

MHDパルスと荷電粒子の非線形相互作用

蔵満, 康浩
九州大学大気海洋環境システム学専攻

羽田, 亨
九州大学大気海洋環境システム学専攻

<https://doi.org/10.15017/16625>

出版情報 : 九州大学大学院総合理工学報告. 23 (1), pp.43-52, 2001-06. Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

バージョン :

権利関係 :

MHD パルスと荷電粒子の非線形相互作用

蔵 満 康 浩*・羽 田 亨**

(平成13年3月2日受理)

Nonlinear interaction between a charged particle and an MHD pulse

Yasuhiro KURAMITSU*, Tohru HADA**

Charged particles can be accelerated efficiently in a presence of spatially correlated magnetohydrodynamic (MHD) waves by successive mirror reflection (Fermi process). In order to construct a statistical model of this process, we study interaction between an MHD pulse and a charged particle, both numerically and analytically. When the particle velocity is small (adiabatic regime), the probability that the particle be reflected by the MHD pulse is essentially determined by the pitch angle only, and is thus independent of the velocity. On the other hand, in the non-adiabatic regime, the reflection probability is shown to be inversely proportional to the square root of the normalized velocity. We discuss our numerical as well as analytical results of the interaction process with various pulse amplitude, pulse shape, and the pulse winding number.

1. はじめに

宇宙空間のプラズマは無衝突プラズマであり、種々の輸送・散逸は、波と粒子の相互作用をとおして行われる。ここで議論するイオンの加速もその例外ではなく、プラズマ中の様々な波動、特に低周波のプラズマ中の基本波動である磁気流体 (MHD) 波動との相互作用が本質的な役割をになっている。MHD 波動による速度空間における拡散 (エネルギー拡散) や実空間での粒子の輸送、そして粒子のピッチ角拡散などについては、古くから多くの議論がなされてきており、その多くは準線形理論に基づいたものである。ここで準線形とは、波の摂動を微量としてその展開の1次までの積でプラズマの分布の発展を記述しようというもので、議論の前提として波動の振幅が小さいということが含まれている。さらに準線形理論では1次の摂動の積を計算する際、波動のモード間の相関は無いとする、ランダム場近似が用いられる。ところが実際に宇宙空間で観測される MHD 波動はしばしば大振幅であり、波動間の非線形相互作用により、空間的に相関を持つことが期待される。実際、波動の位相が揃った場合に相当する、パルス状の MHD 波動がしばしば観測される²⁾³⁾。そのような準線形理論の前提に当てはまらない波動による粒子の加速・加熱過程は興味深く、以前この研究科報告で波動が大振幅の効果と波動のモードが

空間的な相関を持つ場合の効果についてテスト粒子計算の方法を用いて議論した⁴⁾。波動が大振幅である場合、以前からの議論にもあるように⁵⁾、数値実験から得られるエネルギー拡散係数は、準線形理論から得られるものよりも大きな値となる。波動が空間的な相関を持つ場合は、粒子の散乱のメカニズムまでが準線形理論とは大きく異なり、ランダム場では粒子は共鳴散乱をくり返すことで速度空間で拡散していくのに対し、空間相関を持つ孤立波的波形の下では連続的なミラー反射により加速されていく様子が見られる。また、Kuramitsu and Hada¹⁾は、分布関数の変化は時間的に連続的に起こるのではなく、孤立波同士の衝突に際して急激な加速が起こり、同時に分布関数の高エネルギー部分に新たなピークが作られることを示した。波動が空間的に相関を持つ場合の孤立波によるフェルミ加速を、準線形的なランダム場による加速と区別してソリトン加速と呼ぶことにする。本稿ではソリトン加速の素過程として強い空間相関をもつ波動の下での荷電粒子の運動を調べた。特にソリトン加速の簡単な統計モデルを作ることを目的に、孤立波による粒子のミラー反射について議論した。

2. 数値実験

2.1 モデルと基礎方程式

ソリトン加速は、双方向に伝搬する波束によるフェルミ加速である。ここでは、それを理解するために、一つの波束による粒子が反射される素過程を調べる。

*大気海洋環境システム学専攻博士課程

**大気海洋環境システム学専攻

一般に粒子のミラー反射は粒子のラーマー運動に起因する断熱不変量 ($mv_{\perp}^2/2B$) の保存により説明される. ある磁場 (B_0) のところであるピッチ角 (α_0) の粒子が緩やかに磁場の大きな領域に進もうとすると, 上の不変量により, 粒子の磁場に垂直な速度 ($v_{\perp} = V\sin\alpha$) が大きくなる. 一方, 粒子のエネルギーは場の変化が緩やかな (断熱的なため) 保存するとすると ($V = \text{const.}$), 磁場に平行な粒子の速度成分 ($v_{\parallel} = V\cos\alpha$) は小さくならなければならない, ある大きさの磁場 (B_m) のところでゼロにより反射がおこる ($\alpha \rightarrow \pi/2$).

$$\frac{\sin^2\alpha_0}{B_0} = \frac{1}{B_m} \quad (1)$$

磁場の最大値を B_{max} とすると, $\sin^2\alpha_c = B_0/B_{max}$ より決まる α_c よりも小さいピッチ角を持つ粒子は反射されない (ロスコーン内の粒子の透過). このように, 断熱理論では粒子が反射されるかどうかは, 与えられた磁場に対し粒子のエネルギーによらずピッチ角のみで決まる. また, たくさんの粒子が等方的に分布していると仮定したときに粒子が反射される確率は式 (1) の積分により,

$$P_{ad} = \left(1 - \frac{B_0}{B_{max}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

で与えられる.

