p進体のAPF拡大に付随する無限次ベースチェンジについて

高田，芽味

https://doi.org/10.15017/1543931

出版情報：Kyushu University, 2015, 博士（数理学），課程博士
バージョン：

（様式３）

氏　　名　：高田 芽味

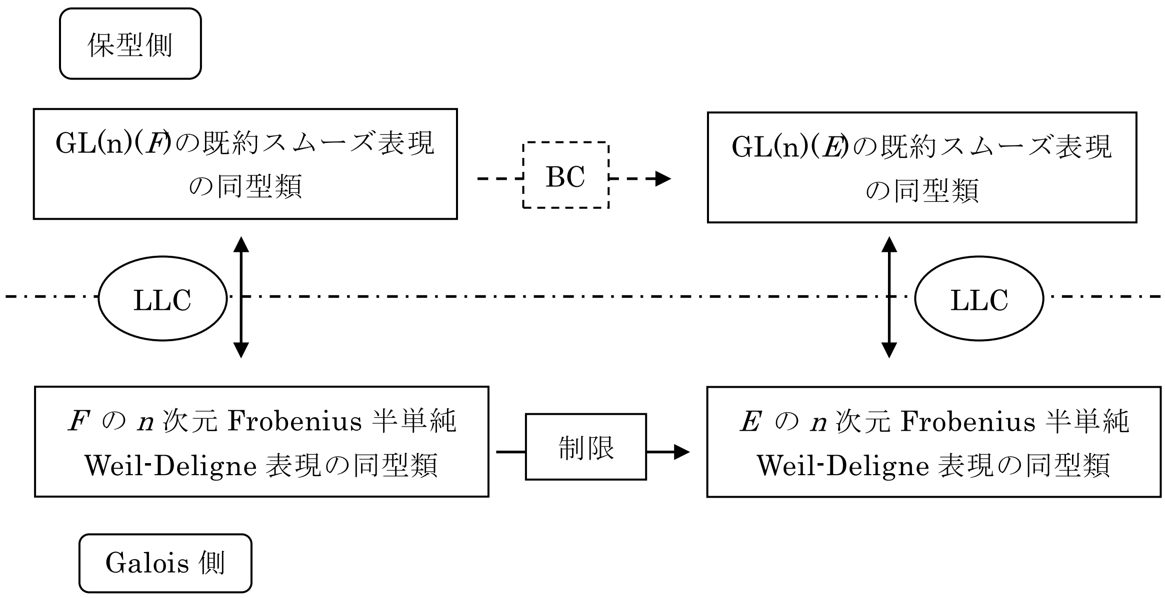
論 文 名　：The infinite base change lifting associated to an APF extension of a p-adic field
（p 進体の APF 拡大に付随する無限次ベースチェンジについて）

区　　分　：甲

論　文　内　容　の　要　旨

本論文では，p 進一般線型群の表現の有限次完全分岐拡大に付随するベースチェンジと Kazhdan による近い体の理論から来る対応のある状況下での一致を証明し，その系として p 進体の APF 拡大に付随する無限次ベースチェンジを構成した．

ベースチェンジとは, Langlands 予想で重要な役割を果たす操作であり, 大域体や局所体など種々の体ごとに定式化されている．本論文で考察する体は剰余標数 p の局所体 F である．F に対する Langlands 予想とは,「GL(n)(F) の既約スムーズ表現の同型類（保型側）と F の n 次元 Frobenius 半単純 Weil-Deligne 表現（Galois 側）の同型類の間に L 関数や ε 因子などを保つ全単射 LLC が存在する」という主張で，Harris-Taylor によって既に証明されている．ここで F の Weil-Deligne 表現とは F の Weil 群のスムーズ表現とモノドロミー作用素と呼ばれるその表現の線型変換からなるデータである．体拡大 E/F をとると，E の Weil 群は F の Weil 群の閉部分群なので，F の Weil-Deligne 表現から E の Weil-Deligne 表現へ「制限」をとるという操作ができる．この LLC による対応物が,（局所）ベースチェンジである．以下略して BC と記す．



このように異なる体を係数に持つ群の表現の対応として，Kazhdan の近い体の理論からできるものもある．剰余標数 p の局所体 F' と F'' に対し，それぞれの整数環をその極大イデアルの ℓ 乗で割った剰余環の間に同型 ϕ があるとき，その二つの体は ℓ だけ近いという．この ϕ とその他いくつかのデータを固定することで，p 進整数環上定義される代数群 G に対し，$G(F')$ の表現と $G(F'')$ の表現の間に部分的に対応が構成できる．より正確には，ある自然数 r に対し，レベル r の合同部分群による固定部分が全体を生成するような表現（以下では分岐が ℓ 以下の表現と言い表す）全体の成す部分圏どうしの間に圏同値が構成できる．また G =GL(n) のときは $r=\ell$ ととれることを Lemaire が証明している．特に L/K を完全分岐拡大とすると，この体拡大に固有の正の実数 $u(L/K)$ が存在し，それ以下の ℓ については L/K に付随するノルム写像から得られる写像を環同型 ϕ として採用することで K と L が ℓ だけ近いことがわかる．この圏同値からくる既約スムーズ表現の間の写像を Kaz とかく．

本論文では，ℓ を $u(L/K)/2^n$ 以下に抑えれば，分岐が ℓ 以下の表現に対しては BC と Kaz が一致することを証明した．その手法は，次のようなものである．まず同様の主張を保型側ではなく Galois 側で証明し，それを Aubert-Baum-Plymen-Solleveld の定理を用いて保型側に移行することで証明を完了した．

この系として，無限次 APF 拡大に付随するベースチェンジを構成できた．無限次 APF 拡大を大雑把にいえば程よく無限に暴分岐している拡大のことで，例として p 進数体に 1 の p べき根を全て添加して得られる体拡大が挙げられる．この例では中間体として p 進数体に 1 の p^m 乗根を添加して得られる体が現れ，それは m に関する増大列をなす．一般的な APF 拡大 E/F においても，標準的な体拡大の列 $E/\cdots/F_m/\cdots/F_2/F_1/F$ がとれる．Fontaine-Wintenberger の仕事により，無限次 APF 拡大 E/F から標数 p の局所体 F_∞ でその乗法群が F_m の乗法群のノルム写像に関する逆極限になっているものが構成できる．我々のベースチェンジは巡回無限次 APF 拡大 E/F に対し，GL(n)(F)の表現を GL(n)(F_∞)に移すもので，それは次のように構成される：まず GL(n)(F)の表現を適当な m に対し F_m までベースチェンジする．すると F_m と F_∞ が十分近くなり，Kaz によってその GL(n)(F_m)の表現から GL(n)(F_∞)の表現が構成でき，それをベースチェンジの行先とする．この構成が m の取り方によらないことに，先に示した BC と Kaz の一致が用いられる．