

Plotless Samplingによる材積推定について

高田, 和彦
九州大学農学部

<https://doi.org/10.15017/15791>

出版情報 : 演習林集報. 3, pp.57-75, 1954-10-30. Kyushu University Forests
バージョン :
権利関係 :



Plotless Sampling による材積推定について

高 田 和 彦

Kazuhiko TAKATA: On the Volume Estimate by Plotless Sampling

目	次
I 緒 言	V 数値的結果並びに考察
II 資 料	VI Plotless Sampling と Plot Sampling との精度の比較
III Plotless Sampling による材積推定	1 胸高断面積推定
1 比 推 定 法	2 材 積 推 定
2 回 帰 推 定 法	3 本 数 推 定
III Plotless Sampling による材積推定の誤差	VII 結 言
1 比 推 定 法	参 考 文 献
2 回 帰 推 定 法	Résumé

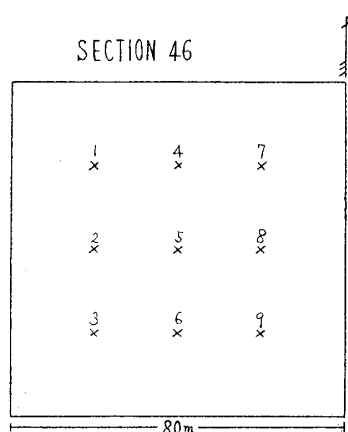
I 緒 言

近時森林調査を、より科学的になさんがために推計学に基づく標本抽出法の森林への応用は目覚しく、米国においてはすでに実用に、また我国においても種々の研究がなされ、日と共に実地への応用が盛んになりつつある現状にある。しかし、これまでの標本抽出法は所謂 **area sampling** であり、森林を碁盤の目のように格子状に区切り、その一つの枠を抽出単位として種々の抽出法が検討され、より有効な方法が実用に供されて来たのであるが、この種の方法の欠点としては、実地に標本抽出法を応用するに当り、この枠の設定に割合に時間をとり、特に地形急峻な箇所ではそれが著しく、これがために我国のような地形急峻な林分では標本抽出法の理論的妥当性は認めながらもその実地への応用の困難性のために、(と標本抽出法に反対する者は主張するが筆者としてはこの意見に賛成し難い。しかしともかくここでは一応そのままとり入れて) 標本抽出法の森林調査への応用が妨げられていることはいなめない事実であろう。しかるに、ここに全然別個の立場から、標本抽出法の欠点とされて来た枠の設定なしに、しかも標本抽出法の理論にかなった方法、すなわち **Plotless Sampling** なる方法が独乙の **Bitterlich** 氏により 1948 年に考案され、欧州においては広く一般化されて来た。米国においては、1952 年 **L. G. Grosenbaugh** 氏により紹介されたのみで今まで見逃されて来た状態にある。一方我国においては 1952 年九大木梨助教授により紹介され、早くも同年秋 熊本営林局管内の経営案検討には計画課小林四郎技官始め数人の主査の方々が使用し始め、又 1954 年には前橋営林局においても森林蓄積調査に用いるべく実験中であるとのことである。このように **Plotless Sampling** は **Plot Sampling** に比してその歴史は未だ浅いが、その簡便性のために林業への応用は今後共大いに期待されるものがある。

Plotless Sampling の本来の推定は、単位面積当りの胸高断面積合計、及びその附随的なものとして単位面積における直径階別胸高断面積、及び本数である。しかし我々の慾するものは以上のものよりも単位面積当りの材積であることが一般には普通である。幸い林木においては胸高断面積と材積との間には高度の正の相関があるので、単位面積当りの胸高断面積が判明すれば、これより単位面積当りの材積の推定は可能であり、材積推定法としては L. G. Grosenbaugh 氏、林野庁甲斐原氏、熊本営林局小林氏等により、またその誤差は小林氏等によりすでに発表されている。しかし Plotless Sampling の基礎的研究としては、更に詳細な検討も必要と思われるので以下 2, 3 のべ、併せて Plotless Sampling と Plot Sampling の精度についても比較検討したい。

II 資 料

木梨助教授設定の白鹿岳標本調査試験地（鹿児島県贈味郡 財部町大字南股字轟木藪谷、都城営林署所管都城経営区 63 林班は小班）の Section 46 (80 m × 80 m) の樹木位置図を用い、Plotless Sampling の point は第 1 図に示すように 9 個の点を組織的に抽出した。



第 1 図

又 Section 46 内にはスギの外マツ、広葉樹が混交しているが、一応全部スギと見なした。Plotless Sampling による材積、及びその誤差推定のための資料としては、取り扱いを簡易化するために、上述の樹木位置図における樹木の D.B.H. を 10 cm 落したものを用い、Plotless Sampling による抽出は樹木の胸高断面形を円と仮定し、例えば樹木の胸高直径の 50 倍の同心円を画き、この同心円が Sampling Point を含むものを Basal Area Factor 4 の Plotless Sampling により把握された樹木であると見なし、抽出した。抽出木の材積は、抽出木と同一直径階に属する樹木を、白鹿岳標本調査試験地全域にわたり先に任意抽出した 191 本の樹幹析解木中より選び、この材積をもつて代

用した。この場合において、D.B.H. を 10 cm 落したために、実際の林分の直径分布と非常に異なり、従つて推定の分散が可成り大となつたが、ここでは一応模型的に取り扱つたものとして考えて頂きたい。Plotless Sampling と Plot Sampling の精度の比較については、樹木位置図に示されたままの直径を用いた。この場合における抽出木の材積は、抽出本数が多くなり、191 本の樹幹析解木よりその材積を拾うことが出来なかつたため、191 本の樹幹析解木により調整された材積表の材積を用いた。以上のように、この資料はこの論文のために調査したものでなく、既存の資料を用いたもので、厳密さを欠くが、Plotless Sampling による材積推定法間の相互関係には用いて差支えなく、また Plotless Sampling と Plot Sampling との精度の比較については、実用上からみてこの資料は有効と考えられる。

