p進ユニタリデュアルペアU(2)×U(1), U(2)×U(3)とp進四元数デュアルペアU(1)×U(1)の局所テータリフト

池松, 泰彦

https://doi.org/10.15017/1654662

（様式６－２）

氏　　　名	池松　泰彦
論　文　名	Local theta lifts for p-adic unitary dual pairs U(2)×U(1), U(2)×U(3) and a p-adic quaternionic dual pair U(1)×U(1) (p 進ユニタリデュアルペア U(2)×U(1), U(2)×U(3)と p 進四元数デュアルペア U(1)×U(1)の局所テータリフト)
論文調査委員	主査　九州大学　　　准教授　今野　拓也 副査　九州大学　　　　教授　金子　昌信 　　　九州大学　　　准教授　権　寧魯

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

背景. テータ級数を積分核とする保型形式の積分変換であるテータリフトは，アイゼンシュタイン級数と並ぶ保型形式の構成法であり，L 関数値や保型形式の周期の計算などに広く応用される．保型表現の言葉ではテータリフトは，R. Howe により，斜交群内の簡約デュアルペア（G,H）の保型表現の間のテータ対応または Howe 双対性として定式化され，その局所成分の対応として局所 Howe 対応(LHD)も定義された．局所テータ対応が実際に表現の対応を定めることは，Howe 自身や Waldspurger, それに Gan-武田により確かめられた．

整数論への応用には，この LHD の明示的な記述，殊に局所 Langlands 対応(LLC)による記述を得ることが重要である．LLC は既約表現の集合を L パケットと呼ばれる有限集合で分割し，ついで各 L パケットの内部構造を内視論という理論により記述するという構想である．局所デュアルペア(G, H)に対して，LHD が G のどの L パケット Π_G に H のどの L パケット Π_H を対応させるかについては，J. Adams が精緻な予想を与えている．さらに LHD により Π_G の各元が Π_H のどの元に対応するかは，D. Vogan による LLC の変形を用いた D. Prasad の予想がある．

現在，斜交群内の簡約デュアルペア（G,H)として現れる簡約代数群に対する LLC は J. Arthur と C.-P. Mok によりほぼ解決されているが，未だそこから Vogan の変形版が引き出されてはいない．一方で Vogan の LLC は LHD や保型形式の周期の問題と相性が良く，周期に関する局所 Gross-Prasad 予想も Vogan LLC を用いて定式化されている．

要旨. p 進体上では同型を除いて 2 つの 2 変数ユニタリ群 U(1,1), U(2)と 1 つの 3 変数ユニタリ群 U(3)がある．これらに対する LLC は Labesse-Langlands と Rogawski により確立されている．Gelbart-Rogawski-Soudry はこれを用いて，デュアルペア U(1,1)×U(3)の LHD を記述した．今回の池松君の博士論文では，彼らが決定していなかった U(2)×U(3)の場合に LHD の LLC による完全な記述を得た．その際，Fourier 展開の局所類似である Whittaker 模型により，L パケットの内部構造も LHD も計算できた Gelbart-Rogawski-Soudry の場合と異なり，コンパクトな U(2)の表現は模型を持たない点が最大の困難であった．

そこで池松君は U(2)の内視論の明示的な指標等式を用いて U(2)×U(1)の LHD を決定し，これを Gelbart-Rogawski-Soudry によるテータ二分性と，Rogawski による U(3)，今野による U(2)の保型

表現に対する局所大域原理(重複度公式)と組み合わせることで， U(2)×U(3)の LHD を引き出している．このような証明はこれまでに例がなく，興味深いものである．

なお，LHD に対する Prasad の予想は同じ Vogan LLC を用いた局所 Gross-Prasad 予想(LGPC)と深く関係しており，一昨年，Gan-市野は U(n)×U(n+1)の LHD が U(n+1)⊃U(n)の LGPC から従うことを証明した．今回の結果はこの主張の n=2 の場合の別証明を与えている．

以上の結果は、低ランクの群に対象を限っているとはいえ，Arthur, Mok による保型表現の内視論的分類を用いて LHD を記述する試みの先駆けと見ることができ，整数論の分野において価値ある業績と認められる。

よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。