では, 波束による反射はどうであろうか? 波束と荷電粒子の衝突を考えると, 波束の幅が十分小さい場合, 粒子は波束との衝突で急激な (非断熱的な) 場の変化を感じるはずである. 実際, 簡単な波束を与え, 粒子を入射させてみると, ビーム粒子でも反射されることがある (**Fig. 1**). これは明らかに断熱理論が適用できないことを意味している. 簡単な波束を用いて粒子の軌道を数値的に求め, 波束によりどれくらいの粒子がミラー反射されるかを計算する. 一つの波束に着目し, その波束の伝搬とともに動く座標系の上で議論をする. 考えている波動は平行伝播の Alfvén 波なので, この系では誘導電場はないため, 粒子のエネルギーが保存する. 粒子の運動方程式はこの系で,

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (3)$$

と書ける. 磁場は 0 次の成分を x 方向に選び, ガウス型の波束を次式で与える.

$$\delta B = B_y(x) + iB_z(x) = A \exp \left[-\left(\frac{x}{L}\right)^2 + ikx + \theta \right] \quad (4)$$

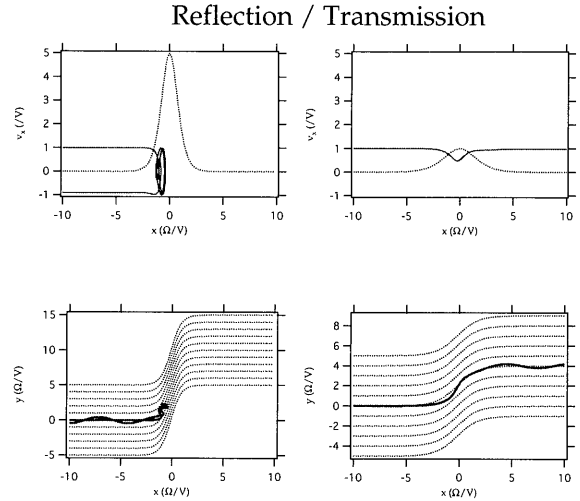


Fig. 1 Typical reflected (left) and transmitted (right) trajectories of charged particles, in the $x-v_x$ phase space (upper panels), and in $x-y$ phase space (lower panels). Dotted lines denote pulse profile and magnetic field lines, respectively.

ここで A は波の振幅, L は波束の幅, k は波動キャリアの波数, そして θ は波の位相である. 粒子のエネルギーが保存することを用いて式 (3) を, 粒子の速度の動径方向の速度 (V) と背景磁場の大きさ (B_0), そこで定義されるラーマー周波数 ($\Omega = eB_0/mc$) で規格化する. パラメータ空間は波束の振幅 $b = A/B_0$, 波束の幅 $l = L\Omega/V$, そして粒子と波動の旋回の位相差 (ϕ) と粒子のピッチ角の正弦 (μ) に選ぶ. ここで規格化された波束の幅の物理的な意味は, ミラー反射の議論の際に重要で, 粒子が波束を通過するのに必要な時間とラーマー周期の比, またはラーマー半径と波束の幅の比のスケールを表していることに注意してほしい. つまり l が大きいとは, 波束の幅が大きい, または粒子の速度が小さいことということで, その場合, 粒子はゆっくりとした場の変化を感じるはずである. またその逆の場合では, 粒子の運動は非断熱的になることが予想される. 以下にその様子をテスト粒子による数値計算の結果を見ながら議論する.

2.2 巻き数 = 0 の場合

まず, 巻き数 ($n = Lk = 0$) の場合を考える. 波束の振幅 ($b = 2$) を固定し l を変えて, 様々なピッチ角と旋回位相を持つ粒子を波束の遠方より入射させる.

Fig. 2 は, 粒子の初期ピッチ角のコサインに対し, その終値をプロットしたものである. 左上段から右下段に向かって, 波束の幅が大きい場合から小さい場合を示す (図中ではその逆数 $V/L\Omega$ が示してある). $\mu_{in} = \pm \mu_{out}$ は第一断熱不変量が完全に保存された場合に対応しており, 符号が同じなら透過を, 符号が変われば反射を意味する. 対称性により, 直線偏波で内部構造を

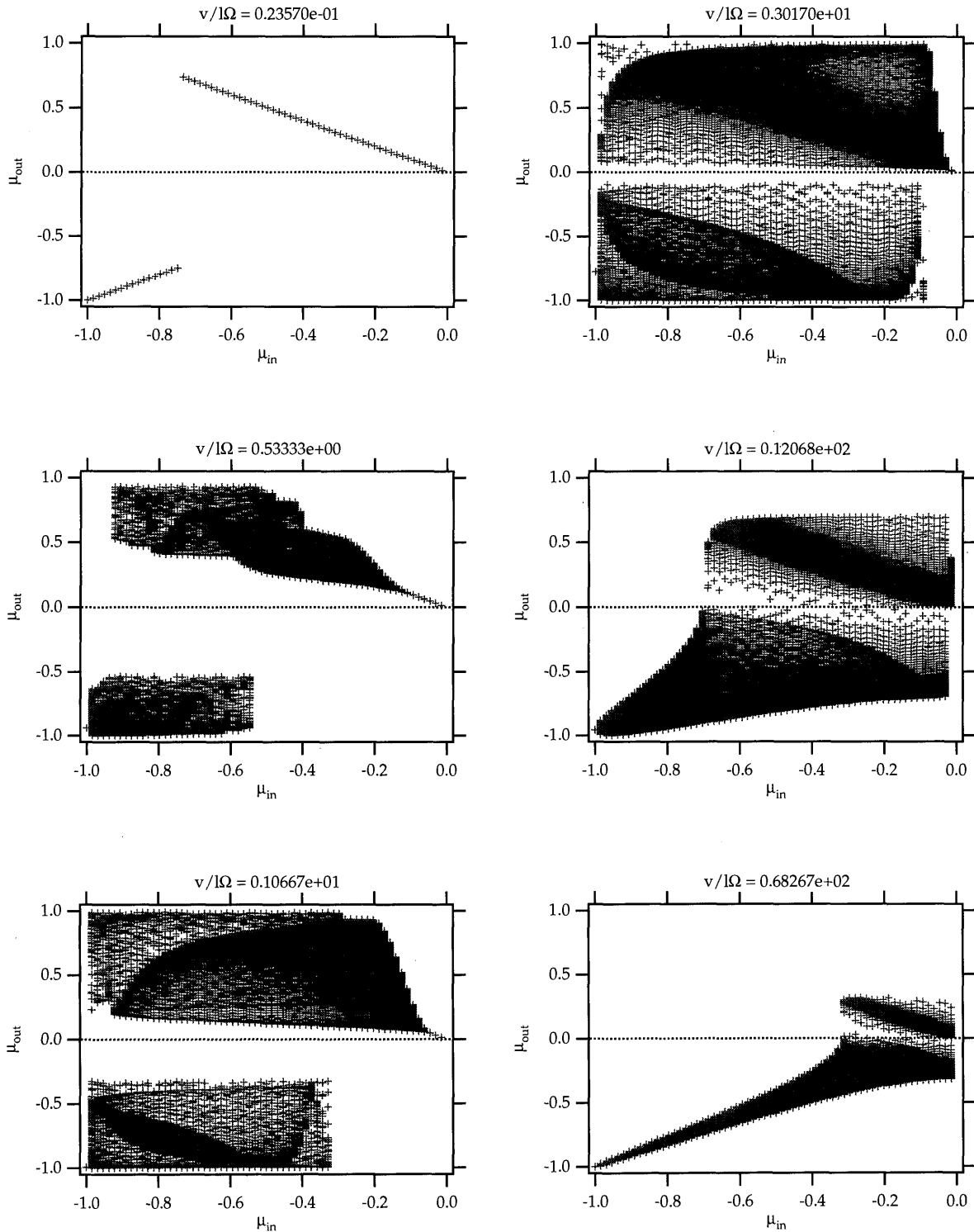


Fig. 2 Comparison between particle pitch angle cosines before and after the interaction with a Gaussian pulse with $b = 2$ and $n = 0$. Each plot corresponds to different values of the normalized particle velocity, $V/L\Omega$.

