや、最近観測により示された 2 次元モデル、などを用い議論されている⁶⁾。また、ピッチ角 90° 近傍の粒子は高周波の波によって散乱されるため、高周波領域の散逸を考慮した磁場ゆらぎモデルについても議論されている^{6),7)}。さらに、MHD 波動の有限な伝播速度を考慮することによって、ピッチ角 90° の非共鳴粒子の問題を回避している²⁾。このように、準線形理論の枠組み内で、観測と理論の差異に対する議論は盛んに行われている。

ここで、準線形理論をもう一度振り返ると、粒子は線形共鳴条件を満たす波によってのみ散乱されるという仮定をしている。つまり、有限振幅の効果は考慮されていない。しかし、実際観測される磁場ゆらぎでは、平均磁場

と同程度、またはそれ以上の大きさはしばしば観測される。また、準線形理論では、ピッチ角はランダムな磁場ゆらぎのために、等方に散乱されると仮定している。しかし、最近の観測では非線形効果による孤立的な波動の存在が示唆されており⁸⁾、このような波動により散乱を受ける粒子の運動は、必ずしもランダムでないことが期待される。実際、1 次元スラブモデルによるテスト粒子を用いた数値解析によると、有限振幅の磁場ゆらぎにより簡単に 90° を超えることが示されており⁹⁾、このピッチ角拡散過程における準線形理論の破綻は、平均自由行程の評価にも影響があると考えられる。このような準線形理論により説明されない拡散過程の主な要因として、有限振幅による共鳴拡大の効果および、孤立的波形による断熱的・非断熱的ミラー反射の効果が上げられる。

よって本稿では、準線形理論以外の効果に着目するために、補正を加えないシンプルな 1 次元スラブモデルの磁場ゆらぎを用い、テスト粒子計算により沿磁力線拡散過程を議論する。磁場ゆらぎの統計量として、磁場ゆらぎの振幅、粒子速度の大きさ、磁場ゆらぎパワースペクトルのベキ指数 γ 、孤立的波形の度合いの各パラメータに対し、準線形理論の妥当性を議論する。準線形理論では前述のピッチ角 90° の非共鳴粒子のため、 $\gamma \geq 2$ では D_{\parallel} が発散してしまうが、本稿での γ 依存性に関する解析では、 D_{\parallel} は有限な値となる。準線形理論において、線形共鳴する有効なピッチ角を導入することにより、 $\gamma \geq 2$ で数値計算の結果を、ある場合には説明することができた。

また、孤立的波動による拡散過程の解析では、拡散係数が時間スケールのベキ乗となるような拡散過程が得られた。準線形理論では、拡散係数は時間に依らないという、いわゆる古典的拡散であるのに対し、この場合は、非古典的拡散過程であり、その粒子軌道はレビウォークやレビフライトとして知られ、近年さまざまな分野で活発に議論されている¹⁰⁾。非古典的拡散過程において、散乱体であるゆらぎの統計と拡散過程の統計との関連づけは、現在発展段階にある。今回の解析結果は、非古典的拡散過程を理解する上でひとつの有意義な結果である。宇宙線の拡散過程の磁場ゆらぎ統計との関連付けにより、実際の太陽起源の宇宙線観測を説明できれば、発生源を特定することの困難な銀河系起源の宇宙線の予測に役立てることができる。

2. 計算方法と準線形理論

2.1 計算方法

与えられた磁場のもと荷電粒子は運動方程式に従い、荷電粒子の運動は与えられた磁場に影響を与えないとするテスト粒子計算を行う。粒子運動は、平均磁場 x 方向の運動を議論する。与える磁場ゆらぎは、時間的に定常で、平均磁場方向に変化するスラブモデルを用いる。荷

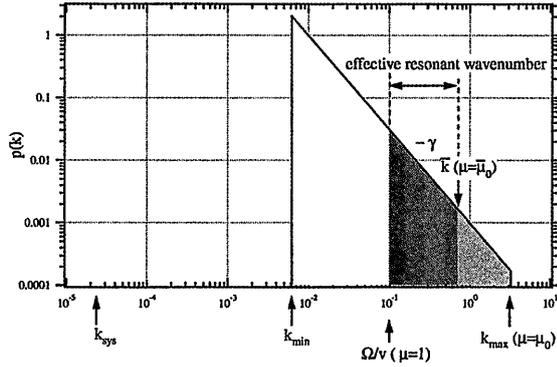


Fig. 1 Power spectrum of the given field turbulence. In this example, the power law index is $\gamma = 1.5$, total power is $\delta B^2 = 1$, and the waves have right-handed magnetic helicity. The shadowed area shows the waves which can resonate linearly with particles with pitch angle $\mu_0 \leq |\mu| \leq 1$, where $\mu_0 = \Omega/k_{max}/v$. The dark shadowed area shows effective resonant wave number defined by eq.(20), where $\bar{\mu}_0 \sim \mu_0^{1/\gamma}$. The waves with left-handed magnetic helicity are also given, using the identical power spectrum as above, besides the sign of the wave number, k .

電粒子が従う運動方程式は以下である。

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B} \quad ; \quad \dot{x} = v_x \quad (1)$$

粒子の質量 m , 素電荷 q , 光速 c である。粒子の初期位置は系内にランダムにおき、初速度は大きさ v の3次元一様等分布を与える。ここで、 x, \vec{v} は荷電粒子の位置および3成分の速度ベクトルである。磁場 \vec{B} は平均磁場 B_0 と時間的に定常な変動成分からなり、 $\vec{B} = (B_0, \delta B_y(x), \delta B_z(x))$ とする。磁場は時間的に定常なので、粒子の運動エネルギーは保存する。時間、空間は x 方向の平均磁場 B_0 で定義されたラーマ周波数 Ω およびシミュレーションのグリッドで規格化し、数値計算を行う。変動磁場成分は三角関数の重ねあわせで与え、複素数形式で記述して、

$$\delta B_y(x) + i\delta B_z(x) = \sum_k \delta B_k \exp[i(kx + \phi_k)] \quad (2)$$

とする。波数 k は、 $k > 0$ の右巻きのヘリシティ、 $k < 0$ の左巻きのヘリシティの場合を考える。また、波数の大きさの範囲はどちらも $k_{min} \leq |k| \leq k_{max}$ とする。最小波数 $k_{min} = 2\pi/L_{max}$, 最大波数 $k_{max} = 2\pi/2$, 系の大きさに対応する波数 $k_{sys} = 2\pi/L_{sys}$ である。ここで、 $L_{max} = 1024$, 系の大きさ $L_{sys} = 2^{18}$ である。フーリエ空間での磁場ゆらぎのパワースペクトルは、Fig. 1 に示すように波数のベキ乗則に従うとする。

$$p(k) = \delta B_k^2 = \alpha |k|^{-\gamma} \quad (3)$$

規格化定数 α は $\alpha = \delta B^2 / (\sum |k|^{-\gamma} \Delta k)$ であり、右巻き、左巻きのそれぞれの磁場ゆらぎの平均の大きさ $\delta B_{R,L}$ は

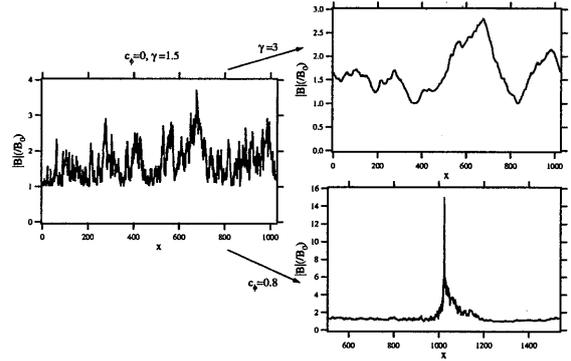


Fig. 2 Typical field magnitude profiles for $\gamma = 1.5, c_\phi = 0$ (left), $\gamma = 3, c_\phi = 0$ (right, top), and $\gamma = 1.5, c_\phi = 0.8$ (right bottom). Turbulence level used is $\delta B = 1$ for all profiles.