Ⅲ Plotless Sampling による材積推定

前述のように、林木の胸高断面積と材積との間には非常に高度の正の相関関係が見られる故、胸高断面積と材積との結び付けは合理的である。

この結び付けとしては、我々は比推定法と回帰推定法の2つを知っている。故にこの2つの推定法の立場から論議を進める。

1 比推定法

比推定法とは、回帰推定法の特別な場合、すなわち回帰直線が原点を通る場合であると考えられる。すなわち今母集団の ha 当り推定材積、及び推定胸高断面積をそれぞれ V , G とし、抽出された樹木の材積及び胸高断面積をそれぞれ v , g とすると、 V は

$$V = \frac{S(wvg)}{S(wg^2)} G \quad (1)$$

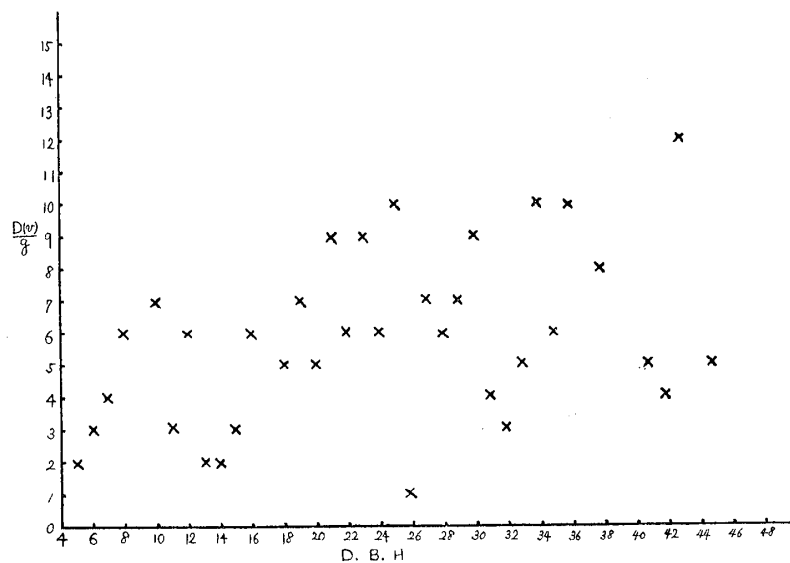
で表わされる。ここで w は weight で σ_v^2 を一定の g に対する v の分散とすると

$$w = \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2}$$

である。この σ_v^2 については、白鹿岳標本調査試験地のスギの樹幹析解木について、各直径階毎に計算してみると、 g が大になるにつれて σ_v^2 は大になり、その関係は第2図に示すように σ_v/g はほぼ一定になる。この関係を確かめるために、直径を x 軸に、 σ_v/g を y 軸にとり回帰係数 b を求めると、

$$b = 0.0448$$

となり、その標準偏差は、



第 2 図

$$D(b) = 0.0283$$

となる。故に $b = 0.0448$ と $b = 0$ との有意差検定を行うと、

$$t = \frac{0.0448}{0.0283} = 1.58 < 1.96$$

となり、 b は 0 と 5% の危険率で有意差は認められない。つまり σ_v/g は各直径階（又は各断面積階）に対して一様分布をしているわけである。そこで

$$\sigma_v^2 = g^2 k$$

とおくと

$$w = \frac{\sigma^2}{k g^2}$$

となる。しかるに σ^2 , k は constant である故、 w は $1/g^2$ に正比例、すなわち g^2 に逆比例することになる。この条件を (1) 式に代入すると (1) 式は、

$$\begin{aligned} V &= \frac{S\left(\frac{1}{g^2} g v\right)}{S\left(\frac{1}{g^2} g^2\right)} G \\ &= \frac{S\left(\frac{v}{g}\right)}{n} G \\ &= \left(\frac{v}{g}\right) G \end{aligned}$$

となる。すなわち標本における (v/g) の平均値に ha 当りの胸高断面積合計を乗ずれば、ha 当りの材積推定値が得られるわけである。但し (2) 式による推定方法においては、標本は任意抽出にて抽出された標本であることを前提としている。しかるに L. G. Grosenbaugh 氏は、(2) 式形式の推定法を用いるにあたって標本を任意抽出によらず Plotless Sampling で把握された樹木をもつて代用している。この方法によると、把握された樹木の平均は林分の平均より大なる方に偏つたものが得られる。すなわち今 Plotless Sampling により把握された樹木の平均断面積は、

$$\frac{\sum \frac{\pi}{4} D_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{\pi}{4} \frac{\sum D_i^2 n_i}{\sum n_i}$$

である。これに対し、単位面積当りの直径別本数より計算された樹木の平均断面積は、 B を Basal Area Factor を Sampling Point 数で割つた商とすると、

$$\frac{\sum \frac{\pi}{4} D_i^2 \times \frac{n \times B}{\frac{\pi}{4} D_i^2}}{\sum \frac{n_i \times B}{\frac{\pi}{4} D_i^2}} = \frac{B \sum n_i}{\sum B \frac{n_i}{\frac{\pi}{4} D_i^2}} = \frac{\pi}{4} \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{D_i^2}}$$

となる。ここで、

$$\frac{\sum D_i^2 n_i}{\sum n_i} \geq \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{D_i^2}}$$

なるにより、Plotless Sampling で把握された樹木の平均断面積は林分の平均断面積より大である（か、または等しい）。任意抽出法による平均断面積は、林分の平均断面積の不偏推定値であるので、したがって Plotless Sampling で把握された樹木の平均断面積は、任意抽出した樹木の平均断面積より大である。また v/g の関係を確認するために、 v と g の回帰直線を計算すると、後述のようにこの資料では、

$$v = -0.0289 + 8.0130 g$$

となり、 g が大になるにつれて $\overline{(v/g)}$ は大になる。故に L. G. Grosenbaugh 氏の方法による $\overline{(v/g)}$ は、林分の真の $\overline{(v/g)}$ より大なる値になる故厳密ではない。これを避けるためには、標本木の抽出は at random になされねばならない。しかし Plotless Sampling と併行して標本を at random に選ぶことは繁雑となり、野外測定上好ましくない。出来るならば、Plotless Sampling で把握した樹木を使用したいものである。このためには、Plotless Sampling で把握された樹木に断面積の逆数、即ち $1/g$ の weight を附せばよい。便宜上この方法を修正法と名付け、L. G. Grosenbaugh 氏の方法の如く、weight を付けない方法を未修正法と名付けると、修正法においては (2) 式は、

$$V = \frac{S\left(\frac{v}{g^2}\right)}{S\left(\frac{1}{g}\right)} G \quad (3)$$