持たない (巻き数 0) 波束の場合には, x 軸のどちら側から粒子を入射させても同じである. ここでは, $x > 0$ の方向から粒子を入射させた場合について示す. $\mu_{out} = 0$ より下半面が粒子が透過する場合, 上反面が粒子が反射された場合に対応する. 左上段は l が十分に大きい, つまり粒子の速度が小さい場合に対応する.

この場合, 粒子と波束の相互作用は断熱理論でよく説明される. ロスコーン内の粒子は ψ によらず断熱的に透過し, ロスコーン外の粒子は断熱的にミラー反射されている. 波束の幅が小さくなっていくと, または粒子の速度が大きくなっていくと, 断熱不変量の破れが見られ, 粒子と波の位相差によりロスコーン内の粒

子でも反射されるものが現れると同時に、その逆の粒子も見られるようになる。右上段では断熱的な特徴を見つけるのがむずかしい。更に波束の幅（粒子の速度）を小さく（大きく）していくと、反射が起こりにくくなっていく。

Fig. 2 をもとに、粒子のピッチ角に対して反射の確率を求めたのが Fig. 3 である。図はそれぞれ対応しており、左上段は断熱的な場合で粒子の反射確率はロスコーンの外で1、ロスコーンの中で0となっている。 $V/L\Omega$ が大きくなるにつれ、確率はロスコーンの中まで伸び、さらに大きい領域では小さくなっていく。

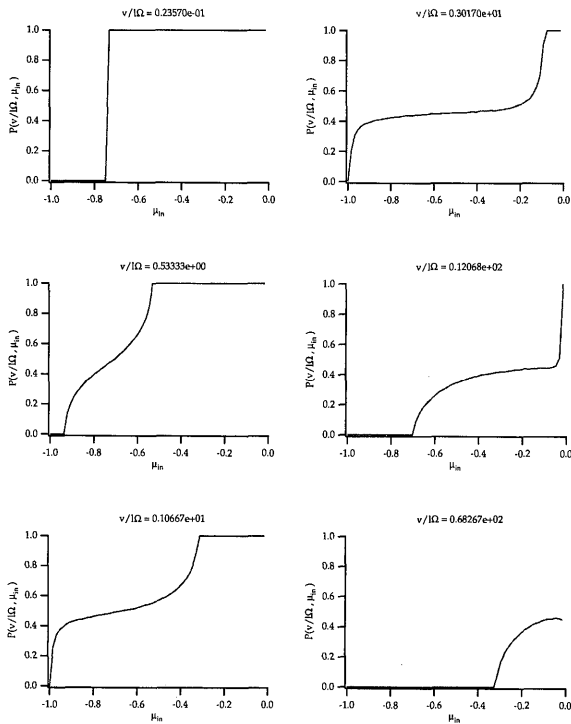


Fig. 3 Phase integrated reflection probability, $P(V/L\Omega, \mu_{in})$, calculated from Fig. 2.

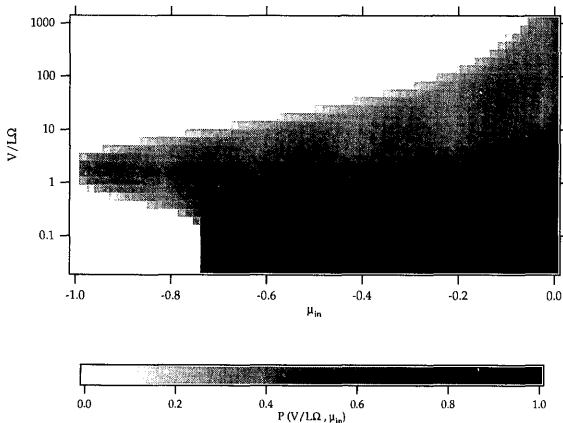


Fig. 4 Image plot of the reflection probability $P(V/L\Omega, \mu_{in})$, with the same pulse parameters as in Fig. 2.

これらを1枚のイメージにまとめたのが Fig. 4 である。縦軸は $V/L\Omega$ を対数スケールで示し、横軸はピッチ角のコサイン (μ_{in}) である。 $V/L\Omega$ が小さい領域では、粒子が反射するか透過するかは断熱理論から説明できる。 $V/L\Omega$ が大きくなるにつれ、ピッチ角に依存して反射する領域がロスコーンにまでおよび、さ

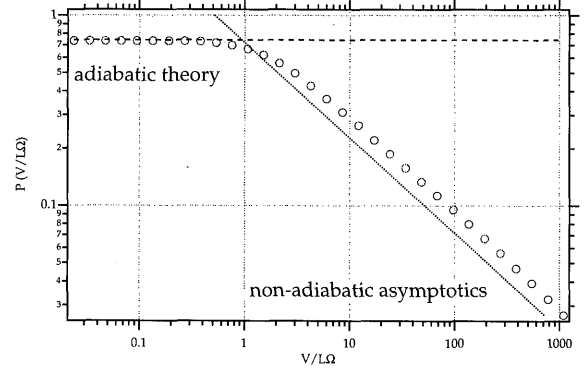


Fig. 5 Pitch-angle integrated reflection probability, $P(V/L\Omega)$, with the same pulse parameters as in Fig. 2. Values obtained from the test particle simulations are superposed in the plot as open circles. The broken line represents the adiabatic theory (2), and the dashed line denote the non-adiabatic asymptote (11).