同じとし、 $\delta B = \delta B_{R,L}$ とする。ここで、 $\Delta k = 2\pi/L_{sys}$ である。最小波数 k_{min} が最大波数 k_{max} に比べ十分小さいならば、定数 α は次のようになる。

$$\alpha \simeq (1 - \gamma) \delta B^2 k_{max}^{\gamma-1} \quad (\gamma < 1) \quad (4a)$$

$$\alpha \simeq (\gamma - 1) \delta B^2 k_{min}^{\gamma-1} \quad (\gamma > 1) \quad (4b)$$

波数 k における位相 ϕ_k は、次のように与える¹¹⁾。

$$\phi_k = \phi_{ran} + c_\phi (\phi_{k-1} - \phi_{ran}) \quad (5)$$

ここで、 ϕ_{ran} は 0 から 2π のランダム変数であり、また、位相相関指数 c_ϕ ($0 \leq c_\phi \leq 1$) を導入することにより、波形の孤立性の度合いをパラメータ化することができる。 $c_\phi = 0$ であるときには、位相 ϕ_k は波数 k ごとに与えられるランダム変数の組である。一方、 $c_\phi = 1$ である場合は、すべての波数で同じランダム変数による位相をもつため、孤立的波形が得られる。Fig. 2 に典型的な磁場大きさの空間構造を示す。左が $c_\phi = 0$ に対し、右下が $c_\phi = 0.8$ であり、孤立的波形であることがわかる。この c_ϕ 依存性を議論するとき以外は、すべての計算において $c_\phi = 0$ とする。また、 c_ϕ 依存性を議論するときには、 $L_{sys} = 1024$ とし、10組の異なるランダム変数 (10 パターンの磁場構造) に対し数値計算を行う。なお、 c_ϕ が 1 に近づく場合、 L_{sys} の間隔の孤立波形が並び、周期境界の影響が無視できなくなり、非現実的なモデルとなる。ここでは、 $c_\phi = 1$ の議論は避け、 c_ϕ が変化するときの拡散過程の定性的傾向のみを議論する。

以上のように与えた磁場ゆらぎに対し、磁場ゆらぎの大きさ δB 、ベキ指数 γ 、粒子の速度大きさ v および位相相関指数 c_ϕ をパラメータとして、粒子運動の統計を議論する。(1) の運動方程式に従う粒子軌道を、4次精度のルンゲクッタ法を用い積分により求め、以下のように x 方向 (平均磁場方向) の空間拡散係数 $D_{||}$ を経過時間 t の

関数として評価する。

$$D_{\parallel}(t) = \frac{\langle \Delta x(t)^2 \rangle}{t} \quad (6)$$

ここで、経過時間 t 後の粒子の初期位置からのずれは $\Delta x(t)$ であり、 $\langle \rangle$ はアンサンブル平均を表す。アンサンブル平均に用いたテスト粒子数は 256 個である。

2.2 準線形理論

荷電粒子のピッチ角 α が半球 ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$ または、 $-90^\circ < \alpha < 0^\circ$) といった十分に分散乱された結果、沿磁力線方向の拡散がブラウン運動に代表されるような古典的拡散になる場合を考える。この時、式 (6) の拡散係数 $D_{\parallel}(t)$ は経過時間に依らず一定となる。準線形理論により、一定となる D_{\parallel} の評価をピッチ角拡散係数を用い行う。

今、平均磁場 x 方向のみに変化する磁場ゆらぎを与えているため、粒子の運動はラーマ半径程度の垂直方向の運動を除いて、ほぼ沿磁力線方向に制限される。また、垂直方向の円運動の旋回角については粒子の分布は等方的であると考え、旋回角について平均を取った粒子の速度分布関数 f は、 $f(t, x, \mu)$ と考える。ここで、粒子のピッチ角コサイン $\mu = \cos \alpha$ である。考えている磁場ゆらぎは定常であるので、粒子の速度大きさ v は保存され、 μ を用い x 方向の速度は $v_x = \mu v$ と書ける。この粒子の分布関数 f は以下のような発展方程式を満たす。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mu v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \mu} (D_{\mu\mu}^{QL} \frac{\partial f}{\partial \mu}) \quad (7)$$

(7) の左辺第二項は対流項、右辺は磁場ゆらぎによるピッチ角拡散項である。ピッチ角拡散係数は $D_{\mu\mu}^{QL} = \langle \Delta \mu^2 \rangle / \tau$ であり、準線形理論では以下のように記述される。

$$D_{\mu\mu}^{QL} = \frac{\pi \Omega}{4} (1 - \mu^2) \frac{|k_r| p(k_r)}{B_0^2} \quad (8)$$

ここで、線形共鳴条件より k_r は粒子が波動と共鳴できる波数であり、 $k_r = -\Omega / \mu v$ である。旋回周波数 $\Omega > 0$ で x 方向に伝播する粒子 ($\mu > 0$) は、左巻きのヘリシティーの波形と共鳴する。ピッチ角拡散係数 $D_{\mu\mu}^{QL}$ は、共鳴する波数の磁場パワー $p(k_r) |k_r|$ に比例する。今、全磁場パワーは右巻き・左巻きともに、同じ大きさ δB^2 であるため、 $D_{\mu\mu}^{QL}$ は μ に関して対称である。また、 $\mu = \pm 1, 0$ で $D_{\mu\mu}^{QL} = 0$ となる。前者はピッチ角 α とピッチ角コサイン μ の変換の際のヤコビアンに、後者は $k_r \rightarrow \infty$ となり線形共鳴する波が存在しないことに対応する。

ここで、沿磁力線方向の粒子運動を考える前にまず、ピッチ角が十分に拡散される時間スケール τ^{QL} を評価する。最大の μ の変化を $\Delta \mu \sim 1$ と考えると、このときの時間スケールが、反射時間 $\tau^{QL}(\mu) \sim 1 / D_{\mu\mu}^{QL}$ に相当する。反射時間は μ の関数であるが、平均的な反射時間を次のように定義する。

$$\tau^{QL} \equiv \frac{2}{\int_{-1}^1 D_{\mu\mu}^{QL} d\mu} = \frac{2\gamma(\gamma+2) B_0^2}{\pi \Omega} \left(\frac{v}{\Omega}\right)^{1-\gamma} \quad (9)$$

