

胸高直径測定上の誤差について : 第1報 測定方向による誤差 : 胸高直径測定法における任意抽出法について

高田, 和彦
九州大学農学部

<https://doi.org/10.15017/15782>

出版情報 : 演習林集報. 1, pp.47-58, 1953-10-30. Kyushu University Forests
バージョン :
権利関係 :



胸高直径測定上の誤差について

第 1 報

測定方向による誤差

——胸高直径測定法における任意抽出法について——

高 田 和 彦

Kazuhiko TAKATA: On the Error in the Measurement of Diameter Breast High

(I) The Error Owing to the Direction of Measurement
On the Random Sampling Method in the Measurement Method of Diameter Breast High

目 次

I 緒 言	2 試料に基づく実際の証明
II 試 料	III 任意抽出法による変動の増加について
III 任意抽出法の妥当性について	V 任意抽出法と有意抽出法との比較
1 理論的証明	参 考 文 献

I 緒 言

立木の胸高直径は材積の計算に必要な欠くべからざるものでその測定算出の精粗は直ちに材積の精度に影響を及ぼすものである。しかうして直径を輪尺で測定するものとする胸高直径測定上の誤差として考えられるものには

- (1) 測定方向による誤差
- (2) 測定高による誤差
- (3) 輪尺をあてる角度による誤差
- (4) 輪尺の両脚間の開きが正しくないために生ずる誤差

の四種類の誤差が考えられる。しかし(4)は一応定誤差として取扱われるので(1)(2)(3)の誤差について考える。これらの誤差については既に単木における唯1回の測定によるものはよく研究せられているが毎木調査、及び Sampling 調査の場合におけるこれらの誤差の重畳合成されたものについては未だ研究されていないので後者の立場から此等の誤差について考察を加える事にする。第1報としては(1)の測定方向による誤差特に胸高直径測定法における任意抽出法についてのみ取扱う。

樹木の横断面型は樹木の生理的影響又は外部的影響等の為に既知の如何なる幾何学的形状とも一致せず、従つて立木の儘正確なる胸高断面積を測定算出する事は不可能な状態にある。然し従来立木の断面積計算には

- (1) 断面を円形と見做して計算する方法
 - (2) 断面を楕円と見做して計算する方法
- が最も普通に用いられて居り

(1) では更に

- (i) 平均直径法即ち最大直径と最小直径（又は最大直径と直角方向直径）の平均直径を有する円の面積を樹木の断面積と見做す方法
- (ii) 平均断面積法即ち最大直径と最小直径（又は最大直径と直角方向直径）を夫々直径とする二つの円の平均面積を樹木の断面積と見做す方法

が行われ

- (2) は最大直径と最小直径（又は最大直径と直角方向直径）を楕円の長径及び短径と見做しこの楕円の面積を樹木の断面積と見做す方法

として使われて居る。

以上の方法は何れも樹木の最大直径及び最小直径（又は最大直径と直角方向直径）を有意的に測定して居る故有意抽出法と見做される。

これに対して測定すべき直径を最大直径や最小直径等に規定せずに任意に選ぶ任意抽出法が考えられる。この任意抽出法に対しては

- (1) 各樹木について任意方向の直径を1本測定し樹木の断面積をこの直径を有する円の面積とする方法
- (2) 各樹木について任意方向の直径とそれに直角方向の直径とを測定し有意抽出法の如く
 - (A) 断面を円形と見做し
 - (a) 平均直径法
 - (b) 平均断面積法
 - (B) 断面を楕円と見做す楕円法
- (3) 各樹木につき任意に選ばれた直径を基準として等しい中心角を有する多数の直径を測定し樹木の面積をその平均を直径とする円の面積とする方法
- (4) 各樹木につき任意に多数の直径を測定し樹木の断面積をその平均を直径とする円の面積とする方法

が考えられる。(1)と(4)は単純任意抽出法であり(2)と(3)は組織的任意抽出法に相当するものである。

そこで以下任意抽出法は実際の胸高直径測定法として妥当であるか否か、又有意抽出法との比較等について考察を加える事にする。(この問題に関しては括約の関係も考慮に入れねばならぬがここでは省略し、すべての誤差についての結果を用いて稿を改めて論ずる。)

II 試 料

試料は1952年7月25日宮崎県北諸県郡西嶽村霧島国有林26林班(高崎営林署管内)スギ42年生人工林において東西、南北方向に各々40m間隔の格子状測点を入れ各測点より一番近い樹木を抽出し、抽出木を伐倒、胸高にて玉切り截断面を現地で西洋紙に写し取り、