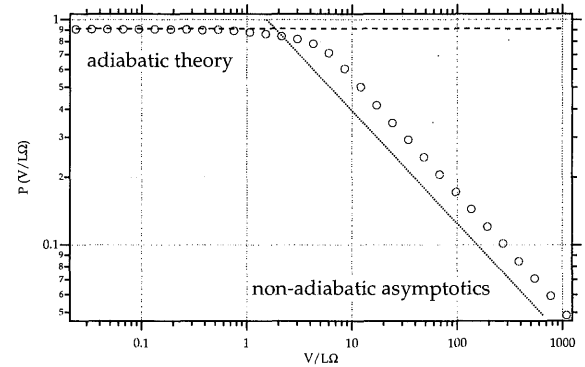
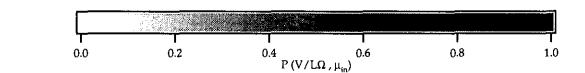
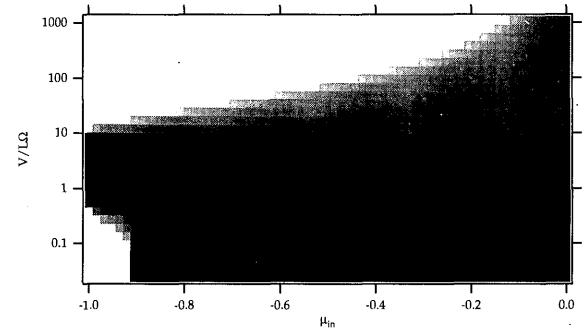


Fig. 6 Same as Fig. 4 and 5 except that the pulse amplitude is $b = 6$.

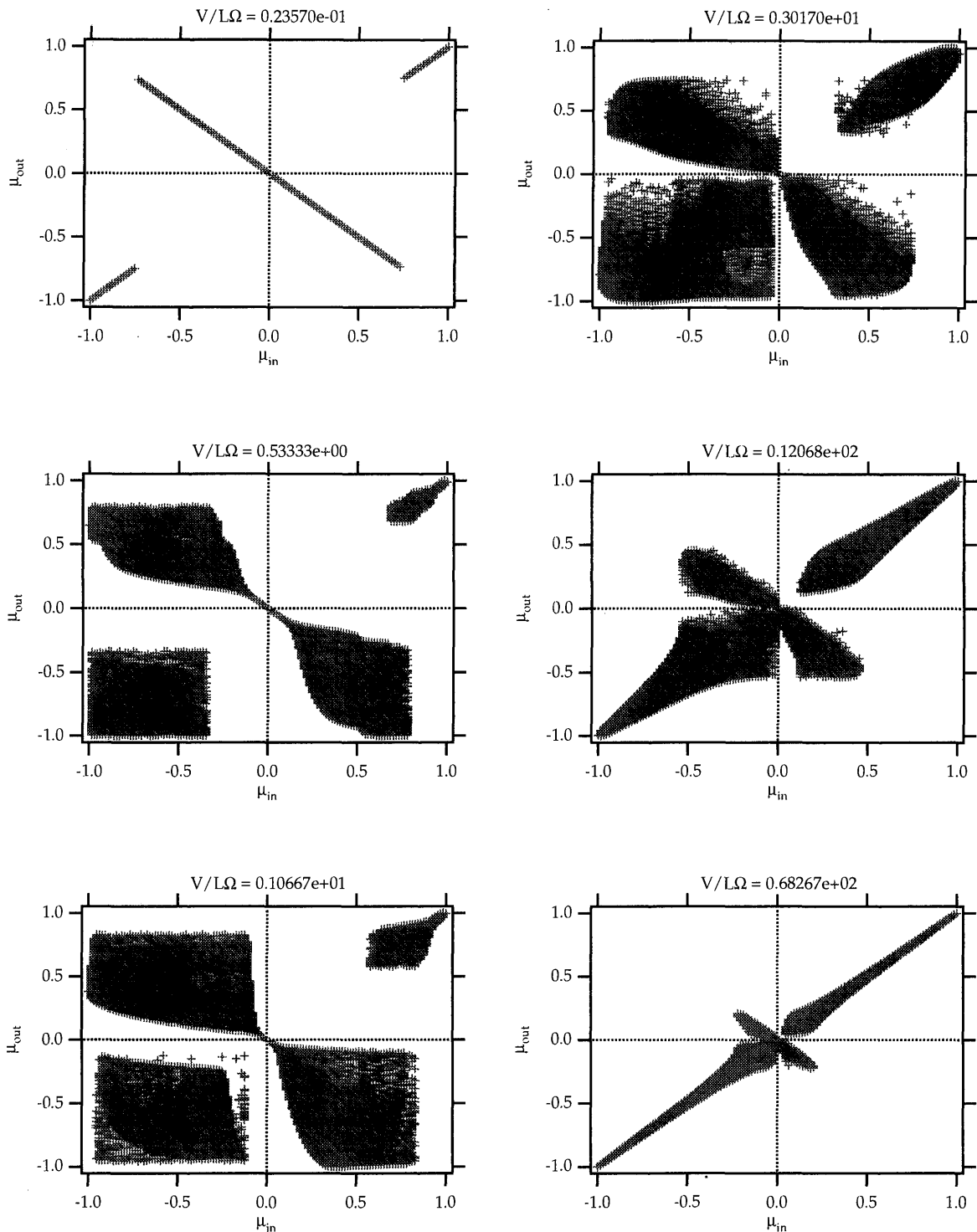


Fig. 7 Same as Fig. 2 except that the pulse winding number is $n = 2$.