このピッチ角平均された反射時間 τ^{QL} を境に、沿磁力線方向の運動の様子が異なる。

まず、考える時間スケール $t \ll \tau^{QL}$ である場合、ピッチ角は十分に拡散しておらず沿磁力線方向には、ほぼ等速直線運動であり、粒子の移動距離は $\Delta x \sim vt$ である。一方、分布関数 f の空間変化に見られる有意な空間スケールは平均自由行程 λ^{QL} に相当し、 $\lambda^{QL} \sim v\tau^{QL}$ と考えることができる。よって今考えている時間スケールでは $\Delta x \ll \lambda^{QL}$ であるので (7) の左辺は、第一項が支配的となり、以下のようにピッチ角拡散方程式となる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mu} (D_{\mu\mu}^{QL} \frac{\partial f}{\partial \mu}) \quad (10)$$

通常の拡散方程式と異なり、ピッチ角コサインは $-1 \leq \mu \leq 1$ と境界があるので、 τ^{QL} の時間スケールまでには μ 空間でピッチ角分布は飽和し、また $\alpha = \pm 90^\circ$ ($\mu = 0$) を超えることは出来ないため、 τ^{QL} の時間スケール程度以上では式 (10) は妥当でなくなる。

ピッチ角が十分に散乱される時間スケール $t \geq \tau^{QL}$ になると、分布関数 f をピッチ角に関し平均化した分布である等方部分 $f_0(t, x)$ と、ピッチ角に依存する非等方部分 $g(t, x, \mu) = f - f_0$ とに分けて議論することができる。すなわち、 f_0 と g は次の式を満たすと定義する。

$$f_0 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f d\mu, \quad \frac{1}{2} \int_{-1}^1 g d\mu = 0 \quad (11)$$

また、大部分が等方分布である、すなわち、 $f_0 \gg g$ と仮定する。(7) 式を μ に関して平均を取ることににより、等方部分の分布関数 f_0 は、以下のような発展方程式により記述される。

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{\partial S_{\parallel}}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

ここで、 x 方向の速度フラックス S_{\parallel} は

$$S_{\parallel} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu v g d\mu = -D_{\parallel}^{QL} \frac{\partial f_0}{\partial x} \quad (13)$$

となる。ここで、今考えている時間スケールは $t \geq \tau^{QL}$ であるため、非等方部分 g は、(7) 式において、左辺第二項と右辺がつりあう定常解として求まり、また、 $f_0 \gg g$ より以下のようなものである。

$$g(t, x, \mu) = -\frac{v}{2} \frac{\partial f_0}{\partial x} \int_{-1}^{\mu} \frac{(1 - \mu'^2)}{D_{\mu'\mu'}} d\mu' \quad (14)$$

非等方分布 g を用いると、(13) 式の最後の等式のようになる。これによって、(12) 式は、等方な分布関数 f_0 の拡散方程式となる。磁力線方向の空間拡散係数 D_{\parallel}^{QL} は以下のようなものである。

$$D_{\parallel}^{QL} = \frac{v^2}{8} \int_{-1}^1 \frac{(1 - \mu^2)^2}{D_{\mu\mu}^{QL}} d\mu \quad (15)$$

(15) 式に (8) 式を代入し、磁場のパワースペクトルに (3) 式を用い、 μ に関する積分を行うと以下ようになる。

$$D_{\parallel}^{QL} = \frac{v^{3-\gamma} B_0^2}{\pi \Omega^{2-\gamma} \alpha} \frac{2+\delta}{(2-\gamma)(4-\gamma)} \quad (16)$$

磁場ゆらぎのベキ乗スペクトルの指数 γ の大きさに依存し、積分が発散するため、ここでは仮に積分範囲を $\mu_0 \leq |\mu| \leq 1$ としている。ここで $\mu_0 = \Omega/v/k_{max}$ である。このピッチ角 μ の粒子と線形共鳴する波の波数領域は Fig. 1 に示した影の部分であり、 $\Omega/v \leq |k_r| \leq k_{max}$ である。また、 $\delta = (\gamma-4)\mu_0^{2-\gamma} - (\gamma-2)\mu_0^{4-\gamma}$ である。

積分範囲の下限 μ_0 は、 v もしくは k_{max} が十分大きければ、 $\mu_0 \rightarrow 0$ となる。ここでベキ指数 $\gamma < 2$ であるならば $\delta \rightarrow 0$ となり、以下のような通常の準線形理論による沿磁力線拡散係数 D_{\parallel}^{QL} を得る。

$$D_{\parallel}^{QL} = \frac{v^{3-\gamma} B_0^2}{\pi \Omega^{2-\gamma} \alpha} \frac{2}{(2-\gamma)(4-\gamma)} \quad (\gamma < 2) \quad (17)$$

本稿では磁場ゆらぎスペクトルとして高周波を k_{max} でカットしているが、通常は $k_{max} \rightarrow \infty$ と考えてよく、その場合には全磁場ゆらぎパワーが保存するために $\gamma > 1$ となる。 $\gamma > 1$ の場合の式 (17) の近似的振る舞いを考えると、式 (4b) の比例定数 α を代入して以下のように記述される。

$$D_{\parallel}^{QL} \simeq \left(\frac{B_0}{\delta B}\right)^2 \left(\frac{\Omega}{k_{min} v}\right)^{\gamma-1} \frac{v^2}{\Omega} \quad (1 < \gamma < 2) \quad (18)$$

v^2/Ω は拡散係数のオーダーであり、それ以外に掛かっている項が磁場ゆらぎによるための効果である。沿磁力線拡散係数は磁場ゆらぎ大きさの2乗に逆比例し、また $|\mu| = 1$ の粒子が、一周旋回する間に進む距離 $l \sim v/\Omega$ と考えると、 L_{max}/l の比によって決定することがわかる。しかし、 $\gamma > 2$ ならば、 $\mu_0 \rightarrow 0$ で $\delta \sim \mu_0^{2-\gamma} \rightarrow \infty$ となり、 D_{\parallel} は発散してしまう。そこで、 μ_0 は有限とすると D_{\parallel}^{QL} は近似的に以下ようになる。

$$D_{\parallel}^{QL} \simeq \left(\frac{B_0}{\delta B}\right)^2 \left(\frac{k_{max}}{k_{min}}\right)^{\gamma-1} \frac{v}{k_{max}} \quad (\gamma > 2) \quad (19)$$

これは、ちょうど $\gamma < 2$ の場合の $v/\Omega \rightarrow 1/k_{max}$ と置き換えた形となっている。つまり、 $\gamma < 2$ の場合には、 μ 空間で平均を取った結果、 $|\mu| = 1$ の粒子が線形共鳴する波数 $k_r = \Omega/v$ の磁場ゆらぎパワーによって D_{\parallel} が決定されているのに対し、 $\gamma > 2$ になると、 μ_0 の粒子が線形共鳴する波数 $k_r = k_{max}$ の磁場ゆらぎパワーによって決定されていることを意味する。 $\gamma > 2$ では μ_0 に対応する磁場パワーがゼロに近いので、このピッチ角の粒子はほとんど散乱されず、 $k_{max} \rightarrow \infty$ で拡散係数が発散する。

しかし、今回示す我々の数値計算では、 $\gamma > 2$ のときでも、拡散係数 D_{\parallel} は有限な値を取る。今回用いた磁場ゆらぎモデルは k_{max} は有限であるので、式 (19) を数値

