

Arithmetic topology on branched covers of 3-manifolds

植木, 潤

<https://doi.org/10.15017/1543932>

出版情報 : 九州大学, 2015, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 : 全文ファイル公表済

氏 名	植木 潤
論 文 名	Arithmetic topology on branched covers of 3-manifolds (3次元多様体の分岐被覆に関する数論的位相幾何学)
論文調査委員	主査 九州大学 教授 森下 昌紀 副査 東京大学 教授 古田 幹雄 九州大学 准教授 田口 雄一郎 名古屋工業大学 准教授 水澤 靖

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

植木潤氏の博士論文は、数論的位相幾何学、特に3次元多様体の分岐被覆に関するものである。

数論と結び目理論ないし3次元位相幾何学の間概念的な類似性があることは1960年代半ばに B. Mazur により指摘され、長い沈黙の後、1990年代後半に M. Kapranov, A. Reznikov, 森下昌紀により独立に組織的研究が始められた。未だ基礎付け的なレベルにおいても問題が沢山残っている新しい数学の分野である。

植木潤氏はこの分野の基礎を短期間に習得し、3次元多様体の分岐被覆に関する数論的位相幾何学について続々と以下のような研究成果を挙げた。

まず、植木氏は数論における種の理論の3次元多様体における類似を確立した。ここで、同氏は代数体の単数と3次元多様体内の2-サイクルの類似性を初めて詳細に研究し、2-サイクルの Galois コホモロジーが(CW 構造の取り方によらず)位相不変量になることを示した。次に、イデールの類体論の3次元多様体における類似を研究した。これは新甫洋史氏との共同研究であるが、先行する新甫氏の結果(ホモロジー3球面)を任意の3次元多様体に拡張している。ここで、代数体の素点全体の集合や代数閉包の3次元多様体における類似は何か、という根本的な問題が深く追求されている。素点の集合の類似として新甫氏が導入した Very admissible knot set をさらに精密化した Very admissible link なる概念や代数閉包の類似として universal branched cover なる新しい概念が導入され、それを基礎にして理論を構築している。また、類体論のコホモロジー的公理化の類似までも研究されている。

さらに、植木氏は岩澤理論の3次元位相幾何学的類似についても多くの研究結果を出している：岩澤の漸近類数公式をモデルとするホモロジー増大公式、岩澤ラムダ不変量の類似物の導入とそれに関する木田の公式の類似、岩澤ミュー不変量の振る舞いに関する岩澤の定理の類似等々である。またここでも、分岐 Z_p 被覆なる新しい基礎的な概念を導入して理論を構築している。岩澤理論は Galois 表現の円分変形(GL(1)変形)の理論ともみなされるが、植木氏は、Mazur による Galois 表現の変形理論をモデルとして、結び目群の SL(2)表現の変形理論の基礎付けを与えた。これは、森下、高倉裕氏、寺嶋郁二氏との共同研究であるが、植木氏は2橋結び目群の Riley 表現の SL(2)普遍変

形を具体的に求めている。

以上に述べたように、植木氏の研究は、基本的、根本的な概念を深く追求し、新しい概念を導入して理論を構築する、というスタイルであり、大学院生としては異例の独創性を有している。

以上の植木潤氏の結果は、数論的位相幾何学における大変優れた価値ある業績と認められる。よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。