此を持ち帰り透写器にて再写しこの胸高断面図を中心角を5分間隔に36本の直径にて分け一端より順次1, 2, ... 36の番号を附し番号を以て当該直径を表わす事にした。次に直径の長さであるが実際に現地で直径を測定する場合には通常輪尺が用いられる。輪尺による直径は断面形が円の場合には常に真の直径と一致するが円以外の形状の時には樹幹に接する両脚間の距離となり常に真の直径に一致するとは限らず過大なる値を示す。故にここでは実際に応じて輪尺による直径を用いた。又胸高断面積は planimeter で二回測定し、その平均値を以て真の胸高断面積と見做した。planimeter の誤差は他の測定精度に比べて無視出来る程小なので無視した。

III 任意抽出法の妥当性について

任意抽出法における妥当性についてまず問題になるのは任意抽出法における推定値は一体何を指すものか、そしてこの推定値は真の樹木の断面積に対しての不偏推定値であるか、又若しも不偏推定値でなければその bias は許容し得るものであるかという事である。それで此等について理論的に又上記の試料に基いて実際の場合について検討を加える事にする。ここでは簡単にする為に任意抽出法中1本抽出の場合のみを考える。

1. 理論的証明

樹木の横断面形は如何なる既知の数学的形状とも一致しない事は先にものべたが大体の形状は楕円状を呈していると見て差支えないと思われるし又従来楕円としてよく研究せられているので(例えば吉田氏, Tischendorf 氏等)理論的にはこれを楕円として取扱う事にする。

今楕円

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

上の一点 (x_i, y_i) における接線の方程式は

$$y - y_i = \frac{dy_i}{dx_i} (x - x_i)$$

となる。ここで

$$x_i = a \cos \theta'$$

$$y_i = b \sin \theta'$$

とおくと

$$\frac{dx_i}{d\theta'} = -a \sin \theta'$$

$$\frac{dy_i}{d\theta'} = b \cos \theta'$$

$$\therefore \frac{dy_i}{dx_i} = -\frac{b \cos \theta'}{a \sin \theta'}$$

故に

$$y - y_i = -\frac{b \cos \theta'}{a \sin \theta'} (x - x_i)$$

$$y \sin \theta' + x b \cos \theta' = ab$$

$$\begin{aligned}
\frac{x \cos \theta'}{a} + \frac{y \sin \theta'}{b} &= 1 \\
\frac{x \cos \theta'}{a^2} + \frac{y \sin \theta'}{b^2} &= 1 \\
\frac{xx'}{a} + \frac{yy'}{b} &= 1
\end{aligned} \tag{1}$$

で表わされる。中心よりこの接線迄の距離は

$$\begin{aligned}
r &= x \cos \theta + y \sin \theta \\
\frac{x \cos \theta}{r} + \frac{y \sin \theta}{r} &= 1
\end{aligned} \tag{2}$$

(1) (2) より

$$\begin{aligned}
\frac{xx_i}{a^2} &= \frac{x \cos \theta}{r} \\
x_i &= \frac{a^2 \cos \theta}{r} \\
\frac{yy_i}{b^2} &= \frac{y \sin \theta}{r} \\
y_i &= \frac{b^2 \sin \theta}{r}
\end{aligned}$$

然るに (x_i, y_i) は

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

上の点である故

$$\begin{aligned}
\frac{a^4 \cos^2 \theta}{r^2} + \frac{b^4 \sin^2 \theta}{r^2} &= 1 \\
r^2 &= a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta
\end{aligned}$$

即ち輪尺により測定された直径は

$$\begin{aligned}
R &= 2r = 2\sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} \\
&= 2a\sqrt{\cos^2 \theta + \frac{b^2}{a^2} \sin^2 \theta} \\
&= 2a\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \sin^2 \theta} \\
&= 2a\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}
\end{aligned}$$

で表わされる。ここで $k^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ である。

任意抽出法における推定値 $\bar{R}$ とは

$$\bar{R} = 2a\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}$$

において θ が 0 から 2π 迄即ちあらゆる方向に変化し k^2 が全樹木について或る範囲 α から β 迄、 a が林分の最小長径 A から最大長径 B 迄変化する時の平均値を指すものである。即ち

$$\begin{aligned}
\overline{R} &= \int_A^B \int_\alpha^\beta \int_0^{2\pi} 2a\sqrt{1-k^2\sin^2\theta} \, d\alpha dk^2 d\theta / (B-A)(\beta-\alpha)(2\pi) \\
&\doteq \int_A^B \int_\alpha^\beta \int_0^{2\pi} 2a\left(1-\frac{k^2}{2}\sin^2\theta\right) d\alpha dk^2 d\theta / (B-A)(\beta-\alpha)(2\pi) \\
&= (B+A)\left(1-\frac{(\beta+\alpha)}{8}\right) \quad (3)
\end{aligned}$$