計算と比較すると、数値計算で得た拡散係数は式 (19) が示唆する値よりかなり小さい値となった。そこで、粒子が実際に有効に線形共鳴を起こす波の最大波数は、もつと小さい波数であると考え、次のような準線形理論の補正を考える。

有効に線形共鳴が起こっている最大の波数 \bar{k} を次のように定義する。

$$\bar{k}^{\gamma} \equiv \frac{\sum k^{\gamma} p(k) \Delta k}{\sum p(k) \Delta k} \simeq \left(\frac{k_{max} v}{\Omega}\right) \left(\frac{\Omega}{v}\right)^{\gamma} \quad (20)$$

ここで、波数に関する和は、粒子が線形共鳴する波数帯 $\Omega/v \leq k \leq k_{max}$ (Fig. 1 の影の部分) とする。この定義は、数値計算で得られた拡散係数と合うように経験的に定義した。Fig. 1 に $\gamma = 1.5, v = 10$ の場合に、式 (20) から評価された \bar{k} を示す。濃い影の部分が、ここで仮定した線形共鳴を起こす有効な波数領域であり、 γ が大きくなるほど \bar{k} は小さくなり、ピッチ角拡散係数を μ で積分する際に、 D_{\parallel} の発散を促す波数帯 (薄い影の部分) を除外することになる。 $\Omega/v \gg k_{max}$ であるならば、式 (20) の最後の近似式となる。よって、線形共鳴を起こす最小のピッチ角コサイン $\bar{\mu}_0 = \Omega/v/\bar{k} \sim (\Omega/v/k_{max})^{1/\gamma} = \mu_0^{1/\gamma}$ となり、 $\delta \sim \bar{\mu}_0^{2-\gamma} = (vk_{max}/\Omega)^{1-2/\gamma}$ となる。これより準線形理論による記述の補正された拡散係数が以下のように求まる。

$$\bar{D}_{\parallel}^{QL} \simeq \left(\frac{B_0}{\delta B}\right)^2 \left(\frac{\Omega}{k_{min} v}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{vk_{max}}{\Omega}\right)^{1-2/\gamma} \frac{v^2}{\Omega} \quad (\gamma > 2) \quad (21)$$

式 (21) の拡散係数の補正式は、式 (18) に δ が掛かった形になっており、ちょうど $\gamma = 2$ で式 (18) に帰着し整合性がある。しかし、やはり $k_{max} \rightarrow \infty$ とすると、式 (19) より緩いが拡散係数は発散する。式 (21) の係数も含めた正確な表記は、式 (16) の δ に $\bar{\mu}_0 = \Omega/v/\bar{k}$ を代入して得られる。式 (21) の拡散係数の補正式を、次に示す数値計算結果と比較する。

3. 計算結果

3.1 磁場ゆらぎの大きさ依存性

Fig. 3 にテスト粒子計算より得られた典型的な粒子位置の時間発展を示す。縦軸は粒子位置の初期位置からの変位 $\Delta x(t)$ 、横軸に経過時間 t である。粒子の速度の大きさ $v = 10$ 、磁場ゆらぎのベキ乗パワースペクトルのベキ指数 $\gamma = 1.5$ と固定し、Fig. 3(a) が磁場ゆらぎの大きさ $\delta B = 0.03$ 、(b) $\delta B = 1$ 、(c) $\delta B = 10$ とした場合である。磁場ゆらぎが $\delta B = 0.03$ と小さい場合には、粒子はほとんど直線的な運動を行い反射時間が長い。磁場ゆらぎが大きくなるに従い、粒子位置の反射時間は短くなり、平均磁場の正負方向にランダムに散乱されていることがわかる。

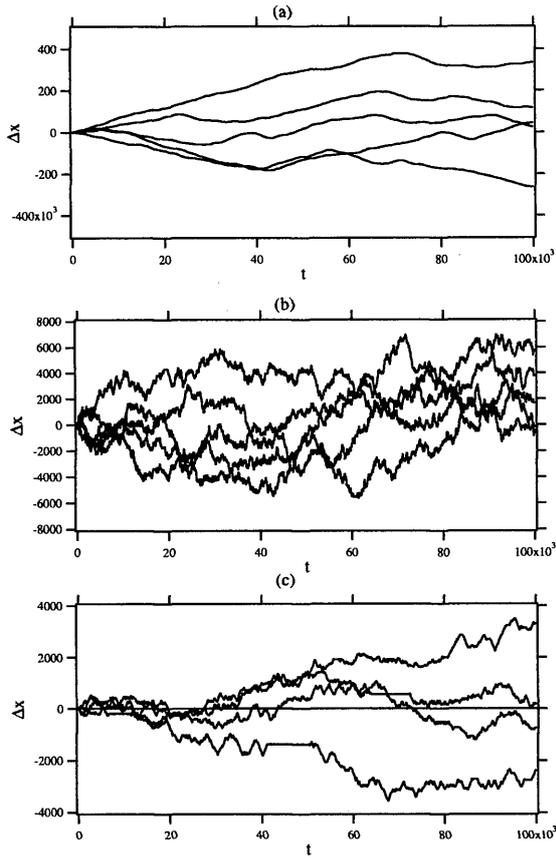


Fig. 3 Time evolution of particle position for various field turbulence amplitudes, (a) $\delta B = 0.03$, (b) $\delta B = 1$, (c) $\delta B = 10$. Other parameters used are $\gamma = 1.5$ and $\nu = 10$ for all the runs.

Fig. 4 に磁場ゆらぎの大きさを変化させた場合の、縦軸に拡散係数、横軸に経過時間を示す。拡散係数は、 $D_{\parallel} \sim t$ と $D_{\parallel} \sim const$ である時間スケールに分けられる。その境目の時間スケールが反射時間スケール τ である。Fig. 3 の粒子位置の時間発展は、 $t = 10^5$ の時間スケールで見ているため、(a) があまり拡散していないように見えるが、 $D_{\parallel} \sim const$ となるような十分な時間スケールで見ると、(b) のようなブラウン運動となることが期待される。つまり、 $D_{\parallel} \sim const$ であるので、 $\xi = \Delta x(t)/\sqrt{D_{\parallel}t}$ とスケール変換することにより、相似な軌道となる。これが古典拡散の意味するところである。

Fig. 4 に戻って、経過時間 $t < \tau$ では、粒子のピッチ角は 90° を超えることはなく、ほぼ等速直線運動を行うため、 $\Delta x(t) \sim \mu v t$ より $D_{\parallel} \sim t$ となる。Fig. 4 に示した矢印は、(9) 式で示した準線形理論より得られた反射時間スケール τ^{QL} である。磁場ゆらぎが大きい場合 ($\delta B = 3, 10$)、数値計算よりわかる反射時間 $\tau > \tau^{QL}$ であり、準線形理論が示唆する値より長くなっている。この時、 $10 < t < \tau$ の領域で $D_{\parallel}(t) \sim t^\beta$ ($0 < \beta < 1$) と

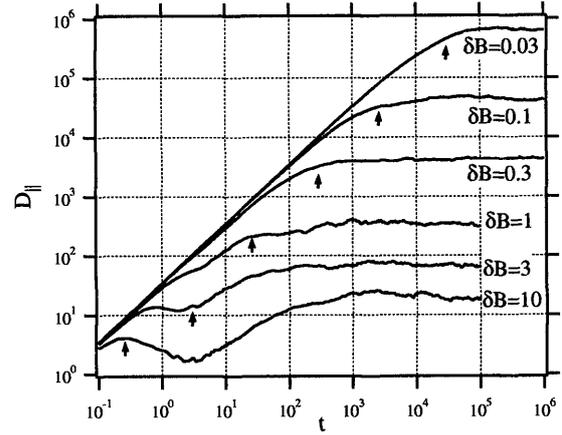


Fig. 4 Diffusion coefficient vs. time for $\gamma = 1.5, \nu = 10$. Arrows indicate the reflection time scale τ^{QL} defined by the quasi-linear theory in eq.(9).

