

p進体のAPF拡大に付随する無限次ベースチェンジについて

高田, 芽味

<https://doi.org/10.15017/1543931>

出版情報 : Kyushu University, 2015, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 : Fulltext available.



氏 名	高田 芽味
論 文 名	The infinite base change lifting associated to an APF extension of a p -adic field (p 進体の APF 拡大に付随する無限次ベースチェンジについて)
論文調査委員	主 査 九州大学 准教授 田口 雄一郎 副 査 九州大学 教授 森下 昌紀 副 査 九州大学 准教授 権 寧魯 副 査 東京大学 准教授 三枝 洋一

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文に於いて高田芽味氏は、 p 進体上の一般線型群の保型表現の、基礎体の有限次巡回完全分岐拡大に付随するベースチェンジと Kazhdan による近い体の理論から来る対応とが適当な状況下で一致する事を証明し、その応用として p 進体の APF 拡大に付随する無限次ベースチェンジを構成している。

Langlands 予想に依れば、保型表現とガロア表現とが一定の条件を保ちつつ対応するが、この対応に於いて、ガロア表現側の「制限」に対応する保型表現側の操作が「ベースチェンジ」であり、(一般には未だ構成されていないが) 本論文で使われる場合には構成されている。一方で、非アルキメデスの局所体上の保型表現については、Kazhdan の「近い体の理論」というものがあり、それに依れば、十分「近い」二つの局所体上の代数群の保型表現たちは、分岐があまり大きくない範囲に限れば一対一に対応する。本論文では、基礎体の有限次完全分岐拡大に於いて上の体と下の体が Kazhdan の意味で十分近い時、適当な仮定の下、これら二つの対応が一致する事が証明されている。この様に、起源の異なる二つの対応が一致するという結果は、理念的にも応用上も重要であり、大きな価値のある結果であると言える。

実際高田氏はこの結果を無限次 APF 拡大に関するベースチェンジに応用している。 p 進体の APF (arithmetically profinite) 拡大とは「十分速く」分岐して行く有限次拡大の列であるが、Fontaine と Wintenberger はこの様な拡大列の「極限」として「ノルム体」と呼ばれる標数 p の局所体を構成した。高田氏の結果をこの様な拡大列に適用する事によりベースチェンジの列、ひいては無限次拡大に関するベースチェンジが得られるが、その「極限」はノルム体上の一般線型群の保型表現と解釈出来る。さらに、この無限次ベースチェンジ写像は単射からは程遠いが、そのファイバーは或る指標群上の等質空間として明快な構造を持つ事も示されている。この様にして、標数 0 の局所体上の保型表現から標数 p の局所体上の保型表現が得られ、異なる標数の局所体上の保型表現論の間に橋を架ける事が出来た。この様な結果は、標数 0 (resp. p) の局所体上では知られているが標数 p (resp. 0) の局所体上では知られていない様な結果を他方の標数へ移植しようとするときに有効に使われ得る。一般線型群の場合の局所 Langlands 対応は既に両方の標数で知られているが、所謂「効果的局所 Langlands 対応」への応用や、一般の簡約代数群の局所 Langlands 対応等、未だ

多くの未解決問題が残されており、それらの問題に高田氏の結果やその一般化が応用されて行く事が期待される。

以上の結果は、保型表現論およびガロア表現論に於いて既に知られている深い結果に立脚しながら、それらをさらに深めた、大変優れたものであり、数論幾何学の分野において価値ある業績と認められる。

よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。