New Keynesianモデルにおけるインフレ率と失業率の関係

中村, 周史
九州大学大学院経済学研究院経済工学部門 : 講師

https://doi.org/10.15017/1515770

出版情報：經濟學研究. 81 (4), pp.151-162, 2014-12-26. 九州大学経済学会

New Keynesian モデルにおけるインフレ率と失業率の関係

中　村　周　史

1　はじめに

New Keynesian モデルは、Yun(1996) や King and Wolman(1996) から現在に至るまで過去 20 年に渡る発展を遂げ、現在ではマクロ経済における変動やその安定化政策の標準的分析ツールとしての地位を獲得した。実際、多くの中央銀行や政策機関は Smets and Wouters(2003, 2007) や Christiano, Eichenbaum, and Evans(2005)、 Erceg, Guerrieri, and Gust (2006) のような中規模の New Keynesian モデルを用いた政策シミュレーション[*1]を行っている。

こうした New Keynesian モデルに対する批判も多く存在し、中でも失業の不在はしばしば主要な欠点として指摘されていた。従来の New Keynesian フィリップス曲線（NKPC）では、インフレ率と産出量ギャップ（または限界費用）の関係が記述されていた。この産出量ギャップを伝統的 Keynesian の非自発的失業と重ねて理解されることもあったが、その源泉は異なる。伝統的 Keynesian の指摘する非自発的失業は非ワルラス均衡より生まれる非自発的失業、ひいては産出量ギャップであった。しかし、NKPC における産出量ギャップは、価格調整の粘着性から生じる価格伸縮的な均衡における産出量との乖離であり、労働市場は常に均衡しているため、非自発的失業は生じていない。産出量ギャップが存在する状態にあっても、家計は自身の生涯効用を最大にする一階条件に従って労働供給の調整を行っており、労働市場の需給均衡における労働量の減少は、失業を意味しないのである。

一方で、実際の政策において、失業率はしばしばその目的変数となり、議論の対象となる重要なマクロ経済変数である。特に、世界金融危機以降に世界中で発生した急速な失業率の悪化は、マクロ経済政策、中でも金融政策目標における重要な争点となった。近年においても英国や米国では、金融政策の目標として失業率の水準を掲げており[*2]、金融政策とインフレ率、失業率は伝統的なフィリップス曲線の議論と同様に、その関係が意識されているのである。したがって、これらと失業率の動学的な関係について焦点と批判が及ぶことは自然であると言える。

しかしながら、動学的一般均衡における失業の導入そのものは決して新しい研究分野ではない。例えば、RBC モデルでは失業と景気循環の関係について明らかにするため、Andolfatto(1996) や Merz(1995) がジョブ・サーチモデルで労働市場を考えることで失業を導入しており、近年においても Den Haan et al.(2000) Shimer (2005)、Hall (2005)、Trigari (2009) など多くの研究が行われている。また、貿易論の分野においても、企業の異質性を仮定した Melitz(2003) の新々貿易理論に労働市場の不完全性を導入することで、国内の輸出企業の平均賃金が非輸出企業のそれよりも高いという賃金格差を Helpman et al. (2010) が説明している。

[*1] 例えば、米連邦準備制度理事会（FRB）では SIGMA、欧州委員会では QUEST III、英国中央銀行では BEQM、カナダ中央銀行では ToTEM や BoC-GEM と呼ばれる DSGE モデルを使った政策分析を行っている。

[*2] FRB は 2012 年 12 月から、インフレ率が 2.5 %を下回る水準にとどまるとみられる限り、失業率が 6.5 %に低下するまで利上げを検討しないとするフォワードガイダンスを採用していた。これは 2014 年 3 月 19 日に削除されるまで続いた。

これらの多くは Mortensen and Pissarides （1994）型のサーチ理論に基づく労働市場を考えることで失業を扱っており、New Keynesian モデルでも当初 Thomas (2007) や Blanchard and Gali (2010)、Gertler and Trigari (2009)、Monaceli, Perotti, and Trigari (2010) のように、この方法に従った失業の導入が多く試みられた。しかし、近年では Gali (2011) で示された可変賃金マークアップ率と失業を線形関係で記述することで労働市場における失業を考える研究が多く行われるようになってきている。

本稿では、こうした Mortensen and Pissarides（1994）型のサーチ理論に基づくアプローチと、Gali(2011) の賃金マークアップ率を利用したアプローチという 2 つの失業の導入方法について整理し、New Keynesian モデルにおけるインフレ率と失業の関係についての考察を行っていく。