らに大きい領域でビームに近い方から反射がおこりにくくなっている様子がわかる。

更に Fig. 4 を μ_{in} について積分したものが Fig. 5 である。両対数で $V/L\Omega$ に対して反射確率をプロットしている。この確率は波の系で等方な速度分布を持つプラズマの波束による反射角率に対応している。 $V/L\Omega$ が小さいところでは断熱理論から得られる反射確率とよく一致しており、 $V/L\Omega \sim 1$ のあたりから非

断熱性が現れ、さらに $V/L\Omega$ が大きくなるにつれその冪で減衰していく。冪の指数は $-1/2$ である。 $n = 0$ の直線編波についても一つ例を示す。波束の振幅が $b = 6$ の場合で、Fig. 6 上段が μ_{in} と $V/L\Omega$ に対する反射確率で、下段がその μ_{in} についての積分値である。まず Fig. 6 上段で顕著なのは、 $V/L\Omega \sim 1$ で $\mu_{in} \sim -1$ (ビーム粒子) の周辺で反射確率が非常に大きくなっていることである。これは波束の振幅が $b = 2$ の場

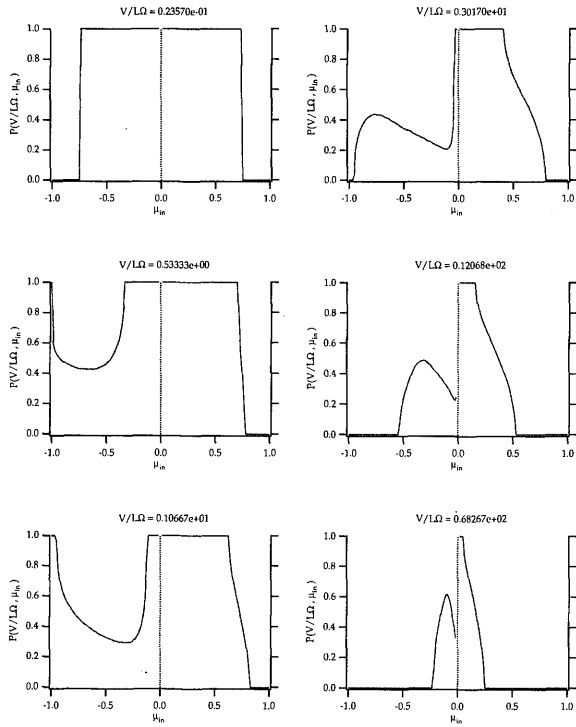


Fig. 8 Same as Fig. 3 except that the pulse winding number is $n = 2$. Initial particle pitch angle cosine ranges from $\mu = -1$ to $\mu = 1$, i.e., the plots represent particles injected from either side of the pulse.

合には見られなかった特徴であるが、そのピッチ角についての積分である下図は断熱的な部分と非断熱的な冪型の減衰が見られる。ここでも冪の指数は $-1/2$ である。

2.3 巻き数 $\neq 0$ の場合

次に巻き数が2で振幅が $b = 2$ の場合を示す。この場合粒子が $v_{\parallel} < 0$ の速度を持つものは、波動とサイクロトロン共鳴する回転のセンスであり、逆は非共鳴的である。Fig. 7~10 に Fig. 2~5 と同様のプロットを示す。Fig. 7 の左上段では粒子の波束との相互作用は、それがサイクロトロン共鳴するセンスで波束と衝突するか否かによらず、断熱理論で説明できる。ロスコーンの中の粒子は波束を透過し、外の粒子は断熱的にミラー反射される。Fig. 7 の左中央から Fig. 7 の右中央に見られるように、 V/LQ が大きくなっていくと、 $n = 0$ の波束の例に見られたように、粒子の波束による散乱は断熱理論からずれ、右と左の対称性は崩れる。特に共鳴するセンスの粒子 ($\mu_{in} < 0$) の方が断熱ライン ($\mu_{in} = \pm \mu_{out}$) からのずれが大きい。更に V/LQ が大きくなると (Fig. 7 右下段)、再び粒子の散乱は対照的になる。Fig. 7 をもとに反射確率を計算した結果が Fig. 8 である。先に見たような断熱性の破れや対称性の破れがここでも確認できる。特に共鳴的な粒子の反射確率は複雑な様相を示し、興味深い。これらの特徴は Fig. 9 において、より明確に見られ

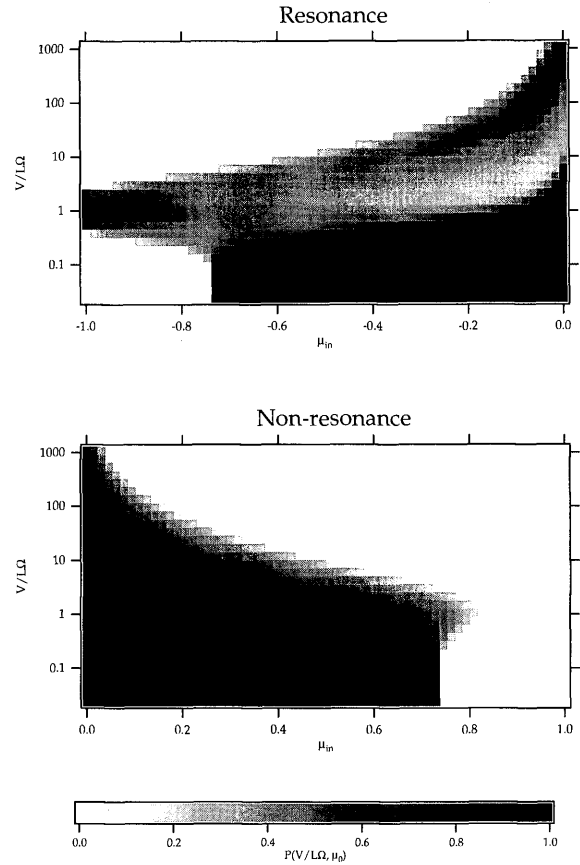


Fig. 9 Image plots of the reflection probability, $P(V/LQ, \mu_{in})$, when Gaussian pulse with $b = 2$ and $n = 2$ is used. Upper and lower panels respectively represent particles with $-1 < \mu_{in} < 0$ (i.e., particles can be cyclotron resonant with the carrier wave) and $0 < \mu_{in} < 1$ (i.e., particles cannot be cyclotron resonant with the carrier wave).

る。 $n = 0$ の場合に比べて細かい構造が見られる。特徴的なのは $n = 0$ の場合の $b = 6$ 。(Fig. 6 上図)に見られたような反射確率の上昇が、粒子と波動がサイクロトロン共鳴するセンスの場合にのみ見られるのに対し、断熱的な部分からなる反射は非共鳴的なセンスの場合の方が大きいことである。Fig. 10 はピッチ角について積分した反射確率で、上段は Fig. 9 の領域に対応しており、下図は更に V/LQ について広い範囲で計算したものである。 V/LQ が小さな領域では断熱理論に漸近しており、大きい領域では冪で減衰しており指数はここでも $-1/2$ となる。共鳴するセンスの粒子の方が先に断熱理論からずれるのは、それらが波束のより細かい構造を‘見る’ことができるからである。ここでは示さないが他の巻き数でも定性的に似た結果が示され、波動の振幅が大きな場合でも結果は同様である。更に sech^2 型の波束を用いた場合でも定性的に同じ結果が得られた。いずれの場合でもピッチ角で積分した確率の振る舞いは等しく、 V/LQ の冪で減衰し、その指数は $-1/2$ であった。