は各樹木のあらゆる方向の直径の平均値の全林分即ち最大長径が B 、最小長径が A 、最大 k^2 が β 、最小 k^2 が α なる林分での平均値をさす事になるわけである。

そこで次にこの推定値は樹木の真の断面積（ここでは樹木の断面形を楕円と仮定しているから楕円の面積）と等面積を有する円の直径の平均値に等しいかという事を吟味しなければならない。

まず一本の樹木について考察を加えてみよう。任意抽出法によるこの樹木の直径の推定値は

$$\begin{aligned}
R &= \int_0^{2\pi} 2a\sqrt{1-k^2\sin^2\theta} \, d\theta / 2\pi \\
&= 2a\left(1-\frac{k^2}{4}\right)
\end{aligned}$$

であり此に対し楕円の面積 πab と等しい面積を有する円の直径即ち真の直径は

$$R' = 2a\sqrt[4]{1-k^2}$$

であり R と R' は k^2 の値により夫々変化する。それを Table 1 に示した。Table 1 より明らかな様に $k^2=0$ 即ち円の場合にはこれらの間に bias はないが（即ち不偏推定値である）、 k^2 及び a が大になるにつれてこの bias は大になる。然し吉田氏によれば普通の林分においては a と b との比は 10:9 位であると云われているのでこの bias は 0.003 a 位なものであり抽出変動に比べて無視出来る程小さいであろうという事が予想される。

次に全樹木についての真の平均値は

$$\begin{aligned}
R' &= \int_A^B \int_\alpha^\beta 2a\sqrt[4]{1-k^2} \, da dk^2 / (B-A)(\beta-\alpha) \\
&= -\frac{4}{5} \left(\frac{A+B}{\beta-\alpha} \right) [(1-\beta)^{5/4} - (1-\alpha)^{5/4}]
\end{aligned}$$

Table 1.

b	k^2	R'	R	$R-R'$
a	0	a	a	0
0.9a	0.19	0.949a	0.962a	0.003a
0.8a	0.35	0.894a	0.910a	0.016a
0.7a	0.51	0.837a	0.872a	0.035a

であり $\bar{R}$ と $\bar{R}'$ との bias は

$$\bar{R} - \bar{R}' = (B+A) \left[1 - \frac{\beta + \alpha}{8} + \frac{4}{5} \left(\frac{A+B}{\beta - \alpha} \right) \{ (1-\beta)^{5/4} - (1-\alpha)^{5/4} \} \right] \quad (4)$$

となる. 今例えば林分における最小長径 $A=15\text{cm}$ 最大長径 $B=45\text{cm}$, $\frac{a^2-b^2}{a^2}=k^2$ の最小値 $\alpha=0.05$, k^2 の最大値 $\beta=0.30$ と夫々仮定すると

$$\bar{R} - \bar{R}' = 0.234\text{cm}$$

となる. 又分布の範囲が $45-15=30(\text{cm})$ で本数を 500 本とすると標準偏差は 5 cm 位と予想されるので (G. W. Snedecor: Statistical Method, Table 5.5 より $\frac{\text{分布巾}}{\sigma}$

は $n=500$ の時約 6 である. 故に $\frac{30}{\sigma} = 6 \therefore \sigma = 5$) $\frac{0.234}{0.22} = 1.07 < 19.6 \left(\frac{0.234}{\frac{5}{\sqrt{500}}} = \frac{0.234}{0.22} \right)$ となりこの bias は問題にならない事がわかる.

理論的考察の結論として任意抽出法による推定値とは各樹木についてのあらゆる方向の直径の平均値の全林分についての平均値でありこれは断面形が円でない限り此の断面積と等面積を有する円の直径とは等しくならず全林分においては式 (4) で示す bias を生ずる. 然しこの bias は林分における樹木の抽出変動に比べれば無視出来る程小となる事が予想されるので理論的には任意抽出法は妥当な直径の測定法だと結論出来る.

2. 試料に基く实际的証明

1 においては断面形を楕円と仮定しての任意抽出法の妥当性を証明したが, ここでは II でのべた霧島国有林の試料に基く妥当性を証明してみよう.

まず個樹について 36 本の直径の平均値と真の直径との bias と理論的 bias とを k^2 の値により分けて比較すると Table 2 の如くなる. Table 2 より明らかな様に大体においては実際の bias の方が理論的 bias より平均して約 0.4 倍大である. これは断面の周囲における小さな凹凸の為に輪尺による測定は滑らかな周を持つ楕円の場合よりも過大な値をとる為だと思われる. 結局実際の bias は理論的 bias の約 1.5 倍位の bias と見て差支えないと思う.

