

p 進ユニタリデュアルペア $U(2) \times U(1)$, $U(2) \times U(3)$ と p 進四元数デュアルペア $U(1) \times U(1)$ の局所テータリフト

池松, 泰彦

<https://doi.org/10.15017/1654662>

出版情報 : Kyushu University, 2015, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 : Fulltext available.



氏 名 : 池松 泰彦

論 文 名 : Local theta lifts for p -adic unitary dual pairs $U(2) \times U(1)$, $U(2) \times U(3)$ and a p -adic quaternionic dual pair $U(1) \times U(1)$

(p 進ユニタリデュアルペア $U(2) \times U(1)$, $U(2) \times U(3)$ と p 進四元数デュアルペア $U(1) \times U(1)$ の局所テータリフト)

区 分 : 甲

論 文 内 容 の 要 旨

この論文の目的は p 進ユニタリデュアルペア $U(2) \times U(1)$ と $U(2) \times U(3)$, さらに p 進四元数ユニタリデュアルペア $U(1) \times U(1)$ に対する局所テータリフトをエンドスコピーを用いて記述することである。これは Gelbart-Rogawski-Soudry の結果の補完である。また Gan-Ichino が行った Vogan L-packet を用いた almost equal rank のユニタリ群に対する局所テータリフトの記述における $U(2) \times U(1)$ と $U(2) \times U(3)$ の場合の別証明になる。この論文での証明は Gelbart-Rogawski-Soudry の結果と $U(2)$ の endoscopic description を用いて行われる。そしてその一つの応用として p 進四元数ユニタリデュアルペア $U(1) \times U(1)$ の局所テータリフトの記述を得る。

より詳しく述べるためまず記号について説明する。 F を標数 0 の非アルキメデス局所体とし、 E を F の二次拡大とする。 E 上 1 次元の歪エルミート形式のユニタリ群を $U(1)$ と書く。これは E のノルム写像の核である。 E 上 2 次元のエルミート形式は等距なものを除き split なものと anisotropic なものの二つに分かれる。そのときそれぞれのユニタリ群を $U(1,1)$, $U(2)$ と書くことにする。さらに E 上 3 次元の歪エルミート形式を一つ取り、そのユニタリ群を $U(3)$ と書く。

先行結果について説明する。まず Rogawski は Arthur-Selberg 跡公式を用いることによって $U(1,1)$, $U(3)$ の既約許容表現の endoscopic description を与えた。そしてその結果を用いて Gelbart-Rogawski-Soudry は $U(1,1) \times U(3)$ と $U(2) \times U(3)$ の局所テータリフトが L-packet を L-packet に送る写像であることを示した。さらに $U(3)$ の既約許容表現に対する local pairing を $U(1,1)$ と $U(2)$ への局所テータリフトの非消滅性を用いて記述できることを示した。また表現の genericity を見ることにより $U(1,1) \times U(3)$ の局所テータリフトを記述した。

本論文では残る問題として $U(2) \times U(3)$ の局所テータリフトの記述を考えたい。この問題は Gelbart-Rogawski-Soudry の結果だけでは解くことができない。なぜならば $U(2)$ の L-packet の構成はその論文の中で与えられているが、その L-packet の endoscopic description は与えられていないからである。

そこで本論文では今野-今野によって得られた $U(2)$ の endoscopic description を用いて $U(2) \times U(3)$ の局所テータリフトを記述した。この証明は考えている局所データを大域データにうまく埋め込み、さらにアルキメデス素点における $U(2) \times U(1)$ の局所テータリフトの具体的な計算を行うことによって得られる。この結果から $U(1)$ と $U(3)$ のなす Witt tower を考え、 $U(2) \times U(3)$ の Weil 表現の Jacquet module を計算することで、 $U(2) \times U(1)$ の局所テータリフトの記述も得ることができる。そしてさらに $U(2) \times U(1)$ の局所テータリフトの記述を用いて、 p 進四元数ユニタリデュアルペア $U(1) \times U(1)$ の局所

テータリフトを記述した。その証明の方針は以下の通りである。D を E を含む F の四元数体とする。そのとき D 上 1 次元のエルミート形式のユニタリ群を $U(1)'$ とする。これは D の被約ノルムの核である。そして D 上 1 次元の歪エルミート形式でそのユニタリ群が $U(1)$ となるものをとる。(この取り方は一般性を失わない。) $U(1)'$ は $U(2)$ の部分群と見なせるがこのとき $U(1)' \times U(1)$ の Weil 表現は $U(2) \times U(1)$ の Weil 表現の制限になっていることを示すことができる。このことから $U(1)' \times U(1)$ の局所テータリフトは $U(2) \times U(1)$ の局所テータリフトを制限することで得られる。従って後は $U(2) \times U(1)$ の局所テータリフトに現れる $U(2)$ の既約許容表現の $U(1)'$ への制限を計算すればよい。これは Labesse-Langlands による $U(1)'$ の endoscopic description と $U(2)$ のそれとを比較することで得られる。