となる。

比推定形式を用いる時は、前述のように g に基く v の回帰直線は、原点を通るという確証がなければならぬ。もしも回帰直線が原点を通らぬ時は、(2) または (3) 式形式による推定値には bias を生ずることになる。この資料については、

$$v = -0.0289 + 8.0130 g$$

であり、0.0289 の標準偏差は 0.0032 であるので、これは明らかに 0 と 1% の危険率で有意差がある。すなわちこのような場合には、比推定形式による推定は、理論的には厳密でない故、次にのべる回帰推定法によるべきである。

2. 回 帰 推 定 法

回帰推定法にて推定する場合も一種の二重抽出法になる。（ここで一種の二重抽出法とのべたのは、本来の二重抽出法では大標本と小標本では、抽出個数が異なり、すなわち前者の方が大で後者が小さいが、ここでは大標本と小標本の区別は個数とは無関係で、大標本は Plotless Sampling により推定される ha 当りの断面積合計またはそれより得られる平均断面積によるものであり、小標本は任意抽出によつて得られるか、Plotless Sampling により把握されたそのままのもの、すなわち未修正法によつて得られたもの、または修正法によつて得られたものである。）すなわち、今、小標本より得られた回帰式を、

$$v' = a + b g \quad (4)$$

とし、この g に大標本より得られた平均断面積、すなわち Plotless Sampling により見出される stand table から計算された $\bar{g}$ を代入し大標本の平均材積を導く。またこの林分の ha 当りの本数は、stand table より直ちに見出されるが、これはまた $G/\bar{g}$ に等しい。故に ha 当りの推定材積は、

$$\begin{aligned} V &= (a + b \bar{g}) \frac{G}{\bar{g}} \\ &= \left(\frac{a}{\bar{g}} + b \right) G \\ &= a \frac{G}{\bar{g}} + b G \end{aligned}$$

となる。ここで (4) 式、

$$v' = a + b g$$

の計算であるが、普通の回帰式は x 軸には誤差があつてはならないし、また y 軸における分散はすべての x 軸に対して等しくなくてはならない、という条件の上にたつている。第一の条件は認容されるとしても、第二の条件はこれをこのまま受け入れることは出来ない。すなわち比推定の項でのべたように、 $\sigma_v^2 = g^2 k$ となる故に、weight としては比推定の場合と同様に $1/g^2$ をとらねばならぬ。また以上の論議は、 x 軸、すなわち g に対しては同一の重み、すなわち単一の測定回数と見なすことが出来るときは有効であるが、Plotless Sampling で得られたものは g の大なるもの程それによつて代表される母集団は少くなる故、さらに $1/g$ の weight を用いなければならない。(4) 式における a, b は一般には、それぞれ次式で与えられる。すなわち、

$$a = \frac{S[wv] - \frac{\{S[wvg] - \frac{S[wg]S[wv]}{S[w]}\} S[wg]}{S[wg^2] - \frac{(S[wg])^2}{S[w]}}}{S[w]} \quad (6)$$

$$b = \frac{S[wvg] - \frac{S[wg]S[wv]}{S[w]}}{S[wg^2] - \frac{(S[wg])^2}{S[w]}} \quad (7)$$

である。(6) 式及び (7) 式において、もしも小標本が Plotless Sampling とは別に任意抽出されたか、または厳密ではないが未修正法を用いる時には、 $w = 1/g^2$ となり、修正法を用いる時には $w = 1/g^3$ となる。

IV Plotless Sampling による材積推定の誤差

Plotless Sampling による各種推定法の精度及びそれらの間の比較検討等をなすために Plotless Sampling による材積推定式の分散を導いておく。

1. 比推定法

(2) 式における $\overline{(v/g)}$, 及び (3) 式における $S(v/g^2)/S(1/g)$ を便宜上 $\bar{r}$ で表わすと, (2) 式及び (3) 式の分散は,

$$V(V) = G^2 V(\bar{r}) + \bar{r}^2 V(G) \quad (8)$$

となる. ここで $V(G)$ は,

$$V(G) = [\text{Basal Area Factor}]^2 \times \frac{S(n^2) - \frac{1}{m}[S(n)]^2}{m(m-1)} \quad (9)$$

であり, m は Sampling Point 数, n は各 Point において数えられた樹木本数である. $V(\bar{r})$ は (2) 式及び (3) 式によりそれぞれ異ってくる. すなわち,

(a) 任意抽出法による場合または未修正法の場合

$$V(r) = \left\{ S\left[\left(\frac{v}{g}\right)^2\right] - \frac{1}{n} \left[S\left(\frac{v}{g}\right) \right]^2 \right\} \times \frac{1}{n(n-1)} \quad (10)$$

(b) 修正法の場合

$$V(r) = \left\{ S\left[\frac{v^2}{g^3}\right] - \frac{\left\{ S\left(\frac{v}{g^2}\right) \right\}^2}{S\left(\frac{1}{g}\right)} \right\} \times \frac{1}{(n-1)S\left(\frac{1}{g}\right)} \quad (11)$$

となる.