又全体についての bias は式 (4) より 0.0808 となりこれに対し実際の試料の個樹の理論的 bias の平均は $\frac{2.32}{35} = 0.0663$ であり前者が後者より大となつている. これは全体での理論的 bias の平均は連続変数として取扱い, 個樹の bias の合計は離散変数として取扱つた為のものと思われる. 実際の試料の bias の平均は $\frac{3.13}{35} = 0.09$ であり全体での平均の bias の場合には理論的 bias は略々実際の bias に等しい事がわかる, この bias に対し 35 個の平均直径の抽出変動は 22.675 でありその平均値の標準偏差は約 0.80cm である. 故に

$$t = \frac{0.09}{0.80} = 0.11 < 2.042$$

となりこの bias は問題にならない.

以上で実際の試料に対しても任意抽出法の妥当性は証明せられた.

Table 2.

k ²	Theore- tical bias	Practical bias	Practical bias — Theore- tical bias	k ²	Theore- tical bias	Practical bias	Practical bias — Theore- tical bias
0.03	0.02	0.02	0	0.13	0.04	0.12	0.08
0.06	0.02	0.07	0.05	0.13	0.08	0.05	-0.03
0.08	0.02	0.02	0	0.14	0.04	0.07	0.03
0.09	0.02	0.03	0.01	0.14	0.08	0.10	0.02
0.09	0.02	0.05	0.03	0.14	0.08	0.15	0.07
0.09	0.02	0.05	0.23	0.14	0.10	0.10	0
0.09	0.02	0.06	0.04	0.15	0.06	0.08	0.02
0.09	0.02	0.09	0.07	0.15	0.08	0.10	0.02
0.10	0.04	0.14	0.10	0.16	0.08	0.07	-0.01
0.10	0.06	0.17	0.11	0.16	0.12	0.08	-0.04
0.11	0.02	0.05	0.03	0.17	0.04	0.07	0.03
0.11	0.02	0.06	0.04	0.17	0.06	0.07	0.01
0.11	0.02	0.08	0.06	0.17	0.08	0.12	0.04
0.11	0.04	0.13	0.09	0.21	0.16	0.15	-0.01
0.12	0.04	0.01	-0.03	0.22	0.16	0.09	-0.07
0.12	0.04	0.09	0.05	0.22	0.24	0.19	-0.05
0.12	0.04	0.13	0.09	0.24	0.26	0.13	-0.13
0.12	0.08	0.14	0.06	Total	2.32	3.13	0.81

IV 任意抽出法による変動の増加について

III において任意抽出法の妥当性が理論的にも実際的にも証明されたが任意抽出法により直径を測定すると変動の増加が起る事は明らかである。即ち各個樹の平均直径値のみの変動に加わるに平均直径値と実測値との差の変動がある。今或林分より i なる樹木を抽出しその樹木の任意に抽出された方向を j 方向とし x_{ij} を以て i なる樹木の j 方向の直径を表わす。

又 $\bar{x}_i$ を以て i なる樹木のあらゆる方向の直径の平均値を示し ϵ_i を以て x_{ij} と $\bar{x}_i$ との偏差を示すと

$$x_{ij} = \bar{x}_i + \epsilon_i$$

となる。故に

$$\sigma_{x_{ij}}^2 = \sigma_{\bar{x}_i}^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2$$

ここで ϵ_i は最大直径 b_i と最小直径 a_i との間に分布する変数であるがその分布の状態は理論的に楕円と見做した場合には U 型分布をなす。

しかし実際の上記の試料については一部は正規型に近い物もあるが大部分は略々一様な分布と見做して差支えないと見做される故にここでは簡単に取扱う為に一様分布と仮定する。すると

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \int_{a_i - \bar{x}_i}^{b_i - \bar{x}_i} \varepsilon_i d\varepsilon_i / (b_i - a_i) \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\varepsilon_i}^2 &= \left[\sum_{i=1}^n \int_{a_i - \bar{x}_i}^{b_i - \bar{x}_i} \varepsilon_i^2 d\varepsilon_i / (b_i - a_i) \right] \times \left(\frac{1}{n} \right) \\ &= \frac{1}{12n} (b_i - a_i)^2\end{aligned}$$

となる。今

$$b_i - a_i = R_i$$

とおくと

$$\sigma_{\varepsilon_i}^2 = \frac{1}{12} \bar{R}_i^2$$

故に

$$\sigma_{x_{ij}}^2 = \sigma_{\bar{x}_i}^2 + \frac{1}{12} \bar{R}_i^2$$

又

$$\bar{R}_i^2 = \bar{R}^2 + \sigma_{R_i}^2$$

ここで $\bar{R}_i$ は R_i の平均値, $\sigma_{R_i}^2$ は

$$\sigma_{R_i}^2 = \frac{S(R_i - \bar{R}_i)^2}{n-1}$$

である。故に

$$\sigma_{x_{ij}}^2 = \sigma_{\bar{x}_i}^2 + \frac{1}{12} (\bar{R}^2 + \sigma_{R_i}^2) \quad (5)$$