2　基本的なモデルの設定

失業を導入したモデルでは多くの場合、家計に関する仮定は共通している。これは標準的な消費と余暇から成る効用関数に対して、家計に関する構成員についての仮定を追加するというものである。まず、家計は差別化された労働力を持っており、多数の構成員から形成される。労働供給の意思決定は賃金水準を所与として、個々の労働者により行われる。また、家計の構成員の労働市場における状態は雇用と失業の 2 状態のみを考え、雇用状態にある各構成員は決まった単位の労働量の提供を行う[*3]と仮定する。

したがって、家計は 0 から 1 の間に連続で分布する無数の構成員によって組織され、以下の家計単位の効用関数を最大化するように意思決定を行うことになる。

$$E_0 \sum \beta^t \left(\log C_t - \chi \int_0^{N_t} j^{\varphi} dj \right) \tag{1}$$

$$where \ \int_0^{N_t} j^{\varphi} dj = \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}, \ 0 \leq N_t \leq 1$$

ここで、家計構成員 $j \in [0,1]$ であり、C_t は差別化された財からなる代替弾力性 ε の CES 型消費指数、N_t は雇用者数をそれぞれ表している。

また、家計の直面する異時点間の予算制約は以下のように表される。

$$P_t C_t + E_t Q_{t,t+1} B_{t+1} \leq B_t + W_t^n N_t + \Pi_t$$

ここで、P_t は C_t に対応する物価指数、$\mathcal{Q}_{t,t+1}$ は確率的割引因子、W_t^n は名目賃金、Π_t は最終財企業による配当を表す。

これにより、労働市場において何らかの摩擦が存在すると、通常の限界代替率（MRS：Marginal Rate of Substitution）と実質賃金の間に乖離が生じるため、家計の構成員の中には雇用者と失業者が発生することになる。以下の二つのアプローチでは、この摩擦に対する考え方が異なっており、それ故インフレ率と失業率の関係についてのアプローチに相違が生まれることになる。

3　サーチ理論に基づく失業の導入

前節の家計を考えた下で、本節では Blancard and Gali (2010) に見られる Mortensen and Pissarides (1994) 型のサーチ理論に基づく労働市場を導入した場合の労働と失業を考えていく。このアプローチでは、

[*3] つまり、生産要素の分割不可能性を仮定している。

企業が採用する際に採用費用が発生すると考え、その費用が労働市場の逼迫率（tightness）[*4]の増加関数となると仮定することで、労働市場の摩擦を導入している。また、労働要素は完全競争の中間財企業に需要[*5]される。また前節の通り、労働供給側である家計の各構成員には失業と雇用の 2 状態のみを想定し、非労働力人口は考えないものとする。

3.1　最終財企業と中間財企業

最終財企業 $i \in [0,1]$ は独占的競争を仮定し、以下の生産関数に従って中間財 $X(i)$ から差別化された財 $Y(i)$ を生産する。ただし、中間財は完全競争であり全て同質であるとする。

$$Y_t(i) = X_t(i) \tag{2}$$

次に、完全競争下にある中間投入財企業 $z \in [0,1]$ は以下のような生産関数に従って同質な中間財 $X(j)$ を生産する。

$$X_t(z) = A_t N_t(z) \tag{3}$$

ここで、A_t は全ての中間財企業に共通の生産技術であり、定常過程に従うものとし、N_t は雇用量にあたる。

この中間財企業 j の雇用量に関して、t 期に中間財企業 j によって新規雇用された労働量を $H_t(z)$ とし、δ を離職率であるとすると、t 期における雇用量は以下のように表すことが出来る。

$$N_t(z) = (1-\delta)N_{t-1}(z) + H_t(z) \tag{4}$$
$$where\ \delta \in (0,1)$$

また、これら企業の数は常に一定であるとし、この経済における生産量は雇用量によって調整されると考える。

3.2　労働市場

3.2.1　採用費用と資源制約

仮定から、家計は常に失業か労働のどちらかの状況にあり、また労働人口は 1 であるため、経済全体の雇用総計を $N_t \equiv \int_0^1 N_t(z)dz$ ととすると、t 期首における失業者数 U_t は以下のように表される。

$$U_t = 1 - N_{t-1} + \delta N_{t-1} = 1 - (1-\delta)N_{t-1} \tag{5}$$

この期首に失業のプールにいる労働者の内、新規雇用者 $H_t \equiv \int_0^1 H_t(z)dz$ は t 期に失業の状態から抜ける。(4) 式から、この新規雇用総計は以下で求めることが出来る。ただし、$H_t \leq U_t$ である。

$$H_t = N_t - (1-\delta)N_{t-1} \tag{6}$$

(5) 式および (6) 式より、労働市場の就職率（job finding rate）である x_t は

$$x_t \equiv \frac{H_t}{U_t} \tag{7}$$
$$where\ x_t \in [0,1]$$

[*4] 労働市場の需給バランスを表す変数である。

[*5] 標準的な NK モデルと異なり不完全競争の最終財企業だけでなく完全競争の中間財企業を導入するのは、企業レベルにおける価格設定と賃金交渉の決定を切り離して取り扱うためである。