2. 回帰推定法

(5) 式の分散は,

$$\begin{aligned} V(V) = & \left(\frac{G}{g}\right)^2 V(a) + G^2 V(b) + 2 \frac{G^2}{g} \text{Cov}(a b) \\ & + \left\{ \left(\frac{a}{g}\right)^2 + 2\left(\frac{a b}{g}\right) + b^2 \right\} V(G) + \frac{a^2 G^2}{g^4} V(\bar{g}) \end{aligned} \quad (12)$$

となる. ここで $V(G)$ は (9) 式によるものであり, $V(\bar{g})$ は f を stand table より得られた各直径階に属する本数, D を直径, N を Plotless Sampling で把握された本数合計とすると,

$$V(\bar{g}) = \left\{ \frac{S(f D^4)}{S(f)} - \left[\frac{S(f D^2)}{S(f)} \right]^2 \right\} \left\{ \frac{N}{N-1} \right\} (0.00007854)^2 \left\{ \frac{1}{S(f)-1} \right\} \quad (13)$$

である. また $V(a)$, $V(b)$ 及び $\text{Cov}(a b)$ はそれぞれ,

$$V(a) = \sigma_{\text{ext}}^2 C_{11}$$

$$V(b) = \sigma_{\text{ext}}^2 C_{22}$$

$$\text{Cov}(a b) = \sigma_{\text{ext}}^2 C_{22}$$

であり, w を weight とし, n を本数とすると,

$$\sigma_{\text{ext}}^2 = \left[\frac{1}{n-2} \right] \left[S(w v^2) - \frac{[S(w v)]^2}{S(w)} - \frac{\left\{ S(w v g) - \frac{S(w v)S(w g)}{S(w)} \right\}^2}{S(w g^2) - \frac{[S(w g)]^2}{S(w)}} \right] \quad (14)$$

$$C_{11} = \frac{1 + \frac{[S(wg)]^2}{S(w)}}{S(wg^2) - \frac{[S(wg)]^2}{S(w)}} \quad (15)$$

$$C_{22} = \frac{1}{S(wg^2) - \frac{[S(wg)]^2}{S(w)}} \quad (16)$$

$$C_{12} = -\frac{\frac{S(wg)}{S(w)}}{S(wg^2) - \frac{[S(wg)]^2}{S(w)}} \quad (17)$$

である。(6) 式, (7) 式, (14) 式, (15) 式, (16) 式及び (17) 式において w は,

(a) 任意抽出法による場合または未修正法の場合

$$w = \frac{1}{g^2}$$

(b) 修正法の場合

$$w = \frac{1}{g^3}$$

となる。

V 数値的結果並びに考察

以上 Plotless Sampling による材積推定法, 及びその誤差について述べて来たが, ここでは Plotless Sampling として実用に供せられ易い未修正法及び修正法について (小標本を任意抽出する方法は, 前述のように実行上繁雑になり, Plotless Sampling の特徴である簡便性にもとる故省く) 実際の資料より得られた数値を用いて計算すると, 第 1 表に示す通りになる。

理論的に未修正法は修正法に比し過大推定値を与えることが明らかであり, 第 1 表よりもまた明らかにこの傾向が見られる。第 1 表より比推定における $\bar{r}$, 回帰推定における a 及び b の未修正法と修正法間の有意差を検討してみると,

$\bar{r}$ については,

$$\frac{6.8071 - 6.2768}{\sqrt{0.0181 + 0.0152}} > 2.56^{**}$$

a については,

$$\frac{0.0289 - 0.0241}{\sqrt{0.000010 + 0.000007}} < 1.96$$

b については,

$$\frac{8.0130 - 7.7248}{\sqrt{0.0253 + 0.0331}} < 1.96$$

第 1 表 Plotless Sampling による ha 当り推定材積
及びその誤差

比 推 定 法						
方 法	$\bar{r}$	全材積	$V(\bar{r})$	$V(V)$	$D(V)$	誤差率
未 修 正 法	6.8071	187.6037	0.0181	518.3241	22.7667	12.14 %
修 正 法	6.2768	172.9886	0.0152	440.5695	20.9897	12.13 %

回 帰 推 定 法									
方 法	a	b	全材積	$V(a)$	$V(b)$	$Cov(ab)$	$V(V)$	$D(V)$	誤差率
未 修 正 法	-0.0289	8.0130	187.3726	0.000010	0.0253	-0.0004	509.7263	22.5771	12.05 %
修 正 法	-0.0241	7.7248	184.9881	0.000007	0.0331	-0.0004	497.7242	22.3057	12.06 %

$$G = 27.56, V(G) = 10.8896, \bar{g} = 0.0238, V(\bar{g}) = 0.00000327$$

となり、比推定においては 1 % の危険率で有意差が認められるが、回帰推定においては a 及び b 共に有意差は認められない。しかし比推定においても全材積推定においては、 G の分散が入ってくる故、未修正法と修正法との間には有意差は認められなくなる。つまり比推定法においては、 G の分散が小さい時、すなわち Plotless Sampling による ha 当りの推定材積の精度がよい時は、未修正法と修正法との間には有意差を生ずるが、 G の分散が大になると有意差はなくなる。故に理論的な場合は別として、経営案編成等の普通の調査では、未修正法を用いてもよいと思われる。しかしその結果は常に過大推定値であることを心に留めておくべきである。また回帰推定法においては、未修正法と修正法との間には有意差は認められない故、計算の便利な未修正法を用いてもよいと思われる。未修正法においては、回帰推定と比推定との推定値は殆んど変わらないが、修正法においては可変変っている。これは実際の Data は原点を通る回帰直線で表わされず、この例では原点の附近では原点を通る回帰直線より下の方に点が偏っている。この点について修正法では大なる weight を附するために、回帰推定法と比推定法とでは推定値は異ってくるのである。また回帰推定法と比推定法との関係については、この例では 1 % の危険率で回帰直線は原点を通るとは認められない故、比推定による推定は bias を生ずることになる。故に理論的には回帰推定法中修正法が一番妥当であるが、実用上の精度から云えば、この例における数値からみて、比推定法中未修正法を用いてもよいと思われる。尚この例においては、誤差は可成り大きい、これは G の分散の寄与が大なることによっている。用いた資料はマツ、広葉樹をもスギと見なして取り扱っているため、小径木と大径木が群状を呈し、そのために Plotless Sampling で把握された本数の変動が大になつたのである。普通の林分についてはもつとよい結果が得られることと思われる。