此の式の左辺は任意抽出法による測定値の分散を示し右辺の第一項はあらゆる方向の平均直径の分散を示し（此が最大直径と最小直径とを有意抽出した場合それらの平均直径の変動に当る）、第二項は任意抽出法の為に増加した分散を表わしている。

霧島国有林の試料を用い（5）式に代入してみると

$$\begin{aligned}\sigma_{x_{ij}}^2 &= 22.675 + \frac{1}{12} (1.874 + 0.357) \\ &= 22.675 + 0.186\end{aligned}$$

となる。故に任意抽出法による為の分散の増加は $\frac{0.186}{22.675} = 0.008$ 即ち 0.8% にすぎない事がわかる。

V 任意抽出法と有意抽出法との比較

以上で任意抽出法は理論的にも実際の試料に基いてもその妥当性が証明され又任意抽出法による分散の増加は実際の試料に基いて 1% 以下である事がわかつたので任意抽出法は胸高直径測定法として実用上価値がある事が明らかとなつた。そこで任意抽出法と有意抽出法とを試料に基いて比較検討してみよう。

IV において ϵ_1 は一様分布をなすという仮定をたてた。この仮定のもとでは最大直径と最小直径との平均はあらゆる直径の平均となり有意抽出法中最大直径と最小直径の平均直径を用いる方法は任意抽出法による方法と同じ推定値を与える事になる。これを実際に調べてみると Table 3 の 1 欄と 2 欄に示す様になりこれらを真の直径と比べると 3 欄からわかる様に有意抽出法は真の平均値より平均 0.07 cm 過大推定をなし任意抽出法は平均 0.09cm の過大推定をなしている。そして有意抽出法と任意抽出法の差の平均は 0.02cm であり IV でたてた仮定の中対称性（此は一様分布の中の一つの性質である）は略々証明された事になる。従つて厳密には有意抽出法の方が精度がよいがこの差 0.02cm は抽出変動に比べれば問題にならない。そこで作業能率の方から考えてみよう。有意抽出法は一本の樹木につき最大直径と最小直径の二直径を測定せねばならず此に対し任意抽出法は一樹木につき一直径のみを測定すればよくその為の分散の増加量は 0.8 % であつたので有意抽出法と同じ精度の測定をなすには本数において 0.8 % 余分に直径を測定すればよい事になる。即ち測定回数から云えば $\frac{108}{200} = 0.54$ 即ち 54 % で同じ精度の測定が出来るわけである。又正確に最大直径と最小直径を測定するという事は困難であり、これが不正確になると任意抽出法より bias が大きくなる恐れがある。例えば普通現場でよく行われている最小直径の代りに最大直径と直角方向の直径を測定する場合には最大直径と最小直径との夾角はこの試料では $35^\circ \sim 90^\circ$ の間にあり平均 66° であつた為これらの平均値を測定する時は

Table 3.

$\frac{1}{2}(\text{max. diameter} + \text{min. diameter})$	average of all direct diameter	true diameter	$\frac{1}{2}(\text{max.d.} + \text{its rect-angle diameter})$	$\frac{1}{2}(\text{max. diameter} + \text{min. diameter})$	average of all direct diameter	true diameter	$\frac{1}{2}(\text{max.d.} + \text{its rect-angle diameter})$
13.75	13.85	13.76	13.75	22.20	22.21	22.11	22.40
10.25	10.36	10.29	10.25	22.15	22.04	21.99	22.20
15.80	15.78	15.68	15.85	19.75	19.88	19.75	19.75
23.10	23.11	23.09	23.20	16.15	16.08	15.95	16.25
21.85	21.73	21.63	22.00	10.80	10.99	10.92	11.15
17.35	17.35	17.28	17.40	16.65	16.71	16.58	16.85
14.55	14.59	14.54	14.70	14.05	14.03	13.95	14.30
15.65	15.66	15.54	15.80	13.70	13.69	13.62	13.75
29.35	29.37	29.20	29.50	13.65	13.76	13.67	13.85
20.30	20.37	20.29	20.30	20.95	20.91	20.77	21.25
27.55	27.42	27.28	27.75	19.35	19.44	19.29	19.35
11.05	11.09	11.08	11.20	16.20	16.15	16.09	16.35
19.65	19.81	19.73	20.20	12.90	12.89	12.82	13.00
17.50	17.62	17.37	17.60	16.30	16.33	16.30	16.50
16.90	16.95	16.89	16.95	17.15	17.11	17.09	17.35
15.25	15.23	15.18	15.35	26.45	26.46	26.41	26.55
24.95	25.24	25.05	25.15	14.30	14.41	14.29	14.65
24.10	24.06	23.97	24.35	631.60	632.58	629.45	636.80