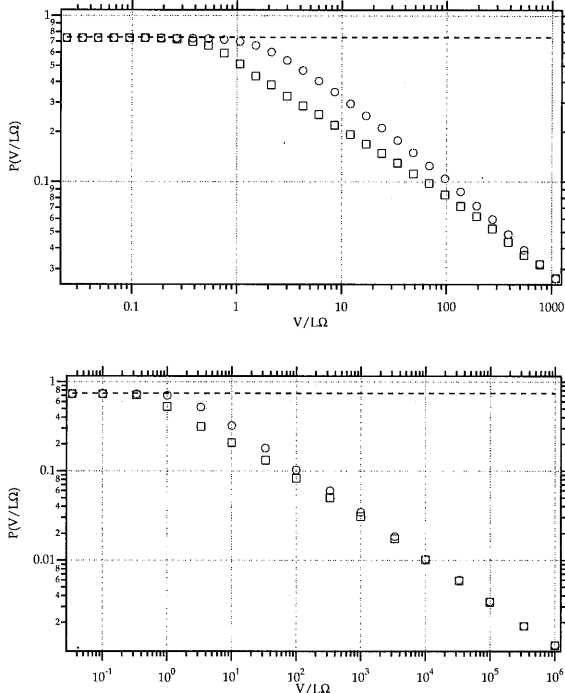


Fig. 10 The phase and pitch-angle integrated reflection probability versus the normalized particle velocity. The upper panel is the same as Fig. 5 except that $n = 2$ here. The lower panel is also the same, but the calculation is extended to $V/L\Omega = 10^6$. Open circles and open squares denote numerical simulation results with initial particles ranging within $0 < \mu_{in} < 1$ and $-1 < \mu_{in} < 0$, respectively, and the dotted line in each panel corresponds to the value expected from the adiabatic theory.

次節では、非断熱性、対称性や幕型の減衰の一般性について議論する。

3. 考 察

規格化された粒子速度が小さい場合、または波束の幅が大きい場合にミラー反射が断熱理論により説明できるのは自然な結果である。それでは非断熱的な場合はどうだろうか。線形近似の範囲で議論をしよう。粒子の軌道を0次からのずれとして展開し1次までの摂動を求める⁹⁾。変数をピッチ角の正弦 (μ)、そしてラーマー旋回と波動との位相差 (ϕ) に選ぶ (動径方向の速度 (V) は運動の定数である) と、式 (3) は規格化された変数を用いて次のように書ける。

$$\frac{d\mu}{dt} = (1 - \mu^2)^{1/2} b_w \sin \phi \quad (5a)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = k\mu + 1 - \frac{\mu}{(1 - \mu^2)^{1/2}} b_w \cos \phi \quad (5b)$$

ここで、

Constant energy surface in a wave frame

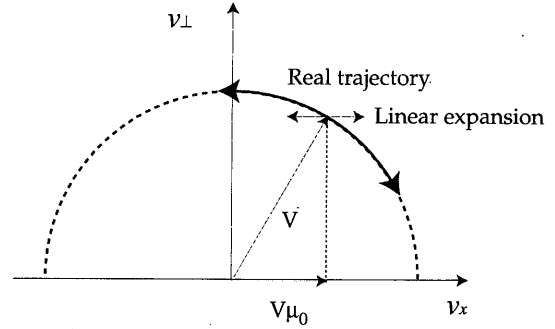


Fig. 11 Schematic figure of the particle trajectory in the phase space of parallel and perpendicular velocities.

$$b_w = b e^{-\left(\frac{x}{l}\right)^2}$$

である。摂動のない0次の軌道は、 $\mu = \mu_0$ と $\phi = (k\mu_0 + 1)t + \phi_0$ である。 $\mu = \mu_0 + \delta\mu$ として、式 (5a) を $\delta\mu$ について0次の軌道にそって積分する。

$$\delta\mu = \int_{t_1}^{t_2} dt b (1 - \mu_0^2)^{1/2} \exp \left[- \left(\frac{x_0 + \mu_0 t}{l} \right)^2 \right] \sin(k\mu_0 t + t + \phi_0) \quad (6)$$

ここで x_0 , μ_0 , そして ϕ_0 は初期条件により決まる定数である。式 (6) は誤差関数を用いて表される。

$$\delta\mu = b l \frac{(1 - \mu_0^2)^{1/2}}{\mu_0} \exp \left[- \frac{1}{4} \left(n + \frac{l}{\mu_0} \right)^2 \right] \sin \Phi \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\text{erf}(\xi(t_2)) - \text{erf}(\xi(t_1))] \quad (7)$$

$$\xi(t) = \frac{x_0 + \mu_0 t}{l} - \frac{i}{2} \left(n + \frac{l}{\mu_0} \right)$$

ここで $\Phi = \phi_0 - kx_0 - x_0/\mu_0$ であり、これらも初期条件で決まる定数である。この解の最初の部分は $(1 - \mu_0^2)^{1/2}$ の因子を持つが、これはビーム粒子 ($\mu = \pm 1$) はこの項からは何の影響も受けないことを意味している。また、上式の指数の部分は更に興味深い。指数関数の引数が0になるところは線形のサイクロトロン共鳴条件であり、プラズマ系の規格化前の量で書けば、

$$\omega - kv_{\parallel} - \Omega = 0 \quad (8)$$

である。つまり線形の共鳴条件を満たす粒子は強い散乱を受けることが分かる。この解は粒子が波束と相互作用し始める、はじめのうちの短い時間では正しいであろう (**Fig. 11**)。しかしここでは十分時間がたった後で、粒子が反射されるかどうかには焦点を絞って考え

る. $t_2 = -t_1 = \infty$ とすると, 実際の軌道からのずれは大きくなるが, 十分時間がたった後に粒子が反射のための必要条件をみただけは議論できる.

$$\mu_{out} = \mu_0 + \sqrt{\pi}bl \frac{(1 - \mu_0^2)^{1/2}}{\mu_0} \exp \left[-\frac{1}{4} \left(n + \frac{l}{\mu_0} \right)^2 \right] \sin \Phi \quad (9)$$

粒子が波束で反射されるための必要条件は $\mu_0 > 0$ (< 0) に対して $\mu_{out} < 0$ (> 0) である. ある μ_0 について様々な旋回位相 ($0 < \Phi < 2\pi$) の粒子に対して μ_{out} が符号を変える割合が反射確率 $P(V/L\Omega, \mu_0)$ を与える.