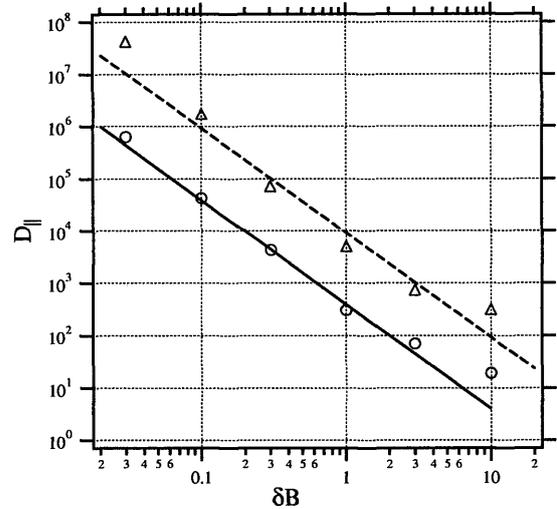


Fig. 5 Diffusion coefficient vs. turbulence level. Circles and triangles indicate the numerically obtained diffusion coefficients for $\gamma = 1.5$ and $\gamma = 3$, respectively. For all the runs $\nu = 10$ is fixed. Solid and dashed lines show the diffusion coefficient obtained from the quasi-linear theory for $\gamma = 1.5$ and $\gamma = 3$ in eq.(17) and eq.(19), respectively.

なっている。粒子軌道 Fig. 3(c) を観察すると、(b) に比べ長く同じ場所に留まって散乱を受ける時間帯 (停滞時間間隔) があれば、散乱を受けず移動する時間帯 (歩行時間間隔) もある。このような、停滞・歩行を繰り返す粒子運動はレビ歩行といわれ、 $\beta \neq 0$ となり非古典的拡散である。非古典的拡散過程はレビ統計の概念を用いて議論することが可能である。

Fig. 4 の最終時間の拡散係数を磁場ゆらぎの大きさの関数として Fig. 5 にプロットしている。○が数値計算より得られた $\gamma = 1.5$ の場合、△が数値計算より得られた $\gamma = 3$ の場合である。どちらも $\nu = 10$ である。実線は式

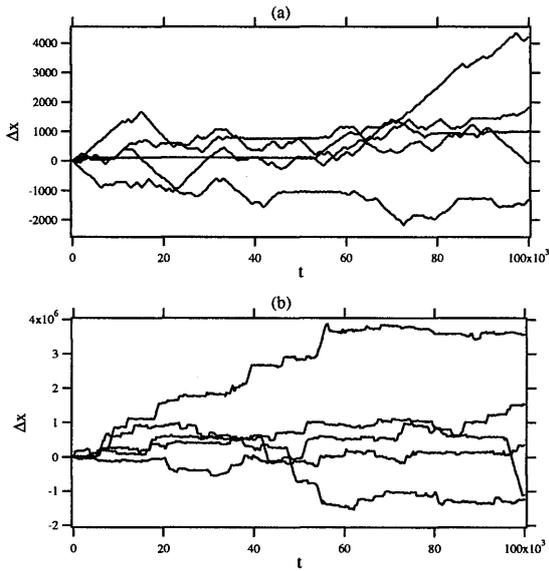


Fig. 6 Time evolution of particle position for (a) $v = 0.3$ and (b) $v = 500$. Field turbulence parameters used are $\gamma = 1.5$ and $\delta B = 1$ for both runs.

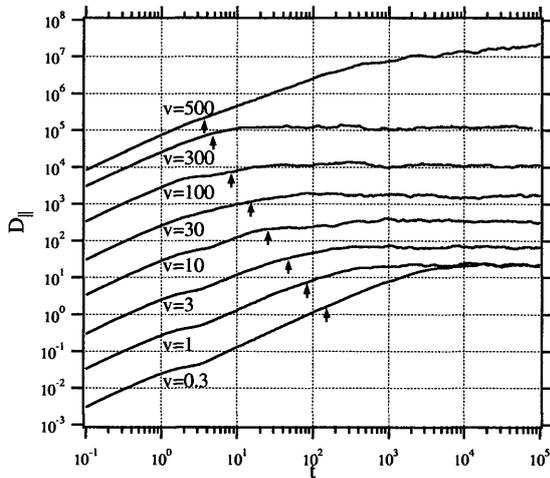


Fig. 7 Diffusion coefficient vs. time, with various v , for $\gamma = 1.5, \delta B = 1$. Arrows are the same as in Fig. 4.

(17)の準線形理論より得られた値、破線は、式(21)の補正された準線形理論より得られた、係数も含めた値である。理論式は、拡散係数は磁場ゆらぎのパワー δB^2 に逆比例しており、数値計算の結果も傾向としては、ほぼ理論値と合っている。 $\delta B = 0.1, 0.3$ はよく合っており、それより磁場ゆらぎが大きいかまたは、小さい場合には準線形理論からずれていくことがわかる。また、 $\gamma = 3$ の場合のほうがずれが大きい。

3.2 粒子の速度大きさ依存性

Fig. 6は $\delta B = 1, \gamma = 1.5$ と固定し、(a) $v = 0.3$ 、(b) $v = 500$ の粒子位置の時間発展である。Fig. 3(b)の

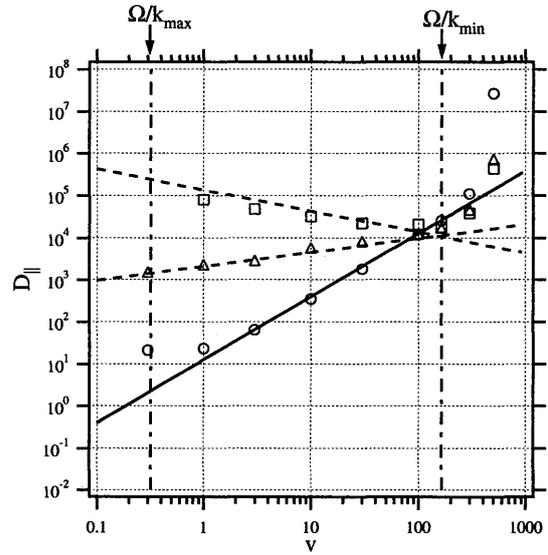


Fig. 8 Diffusion coefficient vs. particle velocity. Circles, triangles, and squares indicate the diffusion coefficients obtained numerically for $\gamma = 1.5, \gamma = 3$, and $\gamma = 4$, respectively. For all the runs $\delta B = 1$ is fixed. Solid line shows the diffusion coefficient computed by the quasi-linear theory for $\gamma = 1.5$ in eq.(17). Dashed lines show slopes of dependence on particle velocities obtained from eq.(19) for $\gamma = 3$ and 4.