第 2 表 Basal-Area Factor 1, 4, 10 及び 16 の

Point B.A.F. d.b.h.	# 1				# 2				# 3				# 4			
	1	4	10	16	1	4	10	16	1	4	10	16	1	4	10	16
8																
9																
10																
11																
12	1															
13																
14																
15	2	1											1			
16	2	1			1								2			
17	2				1											
18	1				2								2			
19	2				2								1			
20	2	1											3			
21	3				1								3	2	1	1
22	2				2								5			
23	2	1	1	1	3	2	1	1	1				4	1	1	
24	3				3								3	1		
25	4	2			3	3	1	1					4	3	1	1
26	5				4				2				3			
27	3	2	2	2	4	1	1						2	1	1	1
28	3				6	1			5				4	1		
29	2				1				2				3	1	1	1
30	3	1			5	1			4	2	1	1				
31	1				3	2	1	1	3	1	1	1	1			
32	2	1			2	1			8				3			
33	1	1			2	2							1	1		
34					1	1			4	2	1	1				
35	1				4	1			3	2	1		2			
36					5	2	2	1	6	1	1					
37	1				1				2							
38					6				4	1			4	1		
39					2	1	1	1	2	1						
40					1				4	1	1	1				
41	1															
42																
43	1								1							
44					1				2	1	1					
45									1							
46																
47																
48					1				1							
49									1	1						
Total	50	11	3	3	64	18	7	5	57	14	7	4	51	13	5	4

Plotless Sampling による直径階別抽出本数

# 5				# 6				# 7				# 8				# 9			
1	4	10	16	1	4	10	16	1	4	10	16	1	4	10	16	1	4	10	16
1								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4											
								1											
								4							</				

VI Plotless Sampling と Plot Sampling との精度の比較

Plotless Sampling と Plot Sampling との精度の比較は、次の項目すなわち、〔1〕胸高断面積推定、〔2〕材積推定、〔3〕本数推定の 3 つについて行う。この場合に、Plotless Sampling としては、樹木位置図において前述のように、第 1 図に示した 9 点において、樹木の胸高断面形を円と仮定し、胸高直径の 100 倍、50 倍、31.6 倍、及び 25 倍、すなわち Basal Area Factor 1, 4, 10, 及び 16 の同心円を描き、この同心円がこれらの抽出点を含む数を胸高直径階毎に数え、これをもつて現地で各 Sampling Point に立ち、もしも cross-arm と peephole との距離を 50 cm とすると cross-arm の長さが夫々 1 cm, 2 cm, 3.16 cm, 4 cm の機械をもつて cross-arm より大なる胸高直径の本数を直径階毎に勘定したものとみなす 4 つの場合について行つた。この結果を一覧表として纏めたものが第 2 表である。

これに対し、Plot Sampling としては Plotless Sampling の Sampling Point を中心として、(1) 10 m × 10 m plot, (2) (EW 方向 10 m) × (NS 方向 20 m) plot, (3) (EW 方向 20 m) × (NS 方向 10 m) plot, (20 m × 20 m) plot を Plot として抽出する 4 つの場合について行つた。

尚 Plotless Sampling による材積推定については、V でのべた通り実用上の精度からは、比推定法中未修正法を用いても、bias はさほど影響しないので、ここではこの方法によつた。

1. 胸高断面積推定

ha 当りの胸高断面積推定は、各推定法により次のようになる。

(a) Plotless Sampling による推定 (5 % の危険率)

(1) Basal Area Factor = 1

$$60.56 \pm (2.306)(2.53) = 60.56 \pm 5.83 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 9.6 \%$$

(2) Basal Area Factor = 4

$$4[15.222 \pm (2.306)(0.94)] = 60.89 \pm 8.67 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 12.6 \%$$

(3) Basal Area Factor = 10

$$10[6.556 \pm (2.306)(0.78)] = 65.56 \pm 18.00 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 27.4 \%$$

(4) Basal Area Factor = 16

$$16[5.000 \pm (2.306)(0.58)] = 80.00 \pm 21.44 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 26.8 \%$$

(b) Plot Sampling による推定 (5 % の危険率)

(1) 10 m × 10 m plot

$$60.12 \pm (2.306)(5.49) = 60.12 \pm 12.66 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 21.1 \%$$

(2) (EW 方向 10 m) × (NS 方向 20 m) plot

$$63.56 \pm (2.306)(5.48) = 63.56 \pm 12.64 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 19.1 \%$$

(3) (EW 方向 20 m) × (NS 方向 10 m) plot

$$64.56 \pm (2.306)(4.99) = 64.56 \pm 11.51 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 17.8 \%$$

(4) 20 m × 20 m plot

$$66.75 \pm (2.306) (3.36) = 66.75 \pm 7.74 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{誤差率} = 11.6 \%$$

一方 Section 46 の断面積合計は 39.5900 m^2 であるので, ha 当りに換算すると, ha 当り断面積合計は 61.8549 m^2 となる故, Plotless Sampling, Plot Sampling 共に断面積推定値は, 95 % の信頼限界で真値を含んでいるが, Plotless Sampling 中 Basal Area Factor 16 の場合は著るしく過大推定を示している. 故に Basal Area Factor の余り大なるものは, 大なる直径の林分以外の普通の林分では用いない方がよい. これは Plotless Sampling はもしも同一の直径の樹木が均一に植栽されているとすると, その樹木の直径と Basal Area Factor により, 第3表のような面積の Plot の Plot Sampling と考えることが出来るからである. Basal Area Factor が大になるにつれて Plot の面積は小に, またこれとは逆に樹木の直径が大となるにつれて Plot の面積は大となることは自明のことである.