Table 3 の 4 欄に示す様に真の直径との bias は 0.21cm に増大している。しかしながらこの bias も抽出変動に比べれば問題にならないので Sampling 調査をなす場合には有意抽出法としてはこの方法を使つても差支えはあるまい。ただこの方法を用いると最大直径と最小直径を用いた場合よりも常に過大推定をなしているのだと云う事は忘れてはならない。

以上のべた事は Sampling 調査における有意抽出法と任意抽出法であつたが、これに対し毎木調査の時にも各樹木の直径測定方向の任意抽出法と有意抽出法について考えてみよう。この場合有意抽出法は明らかに Table 3 から求められる様な bias を含み最大直径と最小直径との平均直径を用いた場合は bias は平均 0.07cm であり、最大直径とそれに直角方向の直径との平均直径を用いた場合の bias は前者の 3 倍の 0.21cm を示す。これに対して任意抽出法の推定値の期待値は 0.09cm の bias を含むがこの外に抽出変動を含む為に常にこの推定値の期待値と同じ値は得られず平均値の期待値を中心として IV のべた $\sqrt{\frac{\sigma_{\varepsilon_i}^2}{n}}$ の範囲の中に 68 % の確率で推定値の平均値が入り又合計の期待値を中心として $\sqrt{n\sigma_{\varepsilon_i}^2}$ の中に推定値の合計が 68 % の確率で入る事になるわけである。試料について云えば $\sqrt{\frac{0.186}{35}} = 0.07$ 即ち 18.07 ± 0.07 , 18.00cm と 18.14cm との間に平均値の推定値が又 $\sqrt{0.186 \times 35} = 2.53$ 即ち 632.58 ± 2.53 , 630.05cm と 635.11cm との間に全体の推定値が 68 % の確率で入る事になる。又任意抽出法の bias は 0.09 cm であるが

$$\frac{0.09}{0.07} = 1.3 < 1.96$$

あるから 5 % の危険率で bias は無視出来る。故に毎木調査の場合についても任意抽出法による bias は問題にならない。以上の事を実証する為に実際の試料より任意方向の直径を 20 回抽出した結果を Table 4 に示す。Table 4 より明らかな様に上記の範囲外にあるのは 20 回中 4 回であり、その確率は 80 % で上記の確率より随分上廻つてゐるがこれもつと試行回数を増せば 68 % に近づく筈である。Table 3 と Table 4 とを比較してみると任意抽出法の方が有意抽出法中最大直径とそれに直角方向の直径との平均直径を用いた場合より全部精度がよくなつてゐる事がわかる。故に毎木調査の場合には抽出木による変動がないのでこの方法は使用しない方がよい。

以上のべた事を纏めてみると任意抽出法は理論的にも實際的にも妥当な胸高直径測定法である。Sampling 調査（全林分から樹木を抽出する場合）を行う時は任意抽出法の為にかかる変動の増加は 1 % 以下である。又この場合任意抽出法の推定値の期待値と真の直径との bias は抽出変動に比べて無視出来る。そして有意抽出法中最大直径と最小直径の平均直径を用いる方法は bias は任意抽出法より小さいがこの bias は抽出変動に比べて問題にならない上一樹木につき 2 回直径を測定せねばならぬし又厳密にそれらの直径を測定する事は困難であるので任意抽出法の方がよい。最大直径とそれに直角方向の直径との平均直径を用いる方法は最大直径と最小直径の平均直径を用いる方法により能率的ではあるが bias は大になる。しかしこの bias は抽出変動に比べて無視出来るので有意抽出法としてはこの方がよいかも知れないがやはり任意抽出法よりは劣る。毎木調査においては有意抽

Table 4.