となる。これは同時に労働市場の逼迫率も表している。

また、失業率は以下で表されることになる。

$$u_t = 1 - N_t \tag{8}$$

一方、全ての中間財企業は一人労働者を雇用するためには採用活動にかかる費用 G_t が必要であり、この採用費用 G_t は労働市場の逼迫率 x_t に依存すると考え、以下のような関係を仮定する。

$$G_t = A_t B x_t^{\alpha} \tag{9}$$

ただし、$\alpha > 0$ であり、B は労働市場における摩擦の大きさを表す正の定数[*6]である。

また採用費用 (9) 式が存在するため、この経済における資源制約は以下で表現される。

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + G_t \\ \leftrightarrow C_t &= A_t(N_t - Bx_t^{\alpha}H_t) \end{aligned} \tag{10}$$

3.2.2　中間財企業の利潤最大化行動

中間財企業は完全競争であるため、価格を所与とし、(3) 式の生産技術の下で限界費用と限界収益の等しくなるよう利潤最大化を行う。

$$\left[\frac{P_t^I}{P_t}\right] A_t = W_t + G_t - \beta(1-\delta)E_t\left[\frac{C_t}{C_{t+1}}G_{t+1}\right] \tag{11}$$

ここで、P_t^I は中間財価格であり、P_t は消費者物価指数、W_t は実質賃金である。左辺は労働が生み出す実質限界収益を、右辺は中間財企業の負う実質限界費用を表しており、実質限界費用は実質賃金と今期かかる採用費用から、今期採用することで来期節約可能な採用費用の割引現在価値[*7]を差し引いたもので構成される。

一方、最終財生産企業は (2) 式の生産技術に従う独占的競争を仮定しているため、伸縮価格の下では、その利潤最大化の一階条件から最適な価格設定は

$$P_t = \mathcal{M}_p P_t^I \tag{12}$$

となる。$\mathcal{M}_p \equiv \frac{\epsilon_p}{\epsilon_p - 1}$ であり、ϵ_p は最終財間の代替弾力性を表す。つまり、伸縮価格の下での最終財企業の最適価格は、中間財価格にグロス・マークアップを上乗せした価格となる。

(11) 式および (12) 式から、中間財企業の採用費用に関する以下の式を得ることが出来る。

$$Bx_t^{\alpha} = \left[\frac{1}{\mathcal{M}_p} - \frac{W_t}{A_t}\right] + \beta(1-\delta)E_t\left[\frac{C_t}{C_{t+1}}\frac{A_{t+1}}{A_t}Bx_{t+1}^{\alpha}\right] \tag{13}$$

これより、限界収益は実質賃金と技術水準に依存することが分かる。

3.2.3　ナッシュ交渉問題と実質賃金の決定

次に、労働市場における賃金の決定について考える。雇用されている家計の価値を ν_t^N、失業している家計の価値を ν_t^U とすると、

$$\nu_t^N = W_t - \chi C_t N_t^{\phi} + \beta E_t\left\{\frac{C_t}{C_{t+1}}[(1-\delta(1-x_{t+1}))\nu_{t+1}^N + \delta(1-x_{t+1})\nu_{t+1}^U]\right\} \tag{14}$$

$$\nu_t^U = \beta E_t\left\{\frac{C_t}{C_{t+1}}[x_{t+1}\nu_{t+1}^N + (1-x_{t+1})\nu_{t+1}^U]\right\} \tag{15}$$

[*6] $B = 0$ の時、採用に費用はかからないため、摩擦は解消されることになる。

[*7] $\beta\frac{C_t}{C_{t+1}}$ は家計の生涯効用最大化の一階条件から、実質利子率の逆数となるため。

(14), (15) 式から、雇用関係が成立した際に家計が得る余剰は以下のように定義される。

$$S_t^H = \nu_t^N - \nu_t^U = W_t - \chi C_t N_t^{\phi} + \beta(1-\delta)E_t\left\{\frac{C_t}{C_{t+1}}\left[(1-x_{t+1})S_{t+1}^H\right]\right\} \tag{16}$$