$$P(V/L\Omega, \mu_0) = \frac{2 \int_{-\pi/2}^{\Phi_c} d\Phi}{\int_0^{2\pi} d\Phi} = \frac{\Phi_c}{\pi} + \frac{1}{2} \quad (10)$$

ここで Φ_c は $\mu_{out} = 0$ となる時の Φ の値で次式で与えられる.

$$\Phi_c = -\arcsin \left(\frac{\mu_0^2}{\sqrt{\pi}bl(1 - \mu_0^2)^{1/2}} \exp \left[\frac{1}{4} \left(n + \frac{l}{\mu_0} \right)^2 \right] \right)$$

簡単な考察から Φ_c は最大で 0 であることが分かる. つまり, 線形の効果による粒子の反射確率は最大で 1/2 である. 線形理論から得られたこの確率は $\mu_0 - V/L\Omega$ 空間でプロットしたものが Fig. 12 で, 波束の振幅は全てのプロットで $b = 2$. で上段から $n = 0$ の場合, $n = 2$ の粒子と共鳴するセンス, $n = 2$ で粒子と共鳴しないセンスである. グレースケールは Fig. 4 と Fig. 9 に対応しており, それぞれ比較すると, 特に $n = 0$ の場合は, 若干値が小さめに評価される点を除いて, 確率の振る舞いをよく説明できている. 断熱的なミラー反射はエネルギーを保存させながらピッチ角を変化させなければならず, そのため式 (5a), (5b) において高次の項まで厳密に含める必要がある. $n \neq 0$ 場合は, 細かい構造をのぞき, 線形のサイクロトロン共鳴の効果による対称性の破れなど定性的な振る舞いを理解できる. 共鳴が存在する場合は式 (7) の指数が 0 に近い領域で散乱が大きく, 共鳴が存在しない場合は指数が 0 にはならず, したがって散乱は小さい. ここには示さないが, この線形理論は巻き数に対する依存性もよく説明する.

次の非断熱的な場合の冪型の減衰について, $n = 0$ の場合を考える. 粒子の速度が $L\Omega$ に比べて非常に大きい場合, つまりラーマー半径が波束の幅に比べて

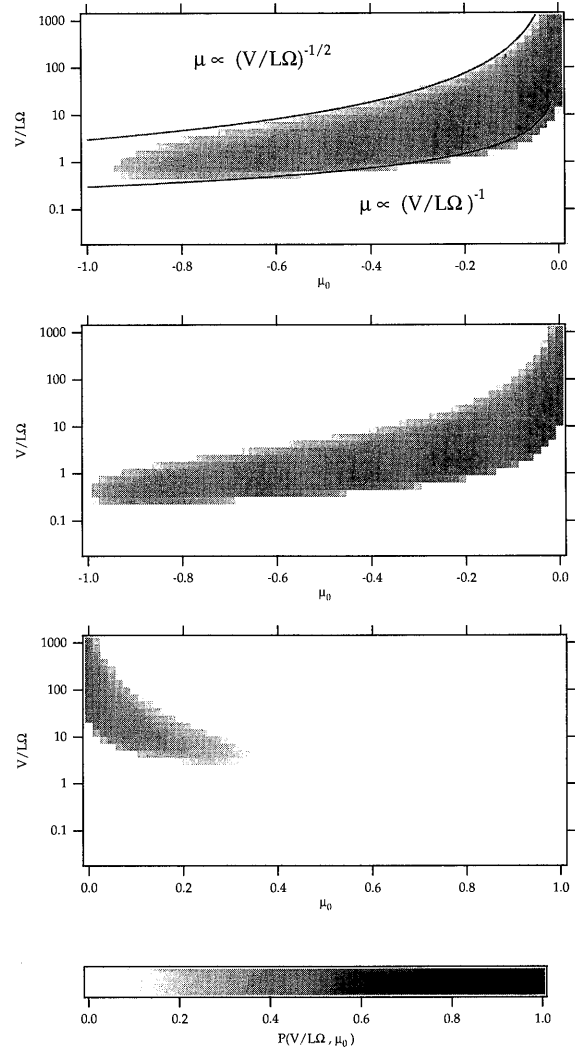


Fig. 12 Contour plots of the analytically obtained reflection probability function $P(V/L\Omega, \mu_0)$. The pulse amplitude is $b = 2$, and the pulse winding number is $n = 0$ (upper panel), $n = 2$ with resonant sense of polarity (middle panel), and $n = 2$ with non-resonant sense of polarity (bottom panel).

大きい場合 ($l \ll 1$) は, 粒子のピッチ角が 0 や π にそれほど近くない粒子だけが波束により反射される ($|\mu_0| \ll 1$). 更に粒子が波束と相互作用する時間 ($L/\mu_0 V$) はラーマー周期に対してずっと小さいとする ($|\mu_0| l \gg 1$). 粒子が波束により反射されるための必要条件は次のように書き換えられる.

$$\mu_0^2 < \sqrt{\pi}bl$$

Fig. 12 の上段に見られるように, $V/L\Omega$ が大きい方の反射確率が 0 になる境界は $\mu_0 \propto (V/L\Omega)^{-1/2}$ となっており上の議論は妥当である. 一方, $V/L\Omega$ が小さい方の境界は断熱理論との境界と考えられ $\mu_0 \propto (V/L\Omega)^{-1}$ となっている. このような非断熱的な極限

ではピッチ角で積分した反射確率は粒子の注入が $\mu_0 < 0$ に対して、

$$\begin{aligned} P(V/L\Omega) &\sim \frac{\int_{-(\sqrt{\pi}bl)^{1/2}}^0 P(V/L\Omega, \mu_0) d\mu_0}{\int_{-1}^0 d\mu_0} \\ &\sim \int_{-(\sqrt{\pi}bl)^{1/2}}^0 \left(\frac{-1}{\pi} \arcsin\left(\frac{\mu_0^2}{\sqrt{\pi}bl}\right) + \frac{1}{2} \right) d\mu_0 \\ &= 2\pi^{-2/3}(bl)^{1/2} E\left(\frac{\pi}{4}, 2\right), \quad (11) \end{aligned}$$