$v = 10$ と比べ、どちらもあまり散乱を受けていないように見える。この場合の拡散係数を時間の関数として、Fig. 7にプロットしている。 v の大きさは図中に示す通りで、Fig. 6の軌道は、プロットした拡散係数の最小と最大の場合に対応する。最終時間 $t = 10^5$ で、 $v = 500$ を除きすべての run はほぼ $D_{||} \sim const$ となっている。図中矢印は、準線形理論による反射時間 τ^{QL} である。 $v \leq 1$ と $v = 500$ において τ^{QL} に比べ、図が示す反射時間 τ が大きいことがわかる。

これは、Fig. 8から理解される。Fig. 8の○印が、Fig. 7に対応する拡散係数と速度大きさ v に関するプロットである。実線は、この場合 ($\gamma = 1.5$) の式(17)の準線形理論による値である。 $v = 500$ では、準線形理論から数値計算による値が大きいくずれていることがわかる。 $v = 500$ の $|\mu| = 1$ のピッチ角をもつ粒子が線形共鳴する波数は、 $k_r = \Omega/500 < k_{min} \sim \Omega/163$ となっており、 $|\mu| \sim 1$ 近傍の粒子は散乱されず、この非共鳴粒子のため拡散係数 $D_{||}$ は準線形理論の示唆する値より大きくなる。粒子速度の大きさが $v = \Omega/k_{min} \sim 163$ を大きく超えるほど、 $|\mu| \sim 1$ 近傍に非共鳴粒子の割合が増える。そのため、Fig. 6(b)のように、ピッチ角 $\alpha = 0^\circ, 180^\circ$ は散乱されず、大きくジャンプするような軌道が見られる。このとき、Fig. 7の $100 < t < 10000$ で、拡散係数の時間スケールに関するべき指数 $0 < \beta < 1$ であり、超拡散であ

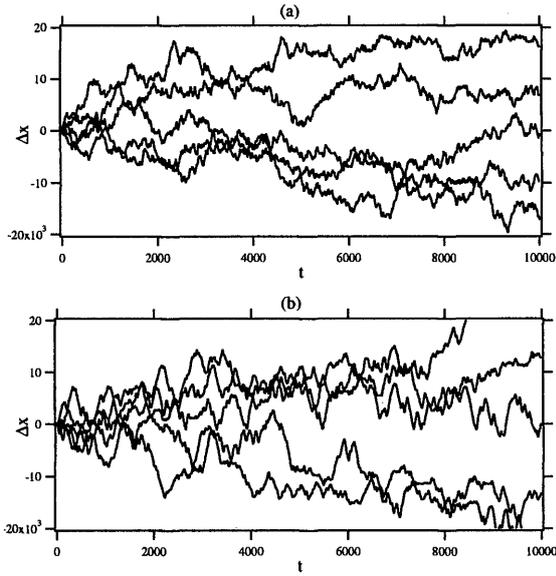


Fig. 9 Time evolution of particle position for (a) $\gamma = 1$ and (b) $\gamma = 5$, with $v = 100$, $\delta B = 1$ for both runs.

ることがわかる。

$v = 0.3$ の場合も準線形理論から数値計算により得られた拡散係数はずれている。 v が大きい場合と同様に考えると、 $v = 0.3$ の $|\mu| = 1$ のピッチ角をもつ粒子が線形共鳴する波数は、 $k_r = \Omega/0.3 > k_{max} = \pi$ であり、共鳴する波が存在しない。 $v < \Omega/k_{max}$ ですべてのピッチ角で共鳴する波がなくなる。 $\Omega/k_{max} < v \leq \Omega/k_{min}$ を満たす領域では、ほぼ準線形理論と一致していることがわかり、 v 依存性は式 (17) より、 $D_{\parallel} \sim v^{1.5}$ ($\gamma = 1.5$) である。

Fig. 8 の Δ は $\gamma = 3$ 、 \square は $\gamma = 4$ の場合である。破線はともに補正された準線形理論による値、式 (21) の速度依存性に関する傾きのみプロットし、絶対値は考慮していない。傾きは、 $\Omega/k_{max} < v < \Omega/k_{min}$ の領域で、かなりよく合っているように見える。式 (21) の v 依存性を見ると、 $D_{\parallel} \sim v^{4-\gamma-2/\gamma}$ であり、 $\gamma = 3$ のとき $D_{\parallel} \sim v^{1/3}$ 、 $\gamma = 4$ のとき $D_{\parallel} \sim v^{-1/2}$ である。

また、もう一つ注目する点は、ちょうど $v = \Omega/k_{min}$ で、異なる γ に対し、拡散係数がほぼ一致していることがわかる。これは、粒子と線形共鳴を起こす波の範囲が、ちょうど与えた磁場ゆらぎの波数帯と一致 (Fig. 1 で、影の部分) が全パワースペクトルと一致しているためである。全ピッチ角の粒子は、全磁場ゆらぎパワーを感じるため、磁場スペクトルのベキ指数 γ には依存しなくなる。

3.3 磁場ゆらぎパワースペクトルベキ指数依存性

Fig. 9 は、 $v = 100$ かつ $\delta B = 1$ であるとき、(a)(b) はそれぞれが $\gamma = 1, 5$ の場合の粒子軌道である。Fig. 2 が示すように、 γ が大きいほど、低波数の波が卓越するために滑らかで大きな磁場ゆらぎ構造となる。 $\gamma = 5$ の場

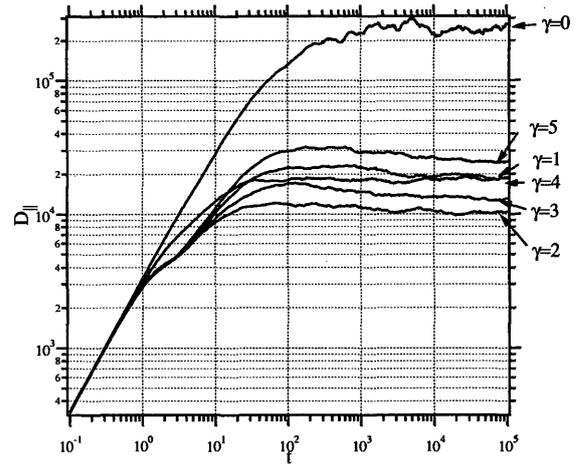


Fig. 10 Diffusion coefficient vs. time, varying γ . For all the runs, $v = 100$ and $\delta B = 1$ are fixed.