第 3 表 Basal Area Factor と樹木直径とによる Plotless Sampling の
仮設的 Plot の大きさ (m^2)

樹木直径 cm	B. A. F = 1	B. A. F = 4	B. A. F = 10	B. A. F = 16
10	78.5	19.6	7.8	4.9
15	176.7	44.2	17.7	11.0
20	314.2	78.5	31.4	19.6
25	490.9	122.7	49.0	30.7
30	706.9	176.7	70.6	44.2
35	962.1	240.5	96.0	60.1
40	1256.6	314.2	125.0	78.5
45	1590.4	397.6	159.0	99.0

各推定法を精度の順に (誤差率の大小により) 排列すると,

- (1) Basal Area Factor = 1 の Plotless Sampling.
- (2) 20 m × 20 m plot の Plot Sampling.
- (3) Basal Area Factor = 4 の Plotless Sampling.
- (4) (EW 方向 20 m) × (NS 方向 10 m) plot の Plot Sampling.
- (5) (EW 方向 10 m) × (NS 方向 20 m) plot の Plot Sampling.
- (6) 10 m × 10 m plot の Plot Sampling.
- (7) Basal Area Factor = 16 の Plotless Sampling.
- (8) Basal Area Factor = 10 の Plotless Sampling

の順となる. Basal Area Factor = 10 の Plotless Sampling は Basal Area Factor = 16 の Plotless Sampling より誤差率は大であるが, これは後者の推定値が大なるた

めにこうなつたので、標準誤差の絶対量は前者の方が小さい。またこの林分の断面積合計は 61.8549 m^2 であり、ha 当り本数は 1,332 本であるので、平均断面積は 0.0465 m^2 となり、平均直径は 24.3 cm となる。そこで第3表において樹木直径 25 cm の所をみると、 $\text{B.A.F.} = 1$ の時は 490.9 m^2 の Plot をもつ Plot Sampling に相当する。(勿論この場合は、樹木は皆 24.3 cm の直径を有するわけではないので、大ざつばな目安を立てるために用いたのである)。同様に $\text{B.A.F.} = 4, 10$, 及び 16 は、それぞれ $122.7 \text{ m}^2, 49.0 \text{ m}^2, 30.7 \text{ m}^2$ の plot をもつ Plot Sampling に相当する。

一方、Plot Sampling では $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ plot, $20 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ plot, 及び $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ plot は、それぞれ $400 \text{ m}^2, 200 \text{ m}^2$, 及び 100 m^2 の plot を有することになる。このことを併せて考えると、上の精度の表示において (1), (2) 及び (6) は妥当であるが Basal Area Factor = 4 の Plotless Sampling の精度が $20 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ plot の Plot Sampling よりも精度がよくなっているのは、これは抽出変動によるものと、第3表がすべての樹木は皆同一直径を有する樹木であるとしたものであるとの2つの理由によるものと思われる。以上の結果から、第3表は Plotless Sampling と Plot Sampling の概略的な結び付けには用いてよいと思われる。

2. 材 積 推 定

ha 当りの材積推定は各推定法により次のようになる。

(a) Plotless Sampling による推定 (5 % の危険率)

(1) Basal Area Factor = 1

$$371.8384 \pm (2.306)(15.5817) = 371.84 \pm 35.93 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 9.7 \%$$

(2) Basal Area Factor = 4

$$376.3002 \pm (2.306)(23.2906) = 376.30 \pm 53.71 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 14.3 \%$$

(3) Basal Area Factor = 10

$$405.1608 \pm (2.306)(48.3951) = 405.16 \pm 111.60 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 27.5 \%$$

(4) Basal Area Factor = 16

$$489.6000 \pm (2.306)(56.6599) = 489.60 \pm 130.66 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 26.7 \%$$

(b) Plot Sampling による推定 (5 % の危険率)

(1) $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ plot

$$100[3.7851 \pm (2.306)(0.4042)] = 378.51 \pm 93.21 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 24.6 \%$$

(2) (EW 方向 10 m) $\times$ (NS 方向 20 m) plot

$$50[7.9123 \pm (2.306)(0.6923)] = 395.62 \pm 79.82 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 20.2 \%$$

(3) (EW 方向 20 m) $\times$ (NS 方向 10 m) plot

$$50[7.9248 \pm (2.306)(0.7232)] = 396.24 \pm 83.39 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 21.0 \%$$

(4) $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ plot

$$25[16.1893 \pm (2.306)(0.8575)] = 404.73 \pm 49.44 \text{ (m}^3\text{)} \quad \text{誤差率} = 12.2 \%$$

一方、Section 46 の樹高曲線利用の材積表による材積合計は 237.0247 m^3 であるので、ha 当りに換算すると、ha 当りの材積合計は 370.35 m^3 となる故、Plotless Sampling,

Plot Sampling 共に材積推定値は、95 % の信頼限界で真値を含んでいるが、断面積推定の場合と同様に、Plotless Sampling 中 Basal Area Factor 16 の場合は、著しく過大推定を示している。(これは断面積推定値に $\bar{r}$ を乗じたものである故、当然の結果である。) 又各推定法を精度の順に (誤差率の大小により) 排列すると、

- (1) Basal Area Factor = 1 の Plotless Sampling.
- (2) 20 m × 20 m plot の Plot Sampling.
- (3) Basal Area Factor = 4 の Plotless Sampling.
- (4) (EW 方向 10 m) × (NS 方向 20 m) plot の Plot Sampling.
- (5) (EW 方向 20 m) × (NS 方向 10 m) plot の Plot Sampling.
- (6) 10 m × 10 m plot の Plot Sampling.
- (7) Basal Area Factor = 16 の Plotless Sampling.
- (8) Basal Area Factor = 10 の Plotless Sampling.

の順となる。断面積推定法と比較すると、(4) と (5) が逆になつていて、他はすべて同一であるので、断面積推定の項でのべたことは、皆ここにおいてもあてはまることになる。材積推定において、Basal Area Factor 1 および 4 のものは、推定値が母集団値に近いが少々高い値を示している。ここにおいて注意すべきは、この数値例は、Plotless Sampling では比推定法中、未修正法を用いたことである。断面積推定において Basal Area Factor 1 及び 4 の場合は、母集団値より低い推定値を与えているが、材積推定の場合には高い値を示している。これは比推定法中、未修正法の欠点としてあげた母集団の $\bar{r}$ よりも高い $\bar{r}$ を、本法は持つことに由来するのである。しかし、この位の bias は許容せられるであろう。