回 数 樹木 番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	14.4	13.1	13.4	13.6	13.2	14.4	12.9	12.9	14.5	12.9	14.6	13.8	14.1	14.5	14.6	12.9	14.6	14.5	13.9	14.4
2	10.3	10.4	10.6	10.0	10.6	10.3	10.6	10.5	10.4	9.9	10.1	10.5	10.5	10.5	10.5	10.6	9.9	10.0	10.0	9.9
3	15.9	15.3	15.3	16.3	15.9	16.3	15.2	15.4	16.1	16.4	16.4	15.4	15.6	15.5	15.5	15.3	15.8	16.3	15.4	15.6
4	23.1	23.1	23.1	23.2	23.1	23.1	23.2	23.3	23.1	23.0	23.2	23.2	23.2	23.1	23.0	23.1	23.1	23.2	23.1	23.1
5	21.1	21.4	21.2	21.7	21.5	21.2	22.7	21.1	21.2	22.7	22.0	21.5	22.1	22.7	21.0	21.3	22.1	22.7	22.4	21.2
6	17.3	17.4	17.3	17.3	17.4	17.4	17.5	17.3	17.1	17.6	17.3	17.3	17.4	17.3	17.4	17.1	17.2	17.3	17.3	17.4
7	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.6	14.5	14.9	14.6	14.6	14.6	14.8	14.4	14.4	14.8	14.2	14.6	14.3	14.5	14.5
8	15.4	16.4	16.1	16.3	15.6	15.4	15.6	15.7	16.4	15.4	15.4	15.4	15.2	16.1	15.9	15.9	15.4	15.4	16.3	15.4
9	30.1	28.9	29.5	19.1	23.9	29.5	28.9	28.6	29.1	29.6	29.2	29.8	29.1	29.6	30.0	28.7	28.6	23.6	29.6	29.1
10	20.7	20.4	20.0	20.6	20.2	20.0	20.2	20.5	20.5	20.4	20.6	20.0	20.4	20.9	19.9	20.7	19.7	20.6	20.2	20.8
11	27.7	26.7	27.1	27.2	27.7	27.5	27.8	27.2	28.1	26.8	27.1	27.8	23.2	26.9	27.2	27.4	27.1	27.9	28.1	28.2
12	10.7	11.4	10.7	11.2	10.7	10.7	11.2	10.9	11.2	11.1	10.8	11.1	11.4	10.7	11.2	11.2	11.2	11.2	11.2	11.2
13	20.0	18.9	20.0	19.7	20.1	18.9	20.1	18.9	19.2	19.2	20.0	20.1	20.4	20.1	19.9	18.9	19.0	20.1	19.9	20.1
14	16.6	16.6	16.6	16.5	16.6	17.1	16.8	17.8	16.6	17.2	18.0	17.1	18.4	16.7	16.8	18.5	16.6	16.9	17.1	16.7
15	17.1	16.8	17.2	17.2	17.3	16.8	17.4	16.8	16.8	17.2	16.5	16.8	76.4	16.8	17.4	16.8	16.7	16.5	16.4	16.8
16	15.0	15.4	15.0	15.1	15.5	15.3	15.6	14.8	15.0	15.4	15.1	15.2	15.1	15.6	15.2	15.7	15.6	15.5	15.1	15.1
17	24.3	26.1	26.4	26.1	26.1	24.5	24.9	29.1	26.0	26.2	35.7	23.6	25.3	25.1	26.5	25.7	26.3	23.5	25.8	26.1
18	23.9	24.0	24.4	24.3	23.5	24.7	24.0	24.7	23.9	23.9	21.7	23.9	24.5	24.7	24.3	23.9	23.5	24.5	23.6	24.7
19	21.5	22.5	23.1	22.6	21.9	21.8	22.5	21.3	22.5	22.5	21.7	22.6	21.7	22.0	23.1	22.2	22.5	22.5	21.7	22.2
20	21.7	21.7	22.1	22.3	22.4	22.3	22.0	22.6	21.1	21.6	22.0	21.6	21.7	21.7	22.3	22.2	22.2	22.1	22.1	21.6
21	20.5	21.1	18.5	18.6	19.4	19.1	20.3	21.1	20.7	20.7	19.0	20.5	19.1	19.5	19.2	20.3	18.6	20.8	20.8	19.1
22	16.2	16.6	15.9	15.9	15.9	16.0	15.9	15.7	15.8	15.9	15.9	15.8	15.9	15.8	15.7	16.0	15.8	15.9	16.4	16.5
23	11.2	11.3	11.2	11.0	10.7	10.5	11.2	11.1	10.7	11.1	11.0	11.3	10.4	11.2	11.3	10.7	11.3	11.2	11.2	11.2
24	16.9	16.9	16.9	16.1	16.7	16.7	16.2	17.0	16.7	16.4	16.9	16.4	16.7	16.4	17.0	16.7	16.8	6.17	17.2	17.0
25	14.0	14.2	14.2	13.8	14.4	13.6	14.5	13.5	14.2	13.6	13.6	14.1	14.4	14.5	14.0	14.1	14.4	14.1	14.1	13.5
26	14.0	13.5	14.3	13.2	13.2	14.0	13.2	13.8	14.3	13.2	14.0	14.0	13.2	14.0	13.3	14.0	14.0	14.1	13.2	13.7
27	13.7	13.6	14.1	13.6	13.5	14.1	13.7	14.0	14.1	13.7	13.2	13.5	13.7	13.8	13.8	14.1	13.5	13.8	14.0	14.0
28	20.7	21.2	20.6	20.6	20.8	20.6	21.5	21.1	20.8	20.9	20.7	21.5	21.5	20.6	20.6	20.8	20.6	21.1	21.0	20.8
29	18.6	19.7	20.1	20.1	18.9	19.8	19.5	20.0	19.7	18.9	19.6	19.9	19.1	19.7	19.7	18.7	19.6	18.9	16.8	20.0
30	16.3	16.0	16.1	15.8	16.2	15.9	15.8	19.1	16.3	15.9	16.3	16.2	16.5	15.9	16.1	16.0	16.5	16.1	16.1	16.1
31	12.5	12.7	12.9	12.9	13.2	12.6	12.9	12.9	13.1	13.2	12.5	12.6	13.1	12.5	13.4	13.2	12.6	12.5	12.6	13.2
32	16.7	16.4	16.7	16.4	16.4	16.4	16.6	15.9	16.4	16.1	16.0	16.4	16.0	16.5	16.4	16.7	16.4	16.4	16.3	15.9
33	17.0	17.0	17.4	17.5	17.1	17.5	17.1	17.5	17.5	17.2	17.0	16.9	17.1	17.1	17.0	17.2	17.1	17.2	17.2	17.1
34	26.7	27.2	27.1	27.3	27.3	25.9	26.2	27.4	27.4	26.1	27.4	27.2	26.1	26.4	26.6	27.3	25.9	25.8	27.2	27.2
35	14.7	14.3	14.6	14.7	14.4	13.8	14.5	14.2	13.8	14.8	14.6	14.3	14.2	14.3	14.2	14.6	14.2	14.6	14.8	14.3
計	631.7	633.0	634.4	632.4	630.8	628.3	632.7	633.9	635.9	631.3	632.1	632.1	632.1	633.1	634.8	632.5	629.0	633.8	635.6	633.7