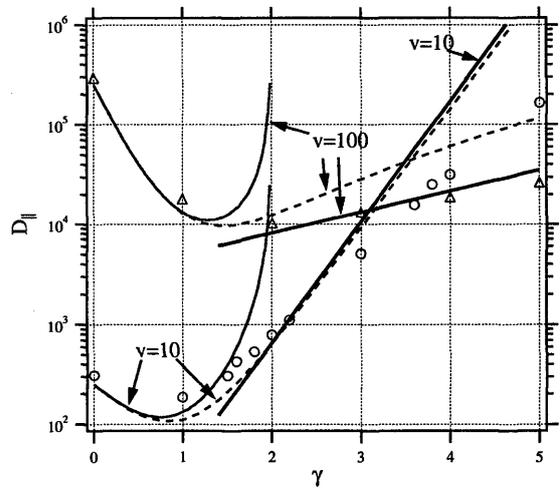


Fig. 11 Diffusion coefficient vs. field power spectrum index γ . Circles and triangles show diffusion coefficients obtained numerically for $v = 10$, $v = 100$, respectively. For all the runs, $\delta B = 1$. Solid and dashed line shows the diffusion coefficient computed by the quasi-linear theory in eq.(17) and modified quasi-linear theory in exact formula of eq.(21), respectively. Thick lines show slopes of dependence on γ obtained by eq.(17) for $v=10$ and 100.

合に粒子の軌道は $\gamma = 1$ に比べ、スケールの長い磁場ゆらぎにより散乱されるため、一回に反射される距離が大きいことがわかる。Fig. 10 に $v = 100$ かつ $\delta B = 1$ のときの拡散係数と時間の図を示す。平均的反射時間より長い時間スケールの、拡散係数 D_{\parallel} の時間依存性をよく見ると、わずかに右下がりであり、古典的拡散よりも遅い拡散を意味し、準拡散の傾向が見られる。これは、 γ が大きいと、空間的に大きく変化する磁場パルス的な磁場ゆらぎのために、粒子が捕捉されていることが考えられる。

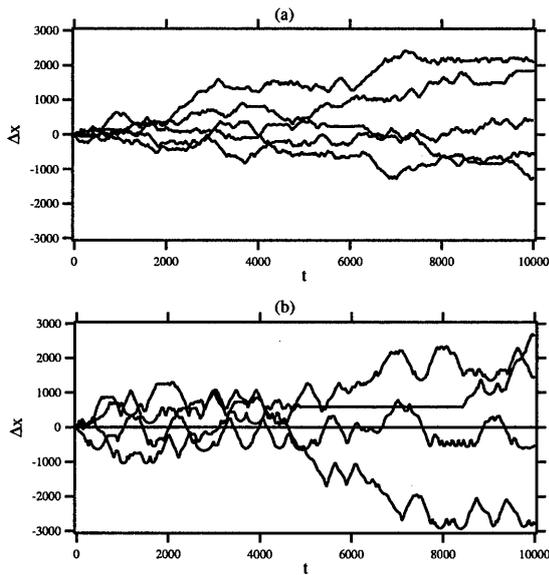


Fig. 12 Time evolution of particle position for phase coherent index (a) $c_\phi = 0$ and (b) $c_\phi = 0.8$. Other parameters used are $v = 10, \gamma = 1.5$ and $\delta B = 3$ for both runs.

また、最終時間での D_{\parallel} を γ の関数として Fig. 11 に示す。データ点は $\delta B = 1$ の場合の \circ, Δ がそれぞれ $v = 10, 100$ に対応する。実線は、通常の準線形理論による式 (17)、破線は補正された係数も含めた式 (21)、太線は通常の準線形理論の、式 (18) からわかる γ 依存性に関する傾きのみをプロットしている。まず、通常の準線形理論は $\gamma = 2$ 近傍では、全く合わないことがわかる。 $\gamma = 2$ 近傍では補正式がよく合っているが、 γ が大きくなるほど、数値計算のほうが小さい値となり、顕著にずれてくる。さらに、通常の準線形理論では、 $\gamma \geq 2$ では発散するが、 γ 依存性だけに注目すると、 $v = 100$ のときに数値計算とよく合っていることがわかる。これらの結果は、 γ が大きくなるほど、 $|\mu| = 0$ 付近の粒子によるための、拡散係数の発散は考慮する必要がないことが伺える。

3.4 磁場ゆらぎ位相相関指数依存性

最後に磁場ゆらぎの位相相関指数 c_ϕ の違いが拡散過程に与える効果を議論する。式 (5) の定義に基づき、 $\delta B = 1, 3$ のそれぞれについて $0 \leq c_\phi \leq 0.8$ と 0.2 刻みで変化させる。それ以外のパラメータは $v = 10, \gamma = 1.5$ である。 $c_\phi \rightarrow 1$ に従い、 $L_{sys} = L_{max} = 1024$ のパルスのな磁場ゆらぎ構造が卓越するため、周期境界の影響が顕著となり非現実的であることを念頭に議論する。Fig. 12 は磁場ゆらぎ $\delta B = 3$ のときの (a) $c_\phi = 0$, (b) $c_\phi = 0.8$ の場合の粒子位置の時系列である。(a) は短いスケールで散乱されているのに対し、(b) は磁場パルス間隔 L_{sys} 程度のスケールで磁場パルスによる反射が所々見られる。拡散係数を時間の関数として Fig. 13 に示す。実線は $\delta B = 1$,

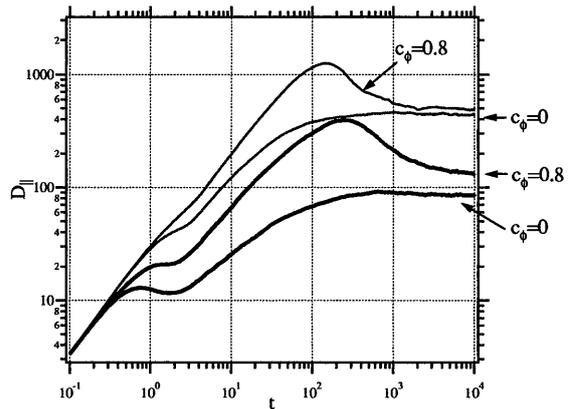


Fig. 13 Diffusion coefficient vs. time, with the phase coherence index $c_\phi = 0$ and 0.8. Other parameters used are $v = 10, \gamma = 1.5$ and $\delta B = 1$ (thin lines) or $\delta B = 3$ (thick lines), respectively.

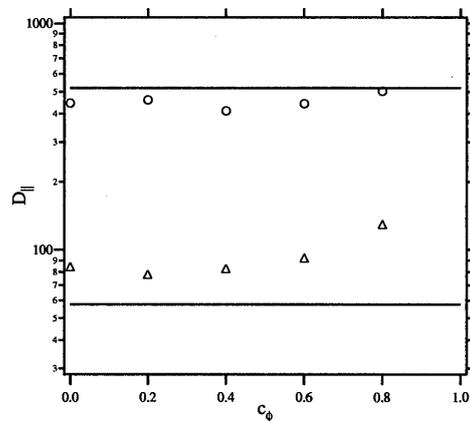


Fig. 14 Diffusion coefficient vs. the phase coherence index, c_ϕ . Circle and Triangle symbols show numerically obtained diffusion coefficients at $t = 10^4$ for turbulence levels, $\delta B = 1$, and 3, respectively. Other parameters used are $v = 10$ and $\gamma = 1.5$ for all the runs. Solid line shows diffusion coefficient computed by the quasi-linear theory in eq.(17)