3. 本 数 推 定

ha 当りの本数推定は、各推定法により第 4 表に示すようになる。

第 4 表により明らかなように、Basal Area Factor 10 の Plotless Sampling、及び 20 m × 20 m plot の Plot Sampling を除いては、何れも全本数推定において、10 % ~ 25 % の過少推定をなしている。これは、Section 46 はその周辺部に小径木が密生しており、Sampling Point を抽出した部分と異つた層を形成しているためである。断面積及び材積推定値は母集団値に割合に近い値を示したのは、これらの小径木は、断面積及び材積には余り影響しないからであろう。また各直径階毎に、母集団値と各種抽出による値とを比較すると、Basal Area Factor 10 及び 16 の如き Plotless Sampling は、その測定範囲が周辺部に達せぬため、小径木は 0 になつている。これに反し、Basal Area Factor 1 の Plotless Sampling は、20 m × 20 m plot 及び 20 m × 10 m plot の Plot Sampling と同様に、割合により推定値を与えている。Basal Area Factor 16 及び 10 の Plotless Sampling は、平均直径の附近において著しい過大推定値を与えている。この傾向は幾分緩和されるが、Basal Area Factor 4 の Plotless Sampling においても見られる。以上の結果は、変異係数 (本数における) の高い林分においては、小さな Plot による推定は悪い精度を与えることを適用して、第 3 表と共に考察すれば、当然のことであろう。このような場合には、Basal Area Factor の小さい Plotless Sampling によるか、また

第 4 表 各直径階別母集団並びに各種推定法による本数

D.B.H.	母集団	B.A.F. =1	B.A.F. =4	B.A.F. =10	B.A.F. =16	10×10	EW 10 ×NS 20	EW 20 ×NS 10	20×20
4	2	0	0	0	0	0	0	0	0
5	3	0	0	0	0	0	0	0	0
6	8	0	0	0	0	11	6	6	8
7	11	0	0	0	0	11	22	6	17
8	9	0	0	0	0	0	6	0	6
9	20	0	0	0	0	0	6	6	3
10	16	0	0	0	0	11	6	6	6
11	13	0	0	0	0	0	0	0	3
12	36	10	0	0	0	11	11	11	17
13	41	8	0	0	0	11	28	22	28
14	36	0	0	0	0	0	0	0	11
15	50	19	25	0	0	22	28	22	33
16	73	50	44	0	0	33	44	28	42
17	53	20	0	0	0	22	33	22	28
18	56	48	0	0	0	11	22	44	44
19	66	55	0	0	0	44	61	50	56
20	58	42	28	35	57	33	33	50	42
21	47	45	51	32	51	44	28	50	50
22	61	70	70	117	187	89	78	61	69
23	70	64	86	187	214	89	78	72	78
24	72	61	118	98	157	78	61	83	78
25	59	59	118	113	181	111	89	83	61
26	59	77	25	21	33	11	39	83	86
27	59	54	39	97	124	78	61	72	53
28	48	60	43	36	29	33	44	56	56
29	39	35	34	34	54	33	44	22	42
30	41	44	50	16	25	56	61	44	50
31	31	38	47	44	47	33	44	39	42
32	38	50	28	0	0	0	11	61	44
33	23	22	42	39	62	33	28	39	25
34	22	21	34	12	20	33	22	28	25
35	22	29	28	35	37	33	33	22	33
36	20	24	22	44	17	33	28	17	25
37	14	14	12	31	33	33	22	17	6
38	14	22	16	10	16	11	22	11	25
39	6	7	11	19	15	22	17	17	8
40	13	17	14	27	28	22	17	17	17
41	3	4	7	8	0	0	6	6	6
42	2	2	3	0	0	0	6	0	3
43	5	2	3	0	0	0	0	6	3
44	3	4	3	7	0	0	6	0	3
45	2	1	3	0	0	0	0	6	3
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	3	1	3	0	0	0	6	0	6
48	3	3	2	6	10	11	6	6	6
49	2	1	2	0	0	0	6	0	3
Total	1332	1083	1011	1068	1397	1106	1169	1191	1250

第 5 表 西霧島経営区ヒノキ林分に於ける Plotless Sampling
(Basal AreaFactor=4) による本数推定

(熊本営林局 小林四郎技官調査)

林小班名	面積 ha	Point 数	直階 径	6~8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	Total
19ろ	0.25	30	毎木	12	8	8	92	324	644	404	148	28	—	—	1668
			Plot-less	9.0	—	—	103.9	413.8	534.4	382.0	92.5	24.7	—	—	1582.3
10は	0.25	26	毎木	44	44	172	540	824	636	280	48	—	—	—	2538
			Plot-less	—	76.4	229.9	509.3	825.6	610.0	254.6	40.0	—	—	—	2545.8
18 21	1.00	40	毎木	4	23	91	252	434	593	480	229	59	11	1	2178
			Plot-less	—	22.5	74.2	259.8	477.5	539.2	509.3	250.5	75.1	17.4	—	2128.5

は Sampling Point 数を増加すれば、高精度の推定値が得られる。(なお参考迄に、熊本管林局小林四郎技官の調査された高精度の Plotless Sampling による本数推定の結果を第 5 表としてあげておく。)

Ⅶ 結 言

以上 Plotless Sampling による材積推定について種々述べて来たが、この理論の基礎となる単位面積当りの胸高断面積推定について、統計数理研究所の石田正次氏は、次の 6 つの欠点をあげておられる。すなわち、

- (1) 樹木の影になるものは数えられない。
- (2) 樹木の胸高断面は円でなければならない。
- (3) 林地の凹凸のはげしい所では遠方の樹木の胸高直径は望めない。
- (4) 林分の面積を求める必要があり、面積の誤差はそのまま推定値の誤差に入ってくる。
- (5) 林分の周辺での bias を適当に補正しなければならない。
- (6) Sampling Point の確率抽出は事実上不可である。つまりその結果については何等客観的な保証は与えられない。

と、(1) の欠点をさけるには、怪しい樹木につき胸高直径と、樹木より Sampling Point 迄の距離を測ればよい。胸高直径は材積推定のためにも測定せねばならぬ要素であるから、距離測定のみが附加される仕事になるのみである。(勿論この樹木が棄却される時には、直径測定も余分な仕事になるが。) この位の手数は標本枠の設定に比べればうんと僅かな労力にしか当たらない。その上実際に筆者の経験からすると、国有林における V 齢級位の普通の林分では樹木の影になつて数えられぬということは、そう度々あるものではない。(2)に