* 32%の危険率で有意と認められたものを示す

出法は抽出変動がないので bias だけが問題になる。これに対して任意抽出法は抽出変動も加わる為に始から bias の小さい有意抽出法中最大直径と最小直径との平均直径を用いる方法が精度はよい。最大直径とそれに直角方向の直径との平均直径を用いる方法は任意抽出法の抽出変動と bias とを加えたものよりも 100 回中 25 回位は少くとも大きいのでこの方法は明らかに劣る。最大直径と最小直径との平均直径を用いる方法は任意抽出法より精度上からは優るとは云え、その差は僅少であり実際には厳密な判定が困難な上測定回数も 2 倍になるので任意抽出法を用いる方が有利であろう。結局 Sampling 法、毎本法何れからみても任意抽出法は実用上直径測定 of 最良の方法であると思う。

最後に本研究を御指導下さった木梨助教授並びに調査に協力された栗屋、有村、中村、本城の四氏及び高崎営林署に謝意を表する。(1953年3月21日)

参 考 文 献

- (1) 吉田 正男：測樹学要論
- (2) 清野 要：樹幹断面積の算出について 林学会誌 10 卷 4 号
- (3) 高田 和彦：立木胸高断面積測定法について 林学会九州支部研究会抄報 第 7 回
- (4) G. W. Snedecor Statistical methods.

Résumé

When the diameter breast high is measured with the callipers, the following errors are anticipated.

- (1) The error owing to the direction of measurement.
- (2) The error owing to the height of measurement.
- (3) The error owing to the angle between the callipers and the stem axis.
- (4) The error owing to the angle between two arms of the callipers.

Since (4) is a constant error, only (1) (2) and (3) are to be treated. The first report treats only (1), especially the random sampling method in the measurement of diameter breast high.

As the method of diameter breast high measurement, we used to measure the maximum and minimum diameters purposefully. Against this, the method of measuring the diameter at random is considered. The first problem with the random sampling method is what indicates the estimate value by the random sampling method. The answer is the average diameter of all direct diameters of about all trees as expressed by Equation (1). Unless the sectional form is circular, the estimated diameter is not identical with the true diameter. The bias is expressed by Equation (4). The bias is negligibly small with the practical data. Under the assumption that the sectional form is elliptical, the bias with one tree is shown in Table 1 and the difference between the theoretical bias and practical bias is shown in Table 2. As given in Table 2, the practical bias is larger than the theoretical bias by 1.4 times. Using the random sampling method, the variance increases because the sampling variance is added. The increase of variance is expressed by the second term in the right hand of Equation (5). Inserting the practical data in this equation, the increase of variance by random sampling method is 0.8 per cent. After all, the random sampling method is better than the purposive method for the practical use, because the bias is negligibly small, the increase of variance is within 1 per cent and because the frequency of measurements is reduced about by half.