となる。ここで E は第二種楕円積分である。 $\mu_0 > 0$ の場合も等しい結果を得る。非断熱的な極限での漸近的な振る舞いとして $P(V/L\Omega)$ が $(V/L\Omega)^{-1/2}$ に比例することが示された。 $n=0$ の場合は $P(V/L\Omega) \sim 0.50774 \times \sqrt{b} (V/L\Omega)^{-1/2}$ であり、その値を **Fig. 5** と **Fig. 6** 下図に示す。この評価は、数値実験から得られる値よりも若干小さい。

$n \neq 0$ 場合は上の定数に $e^{-n^2/8}$ を乗じなければならぬ。ここでは示さないが、数値実験の結果から、 $n=10$ の場合は $n=0$ の場合や $n=2$ の場合に比べて反射確率は小さい値を示す。上で示した結果は定性的に正しいが、定量的には過小評価がされている。これは $\mu_0 \sim 0$ の近くでは上の近似が満たされなくなることに帰因する。つまり、非断熱的な反射が起こりにくくても、断熱的な反射の領域まで小さくなることはないからである。先に **Fig. 9** で見たように非断熱的な反射領域が小さくても、断熱的な反射はむしろ起こりやすく、ピッチ角で積分した反射確率は共鳴が可能な場合よりも大きい。共鳴効果が小さくなる n が大きい場合では断熱的な効果が大きく数値計算と理論値の差にあらわれたと考えられる。

4. 議 論

波束による粒子のミラー反射は波束の幅が大きい、または粒子の速度が小さい場合は断熱理論で説明できる。また非断熱的な場合には、線形理論により波束と粒子のサイクロトロン共鳴を考えることにより、キャリアが存在する場合の対称性の破れなども合わせて理解できた。線形理論から得られる反射確率 $P(V/L\Omega, \mu_0)$ は、数値実験により得られた反射確率の大きさをほぼ説明するが、 $\mu_0 = V/L\Omega$ 空間で粒子が反射される領域は若干小さめに見積もる結果となった。これは1次までで展開を切ることによるのか、式(7)で l_2 を ∞ に持っていくことによるものか現在検討中であるが、これら2つの理由によるのであれば、これらをとりにれた議論をするのは非常に困難な問題ではないと思われる。

一方、この線形理論ではビーム粒子(遠方で沿磁力

線の粒子)が反射されるという数値実験により得られた事実を説明することができない。特に波束の振幅が大きい場合と波束と粒子が共鳴的などに見られるビーム粒子の $V/L\Omega \sim 1$ の際の反射確率の上場について、今後理論的な説明をしていく必要がある。平行衝撃波周辺に観測される SLAMS (short large-amplitude magnetic structures) と呼ばれる強い空間相関を持つ波束は、背景磁場の数倍程度の大きな振幅を持つ⁷⁾。このような大振幅波束と粒子との相互作用を考える場合には、線形理論は不十分である。

MHD 波束による、ピッチ角で積分した粒子の反射確率が $V/L\Omega$ の冪(指数 $-1/2$) で減衰することは、高エネルギー粒子、宇宙線などの波束による加速・散乱を考える上で重要な情報を与える。相対論エネルギーの領域におけるソリトン加速については、別稿で議論する予定であるが、1つの波束と粒子の相互作用は電場の消える系、つまり波束の静止系にローレンツ変換を行うことでここでの議論と全く同等に扱うことが可能である。ここで物理量は全て波の系で定義したものであり、 Ω はローレンツ因子を含んだ実際の粒子の回転周波数である。 $V/L\Omega$ の物理的な意味も、非相対論的な場合と同じである。

また波束の幅、 $l \rightarrow 0$ の極限を考え、波束をデルタ関数として非断熱的な極限を議論することができる。デルタ関数の波に粒子を入射させ、解の接続と解の存在条件を考えることでも反射確率を求めることができる。この場合も、確率として $(V/L\Omega)^{-1/2}$ に比例する解が得られる。つまり波束による粒子の反射は非断熱的な極限で波束の形にもよらないことが予測される。実際、先にも述べたように sech^2 型の波束に対しても、指数が $-1/2$ の冪型の反射確率が得られている。

これまで波動が電磁波の場合について考えてきたが、波動が静電波の際にも同様の議論が可能である。ただしこの場合、波束の伝播方向を背景磁場の方向とすると、粒子が波束により反射されるかどうかは、波束のポテンシャルと粒子のエネルギーの背景磁場に平行な成分 $(mv_{\parallel}/2)$ の大小関係のみで決まる。簡単な考察からピッチ角で積分した反射確率は、 $v/L\Omega$ (この場合は v は定数ではない) が波束のポテンシャルに比べて大きい領域では、指数が -1 の冪になることがわかる。

ポンデラモーティブ力等の静電成分が電磁的な波束とともに存在する場合の反射確率はどうか、また同様な場合として波動が斜伝播の場合はどうか、などは今後の課題である。また、今回得られた反射確率の情報をもとに、ソリトン加速による荷電粒子加速の統計モデルを作る試みについては、また別稿で議論する。

謝 辞

本研究の一部は平成12年度日本学術振興会特別研究員奨励費の援助を受けました。ここに謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Kuramitsu, Y. and Hada, T., Acceleration of charged particles by large amplitude MHD waves: effect of wave spatial correlation, *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 629, 2000.
- 2) Schwartz, S. J. and Burgess, D., Quasi-parallel shocks: a patchwork of threedimensional structures, *Geophys. Res. Lett.*, **18**, 373, 1991.
- 3) Tsurutani, B. T., Lakhina, G. S., Neubauer, F. M., Glassmeier, K.-H., A new look at the nature of comet Halley's LF electromagnetic waves: Giotto observations, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 3129, 1997.
- 4) 蔵満, 羽田, 大振幅磁気流体波動による荷電粒子の加速と加熱, 総合理工学研究科報告, **20**, 287, 1998.
- 5) Terasawa, T., Particle scattering and acceleration in a turbulent plasma around comets, ed. B. T. Tsurutani and H. Oya, *Geophysical Monograph*, **53**, American Geophysical Union, Washington, D. C., pp. 41-49, 1989.
- 6) Akimoto, K., Theory of pulse-particle interaction in one dimension, *Phys. Plasmas*, **4**, 3101, 1997.
- 7) Schwartz, S. J., Burgess, D., Wikinson, W. P., Kessel, R. L., Dunlop, M. and Lühr, H., Observations of short large-amplitude magnet structures at a quasi-parallel shock, *J. Geophys. Res.*, **97**, 4209, 1992.