については樹木の胸高断面型が円でなくとも、直径測定は任意方向の一測定値のみでよいと石田氏が結論されているが、Plotless Sampling による測定は Sampling Point に立つて一回転しながら周囲の樹木の胸高直径を見る故、Plotless Sampling により調査される胸高直径は一方向の任意抽出直径に相当するものと考えられる。故にこの欠点も一応実用上からは許容されるであろう。(3)については調査範囲が広く、すなわち胸高直径の大なる樹木が多い時には、この影響は大になるがこのような時には Basal Area Factor の大なるものを用いて調査範囲を小にし、その代りに Sampling Point 数を多くとれば幾分避けられる筈である。しかし調査範囲が両斜面を含んでいる峯附近の時や、また手入の不実行地で下層植生の繁茂している箇所では本法は実行不能であろう。(4)については、これは Plotless Sampling のみならず Plot Sampling についても同様なことは云えるので、特に Plotless Sampling の欠点にはあたらない。(5)については、普通の調査では、一応蓄積調査を行う前にその林分の地図は測量により作成されているので、この地図上において、その林分の推定最大直径（これも何等かの方法により概略はわかる筈である）と、用いる Basal Area Factor により一定巾の縁を図上でつけければよい。(6)については、石田氏は次のように述べておられる。すなわち、

(6)はこの方法の最も大きい欠点である。この方法で、ランダムに標本格子点を抽出するためには、まずその林分の平面地図を作り、この地図を2つの座標軸によつて細分し、その格子点を等確率で抽出し、再び測量によつて抽出された格子点に到達するわけである。この時問題になるのは樹幹の中に格子点が落ちた場合と測量の誤差である。前者は樹を切り倒さない限り bias を生ずるわけであつて、予め樹の中の格子点を除外して格子点を抽出し結果を出すためには、どんな太さの木がどこにあるか迄、全林の様子が明確にならない限り（もしこれが出来る位なら調査はすんでいる筈である）不可能である。樹木を伐り倒して調査を強行すれば次に測量の誤差の影響を考えなければならない。つまり実際の格子点は図上で抽出された格子点と一致せず、その周囲にある散らばりをもつて分布することになるので、その時生ずる分散と bias の order を計算しなければならないが、これもその林分の樹木の立ち方によつて変つてくるので問題はむずかしい。……………である。この解釈は格子点が樹幹の中に落ちる場合を除いては Area Sampling についても云えることであり、普通の森林調査の精度から考えて、Sampling Point の Pocket Compass と米縄を用いての位置付けから樹幹中の Sampling Point を除外しても一応等確率と考えてよいのではなかろうか。以上、石田氏の指摘された本法の欠点は Plotless Sampling の有する本質的な欠点であり、森林調査の目標としてはかかる欠点をさける方向に進むべきが望ましいと思われるが、現在の森林調査の段階から見れば Area Sampling にしろ (2), (4), 及び (6) の欠点を有しておる状態であるので (3) の欠点を除けば（すなわち (3) に示された林分を除いては）一応林業上の精度からは Plotless Sampling は実用に供しうるものと考えられる。（普通 Plotless Sampling による推定は予備調査かまたは経営案検討における蓄積推定特に目測の補正に用いられている程度であまり高精度を要求しない実状にある）。なお Plotless Sampling による材積推定については熊本営林局小林四郎技官により形数利用の変型法が考究されている。Plotless Sampling は適当な Basal Area Factor の選択と、また適当な数の Sampling Point の抽出により、

Plot を設定することなしに高精度の結果が得られる故、今後共大いに実用に供せられるものと思う。

本論文の一部は 1954 年、日本林学会第 63 回大会、及び同年の日本林学会九州支部大会で発表したものである。終りに本論文に対し種々御教示頂き、また資料を貸与された木梨助教授並びに熊本営林局小林四郎技官に対し謝意を表する。

(1954 年 5 月 24 日)

参 考 文 献

- (1) L. G. Grosenbaugh: Plotless Timber Estimate-New, Fast, Fasy. Jour. Forestry 1952.
- (2) 木 梨 謙 吉: 新しい材積測定法 林業経済 1952 年 5 月号
- (3) 甲斐原一朗: 新しい森林蓄積調査法 農業統計研究 1953 年 9 月
- (4) 小 林 四 郎: 可変半径プロット法 暖帯林 1954 年 5 月
- (5) 石田正次, 他: 森林調査に於ける統計数理的問題 統計数理研究所彙報第 1 巻第 2 号, 1954 年

R é s u m é

The estimate by the plotless sampling is originally that of the total basal area per unit area of stand. But practically, the total volume per unit area is desired. There are two methods of estimating the volume per unit area from the basal area per unit area, i.e. the ratio estimate method and the regression method. These methods belong to the double sampling method. The method by L. G. Grosenbaugh who introduced the plotless sampling into the U.S.A. is the ratio estimate method. In his method, the ratio of v/g obtained is larger than the true ratio for the stand, since the trees obtained by the plotless sampling are used as the small sample. To correct this the trees of the small sample must be weighted by $1/g$. This correction gives an unbiased estimate value. The difference between the two methods, however, is negligible in the practical use. The same condition applies to the regression estimate method. After all, the best method by the plotless sampling is the corrected regression estimate method and the worst is the uncorrected ratio estimate method or Grosenbaugh's method. But in the practical use the uncorrected ratio estimate method can be used. Comparing the plotless sampling with the plot sampling for this stand (Shiragadake Sampling Survey Experimental Forest, Section 46), the plotless sampling of basal area factor of 4 (as usually used) gives more precise estimate than the 10 m $\times$ 20 m plot sampling. The precision of estimate by plotless sampling changes with the coefficient of variation, the average diameter, the basal area factor and the number of the sampling points. Therefore, if the stand is constant, required precision can be obtained by appropriately selecting the basal area factor and the number of sampling points.