一方、中間財企業は採用費用 G_t が新規雇用にはかかるため、ある雇用関係がもたらす企業側の余剰は以下となる。

$$S_t^F = A_t B x_t^{\alpha} \tag{17}$$

したがって、ϑ を労働者側の相対的な交渉力であるとすると、家計と企業間でのナッシュ交渉は $S_t^H = \vartheta S_t^F$ を満たす必要があり、(16), (17) 式より、実質賃金は以下のように決定されることになる。

$$W_t = \chi C_t N_t^{\phi} + \vartheta\left\{A_t B x_t^{\alpha} - \beta(1-\delta)E_t\left\{\frac{C_t}{C_{t+1}}\left[(1-x_{t+1})A_{t+1}Bx_{t+1}^{\alpha}\right]\right\}\right\} \tag{18}$$

つまり、ナッシュ交渉の結果、実質賃金は消費と労働の限界代替率だけではなく、労働市場の諸条件に依存して決定されることが分かる。

先ほどの企業の利潤最大化から導かれた (12) 式と (18) 式を合わせると、この労働市場における均衡条件を得ることが出来る。

$$\chi C_t N_t^{\phi} = \frac{1}{\mathcal{M}_p}A_t - (1+\vartheta)A_t B x_t^{\alpha} + \beta(1-\delta)E_t\left\{\frac{C_t}{C_{t+1}}\left[1+\vartheta(1-x_{t+1})\right]A_{t+1}Bx_{t+1}^{\alpha}\right\} \tag{19}$$

しかし、この労働市場均衡条件には大きな問題がある。それは実質賃金が伸縮的な下では、生産性ショックに対し雇用水準が不変[*8]となってしまうことである。これは、このセットアップの下では生産性ショックに対して消費と労働の限界代替率が比例的に変化してしまい、それによって十分に実質賃金が調整されてしまうために起こるものである。この場合、労働市場の摩擦は機能しなくなってしまう。

3.2.4 実質賃金の硬直性

先ほどのナッシュ交渉による労働市場均衡の近傍で経済は変動すると仮定し、上述問題を克服するため、Blanchard and Gali (2010) では Hall (2005) などに従い、実質賃金に対し以下のような硬直性を仮定している。

$$W_t = \Theta A_t^{1-\gamma} \tag{20}$$

ここで、$\gamma \in [0,1]$ であり、実質賃金の硬直性を表すパラメータである。また、Θ は正の定数である。γ が大きくなるほど生産性ショックに対して実質賃金は反応しなくなり、1 のときには完全に固定される。一方、$\gamma = 0$ のときにはナッシュ交渉解の実質賃金に一致[*9]する。

[*8] 資源制約 $C_t = A_t(N_t - Bx_t^{\alpha}H_t)$ を考えると、(19) 式から技術水準 A_t が消える。$\chi(1-\delta B) > 1 - [1+\alpha-\beta(1-\delta)]B$ を満たすとき、内点解 x が存在し、それは以下の方程式の解となる。

$$(1-\delta B x_t^{\alpha})\chi N(x)^(1+\phi) = \frac{1}{\mathcal{M}_p} - [1-\beta(1-\delta)](1+\vartheta)Bx^{\alpha} - \beta(1-\delta)C_t N_t^{\phi}\vartheta B x^{1+\alpha}$$

ここで、$N(x) \equiv x/[\delta+(1-\delta)x]$ である。これにより、失業率も $u = [\delta(1-x)]/[\delta(1-x)+x]$ となり、このナッシュ交渉解に対し、生産性ショックは影響しないため、失業率は不変となる。

[*9] ここではナッシュ交渉解を労働市場均衡と考え、その近傍で議論をしているため、A_t が定常であり、その平均を A、$\Theta = \left\{\frac{1}{\mathcal{M}_p} - [1-\beta(1-\delta)]Bx^{\alpha}\right\}A^{\gamma}$ であると仮定すると、その実質賃金の平均はナッシュ交渉均衡における実質賃金の平均に等しくなる。

したがって、(13) および (20) 式より、実質賃金の硬直性を仮定した下での均衡条件は以下のようになる。

$$Bx_t^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} [\beta(1-\delta)]^k E_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} \left[\frac{1}{\mathcal{M}_p} - \Theta A_{t+k}^{-\gamma} \right] \right\} \tag{21}$$

