

## 超離散法に基づく音響現象と生物リズム現象の研究

儀保, 伸吾

<https://hdl.handle.net/2324/1543988>

---

出版情報：九州大学, 2015, 博士（芸術工学）, 課程博士  
バージョン：  
権利関係：やむを得ない事由により本文ファイル非公開（3）

氏 名 : 儀保 伸吾

論 文 名 : 超離散法に基づく音響現象と生物リズム現象の研究

区 分 : 甲

## 論 文 内 容 の 要 旨

振動波動現象の解析手法の一つとして、超離散法が知られている。超離散法とは、微分方程式の独立変数(時間・空間)と従属変数(状態)とをシステムチックに離散化し、解析する手法のことである。超離散法による解析モデルでは、微分方程式で捉えられない描像で現象を記述できるため、現象理解に有用である。本論文では、超離散法を用いて、音響現象と生物リズム現象の解析をおこなった。

音響現象について、音場の解析手法には、波動音響学と幾何音響学という二つの方法が知られている。波動音響学は、音を波動的に扱う方法であり、幾何音響学は、室の寸法に比べて波長が十分短いとき(アイコンナル近似、高周波近似)に成り立ち、音を粒子的に扱う方法である。幾何音響学を用いると、音の伝播の様子を直観的に理解できる。一方、超離散法は超離散極限という操作によって導出される。幾何音響学のアイコンナル近似と超離散法の超離散極限とは類似しており、両者とも粒子的な解析モデルを導出する操作であるため、両者の関連性が示唆される。本研究では、幾何音響学と超離散法との類似性に着目し、音場解析の超離散モデルの可能性を探る。

まず、音波の振る舞いを記述する線形波動方程式の超離散化をおこなう。双線形化法を用いて、線形波動方程式を超離散化すると、非線形ソリトン方程式の一つとして知られている超離散戸田格子方程式と形式的に同一の方程式が得られた。ここで、線形波動方程式を超離散化する際には、超離散化のためのパラメータである  $\varepsilon$  を  $\varepsilon \rightarrow +0$  とする極限操作(超離散極限)が必要である。しかし、幾何音響学とのアナロジーから、 $\varepsilon$  を有限な値にした場合、波動性が現れることが期待される。そこで、超離散化のためのパラメータ  $\varepsilon$  と波動性との関係について調べた。その結果、 $\varepsilon$  が十分小さいとき、振幅関数に空間依存性はなく、粒子的な振る舞いをするが、 $\varepsilon$  を大きくすると、振幅関数に空間依存性が現れ、波動性が強くなることが分かった。このことから、超離散法では、 $\varepsilon$  を有限とすることで、波動性を取り入れた解析ができる可能性があることがわかる。

次に、超離散法のより現実的な応用として、残響公式の導出を試みる。そのために、音波の振る舞いを記述する線形波動方程式を、進行波に着目して超離散化した。得られた超離散方程式について、鏡像法を用いて、反射、吸音を定義した。そして、超離散型の残響公式を導出した。超離散型の残響公式は、超離散化のためのパラメータ  $\varepsilon$  を  $\varepsilon \rightarrow +0$  とする超離散極限をとることで、幾何音響学で得られるアイリングの残響公式と一致する。この結果は、幾何音響学と超離散法が等価な操作であることを示すものである。さらに、超離散型の残響公式について、 $\varepsilon$  を有限にすることは、幾何音響学に波動性を取り入れた残響公式になる可能性がある。

超離散法は、音波に限らず、様々な振動波動現象に有効な方法である。そこで、音波以外の周期現象

への超離散法の応用として、体内時計のモデル化をおこなった。体内時計の分子機構には、遺伝子とタンパク質のネガティブフィードバックによるものと遺伝子によらないタンパク質のリン酸化によるものが存在することが知られている。しかし、どちらの機構も2変数常微分方程式によって記述すると、持続的な振動が生じない。また、一細胞中に存在する分子の数は少数であり、常微分方程式のような連続なモデルよりも、離散的なモデルの方が適切であることが考えられる。そこで、本研究では、ネガティブフィードバックモデルとタンパク質のリン酸化モデルを、それぞれ差分化、超離散化し、その構造を調べた。

ネガティブフィードバックモデルは、時間差分間隔  $\delta$  が大きいときに、周期的なリズムが発生することが分かった。この結果は、化学反応にかかる時間間隔が大きいときに体内時計のリズムの形成されることを意味している。生物学的に解釈すると、一細胞中に存在する体内時計に関わる分子の数が少数であるため、化学反応が離散的におこり、体内時計が作られると考えることができる。さらに、超離散モデルは、特別なパラメータのときに、ブール代数で記述されるシンプルなネガティブフィードバックモデルになる。ブール代数によるモデルは、ネガティブフィードバックの直観的な理解と一致し、この描像は現象理解にも有用である。

また、タンパク質のリン酸化モデルは、状態遷移の速度が線形な場合は振動しないが、状態遷移の速度に非線形性がある場合は振動することがわかった。