Dissipative Structure and Asymptotic Behavior for Symmetric Hyperbolic Systems

森, 直文

https://doi.org/10.15017/1654673

出版情報：九州大学, 2015, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：

（様式３）

氏　　名　：　森　直文

論 文 名　：　Dissipative Structure and Asymptotic Behavior for Symmetric Hyperbolic Systems
（対称双曲型方程式系の消散構造と漸近挙動）

区　　分　：　甲

論 文 内 容 の 要 旨

圧縮性 Navier-Stokes 方程式を含む一般の双曲・放物型保存則系や，Boltzmann 方程式の離散速度モデルを含む一般の緩和的対称双曲型方程式系の消散構造は「川島条件」とよばれる安定性条件によって完全な特徴付けが与えられていた（Shizuta-Kawashima (1985), Umeda-Kawashima-Shizuta (1984)）．しかし，近年その安定性理論が適応出来ないモデルが知られてきた．その代表的なモデルとして，梁の振動を記述する Timosenko 方程式系やプラズマ現象を記述する Euler-Maxwell 方程式系が挙げられる．これらの方程式系の持つ消散構造はこれまでの方程式系とは異なり，高周波域で極めて脆弱で，エネルギー評価の消散項部分や減衰評価において可微分性の損失が避けられず，それに伴う困難が統一的な解析手法を開発する上で課題となっている．本論文では Timoshenko 方程式系と Euler-Maxwell 方程式系に対する解の消散構造と漸近挙動の結果が最良の形で与えられ，可微分性損失型の消散構造をもつ方程式系の現状のベストな解析手法が示されている．具体的な内容は以下のとおりである：線形 Timoshenko 系に熱力学的消散効果（Fourier 型は Chapter 6，Cattaneo 型は Chapter 7）を導入した場合（力学的消散効果は一切課さない）について，空間 1 次元全空間で考察し，解のL^2ノルムの時間減衰評価を最良の減衰率で示した．手法は Fourier 空間において Lyapunov 関数を構成し，エネルギー法を用いて解の各点評価を求め，低周波域と高周波域に分けて解のL^2ノルムを評価するものである．また，その各点評価がベストであることを保証するため，固有値の低周波域と高周波域でのそれぞれの漸近展開を具体的に調べ，消散構造の特徴付けも行っている．さらに Chapter 8 では，線形 Timoshenko 系に記憶型の消散効果を導入した場合も考察し，同様に最良減衰率で解のL^2ノルムの時間減衰評価を示している．一方，非線形版の消散的 Timoshenko 系（力学的消散効果を考慮した場合）と記憶型の消散効果を導入した場合の初期値問題を空間 1 次元全空間で考察し，Sobolev 空間（Chapter 3，記憶型を導入した系は Chapter 8 ）と Besov 空間（Chapter 4, 5）それぞれの臨界空間（Sobolev 空間の場合は H^2，Besov 空間の場合は $B^{3/2}_{2,1}$ ）において時間大域解を構成し，解のL^2ノルムの時間減衰評価を最良の減衰率で示した．特筆すべき点は以下のとおりである：時間大域解が一意的に存在することの証明では，小さい初期値がそれぞれの臨界空間に属することだけを仮定しながら，エネルギー法のみで証明に成功している点である．また，最良減衰率の時間減衰評価を示す際に，時間大域解の構成に要した仮定に初期値が L^1 に属するという仮定だけしか追加していない点も重要である．ここでは，従来の解析手法に代わる新しい手法である L^p-L^q-L^r 型時間減衰評価を用いて解を評価するという手法を考案している．この時間減衰評価に対する手法は，圧縮性 Euler-Maxwell 方程式系に対しても適応でき（Chapter 2），Sobolev 空間の臨界空間である H^3 と L^1 だけ仮定して，初期値が十分小さいときに解の最良減衰率の時間減衰評価が得られることを示している．