太線は $\delta B = 3$ の場合であり、それぞれ $c_\phi = 0, 0.8$ についてプロットしている。

$c_\phi = 0$ では、 $\delta B = 1, 3$ ともに、反射時間後は古典的拡散 $D_{\parallel} \sim const$ であるのに対し、 $c_\phi = 0.8$ では反射時間後、 $D_{\parallel} \sim t^\beta$ ($\beta < 0$) となる時間スケールが存在し準拡散である。これは、磁場パルスによる捕捉のためであり、その後、拡散過程は古典的拡散に達する。今、磁場パルスが L_{sys} の間隔で分布している特殊な場合であるが、磁場パルス間隔はランダムに分布していると考えほうが現実的である。その場合、準拡散となる時間スケールやそのべき指数 β は、磁場パルス間隔の分布の統計に関連して異なることが期待される。

時間 $t = 10^4$ での拡散係数を位相相関指数 c_ϕ の関数として Fig. 14 に示す。データ点 \circ および \triangle はそれぞれ $\delta B = 1, 3$ である。実線は準線形理論が示唆する値である。 $c_\phi \leq 0.2$ 程度で c_ϕ の拡散係数への影響がなくなったことが伺える。 δB が大きいほど磁場パルスの効果が大きいため、 $\delta B = 3$ の場合、観測した時間スケールは古典的拡散に十分に達する前の時間スケールであり、 c_ϕ とともに拡散係数は増えている。拡散係数 $D_{\parallel} \sim t^\beta$ と時間の関数となる場合には、どの時間で拡散係数を評価するかによって結果が異なってくるため、この段階で定量的議論は難しい。ここでは、大振幅な孤立的磁場ゆらぎによって、拡散過程は非古典的となり得ることが示唆された。

4. 結 言

平均磁場方向に平行な（沿磁力線方向の）荷電粒子の運動を、1次元の時間的に定常な磁場ゆらぎモデルであるスラブモデルを用い、テスト粒子計算により議論した。沿磁力線方向の拡散係数を評価し、拡散係数の磁場ゆらぎ統計への依存性を、既存の準線形理論と比較した。議論した磁場ゆらぎ統計は、平均磁場に対する磁場ゆらぎの大きさ δB 、パワースペクトルのベキ乗指数 γ 、粒子速度の大きさ v 、孤立的波形の度合い c_ϕ である。ここで、ピッチ角が $0^\circ, 180^\circ$ である粒子の、一周旋回する間の移動距離 $l \sim v/\Omega$ とする。

今回示された拡散過程が準線形理論で説明出来ない点を以下に記す。(1) ゆらぎの大きさ $\delta B \geq 1$ 、もしくは、 $\delta B < 0.3$ である場合、数値計算による拡散係数は準線形理論の示唆する値より大きくなる。(2) l がゆらぎの最大スケール（最小スケール）を超える（下回る）とき、線形共鳴する波がないため、数値計算の値は準線形理論より大きくなる。しかし、有限の値を取る。(3) $\gamma \geq 2$ である場合、今回用いたスラブモデルにおいては準線形理論では拡散係数が発散するが、数値計算では有限な値を取った。(4) 磁場ゆらぎの波形が孤立的になると、拡散係数は時間スケールに依存し、今回は準拡散が得られた。(5) 準線形理論で説明されない場合の、粒子位置の時間発展はブラウン運動とは異なるさまざまな振る舞いが見られた。

とくに (3) については、準線形理論ではピッチ角 90° 近傍の粒子と線形共鳴する波動のパワーが小さいため、これらピッチ角 90° 近傍の粒子が拡散係数の発散を引き起こす。数値計算で得られた有限な拡散係数を説明するために、線形共鳴する有効なピッチ角を、数値計算と合うように経験的に導入し、補正された拡散係数を解析的に評価した。この補正された拡散係数は、数値的に得られた拡散係数の粒子速度依存性を、 $\gamma \geq 2$ 以上でよく説明することが確認された。この結果は、観測で得られる平均自由行程のリジディティ依存性の準線形理論との差異について、有効な議論が出来ることが期待される。し

かし、 γ 依存性に関しては、補正された拡散係数は γ が大きくなるにつれ、数値計算を過大評価し顕著にずれてきた。むしろ、既存の準線形理論による拡散係数の方が、 γ の依存性だけを見ると、 v が大きい場合には比較的よく合うことがわかった。また、補正された拡散係数はピッチ角が 90° 近傍の影響を考慮しなかっただけであり、実際には準線形効果以外の効果により考慮する必要がある。

また、(1) の δB が大きい場合や、(4) の孤立的波による効果はミラー反射の観点から議論される。単一磁場パルス中での荷電粒子の運動の議論がなされている¹²⁾ ことを踏まえ、磁場パルス間隔の空間分布をベキ乗分布とし、磁場パルスに透過、あるいは反射を繰り返すようなレビウオークモデルにより現在議論しており、詳細は他で紹介する。さらに、数値計算より得られたレビウオーク的な軌道を解析することで、今回説明されなかった準線形理論以外の効果を抽出することが可能である。

参 考 文 献

- 1) J.R. Jokipii, Propagation of cosmic rays in the solar wind, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 9, 27 (1971).
- 2) R. Schlickeiser, *Cosmic Ray Astrophysics*, A&A Library, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002.
- 3) C.K. Ng and K.Y. Wong, Solar particle propagation under the influence of pitch-angle diffusion and collimation in the interplanetary magnetic field, *Proc. 16th Int. Cosmic Ray Conf. Kyoto*, 5, 252 (1979).
- 4) G.M. Mason, C.K. Ng, B. Klecker and G. Green, Impulsive acceleration and scatter-free transport of ~ 1 MeV per nucleon ions in ^3He -rich solar particle events, *Astrophys. J.*, 339, 529 (1989).
- 5) B.T. Tsurutani, L.D. Zhang, G.L. Mason, G.S. Lakhina, T. Hada, J.K. Arballo and R.D. Zwickl, Particle transport in ^3He -rich events: wave-particle interactions and particle anisotropy measurements, *Ann. Geophysicae*, 20, 427 (2002).
- 6) J.W. Bieber, W.H. Matthaeus, and C.W. Smith, Proton and electron mean free paths: The palmer consensus revisited, *Astrophys. J.*, 420, 294 (1994).
- 7) C.W. Smith, J.W. Bieber and W.H. Matthaeus, Cosmic-ray pitch angle scattering in isotropic turbulence II. sensitive dependence on the dissipation range spectrum, *Astrophys. J.*, 363, 283 (1990).
- 8) D. Koga and T. Hada, Phase coherence of foreshock MHD waves: wavelet analysis, *Space Sci. Rev.*, 107, 495 (2003).
- 9) T. Hada, F. Otsuka, Y. Kuramitsu and B.T. Tsurutani, Pitch angle diffusion of energetic particles by large amplitude MHD waves, *Proc. 28th Int. Cosmic Ray Conf. Tsukuba*, 6, 3709 (2003).
- 10) J. Klafter, M.F. Shlesinger, G. Zumofen, Beyond Brownian Motion, *Physics Today*, Feb., 33 (1996).
- 11) Y. Kuramitsu, and T. Hada, Acceleration of charged particles by large amplitude MHD waves: effect of wave spatial correlation, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 629 (2000).
- 12) 蔵満 康浩・羽田 亨, MHD パルスと荷電粒子の非線形相互作用, 九州大学大学院総合理工学報告, 23, 1, 43 (2001).