ここで、$\Lambda_{t,t+k} = \frac{C_t}{C_{t+1}} \frac{A_{t+1}}{A_t}$ である。

(21) 式より、実質賃金が硬直的な下では、労働市場の逼迫率は明らかに予想される生産性に依存しており、その程度は労働市場における摩擦によって影響を受けることが分かる。

3.2.5　名目価格の硬直性

最後に、最終財企業の価格設定行動について考える。最終財企業は通常の NK モデルと同様に、Calvo-Yun 型の価格設定行動を仮定する。毎期 $1-\theta$ の割合の企業のみが価格改定を行うものとすると、この経済における物価水準は、

$$P_t \equiv \left[\theta P_{t-1}^{1-\varepsilon} + (1-\theta) \bar{P}_t^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{22}$$

ここで、$\bar{P}_t$ は価格改定を行った企業の最適価格を表す。

t 期に価格改定を行う企業はその利潤最大化問題により、以下に従って最適価格を設定する。

$$E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathcal{Q}_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left(P_t^* - \mathcal{M}_p P_{t+k} MC_{t+k} \right) \right] \tag{23}$$

ここで、$\mathcal{Q}_{t,t+k} = \beta^k \frac{C_t}{C_{t+k}} \frac{P_{t+k}}{P_t}$ であり、確率的割引因子を表す。また、MC_t は実質限界費用を表す。

実質限界費用 $MC_t = \frac{P_t^I}{P_t}$ と (11) 式および (20) 式より、以下の実質限界費用に関する式を得る。

$$MC_t = \Theta A_t^{-\gamma} + Bx_t^\alpha - \beta(1-\delta) E_t \left\{ \frac{C_t}{C_{t+1}} \frac{A_{t+1}}{A_t} Bx_{t+1}^\alpha \right\} \tag{24}$$

したがって、このモデルにおいては、実質限界費用は労働市場における摩擦である B および α、実質賃金の硬直性 γ といった労働市場の条件に依存することが分かる。

3.3　インフレ率と失業率の関係

ここからは、上記で得られた関係式からサーチ理論に基づくインフレ率と失業率の関係について考えていく。まず、上記モデルを定常周りで対数線形近似[*10]を行い、以下を得る。なお、小文字の変数は大文字の変数の対数線形近似表現を表すものとする。

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \hat{m}c_t \tag{25}$$

$$\hat{m}c_t = \alpha g \mathcal{M}_p \hat{x}_t - \beta(1-\delta) g \mathcal{M}_p E_t \left[(c_t - a_t) - (c_{t-1} - a_{t-1}) + \alpha \hat{x}_{t+1} \right] - \Phi \gamma a_t \tag{26}$$

$$\delta \hat{x}_t = n_t - (1-\delta)(1-x) n_{t-1} \tag{27}$$

$$c_t = a_t + \frac{1-g}{1-\delta g} n_t + \frac{g(1-\delta)}{1-\delta g} n_{t-1} - \frac{\alpha g}{1-\delta g} \delta \hat{x}_t \tag{28}$$

ここで、π_t はインフレ率を表しており、ハットのついた小文字は当該変数の定常状態からの乖離を表している。また、$\lambda = \frac{(1-\beta\theta)(1-\theta)}{\theta}$ であり、$g = Bx^\alpha$、$\Phi = \mathcal{M}_p \frac{W}{A} = 1 - (1-\beta(1-\delta)) g^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} < 1$ である。

[*10] 具体的には定常状態の周りで対数線形近似を行っており、ある変数 X_t の定常値を X とすると、$x_t \equiv \log \frac{X_t}{X} \approx \frac{X_t - X}{X}$ である。

さらに、(8) 式から定常における失業率 u からの失業率 u_t の乖離を $\hat{u}_t$ とすると、

$$\hat{u}_t \equiv u_t - u = 1 - N_t - (1 - N) = -[(N_t - N)/N]N \approx -n_t(1 - u) \tag{29}$$

上式と (25) 式より、労働市場における逼迫率と失業率の間には以下のような関係が成立することになる。

$$(1 - u)\delta\hat{x}_t \equiv -\hat{u}_t + (1 - x)(1 - \delta)\hat{u}_{t-1} \tag{30}$$

最後に、こうした労働市場におけるインフレ率と失業率の関係を簡潔に見るために、g および δ が十分に小さいと仮定すると、(26)-(28) 式より、

$$\hat{mc}_t \approx \alpha g \mathcal{M}_p \left[\hat{x}_t - \beta E_t(x_{t+1})\right] - \Phi\gamma a_t \tag{31}$$

(25) 式および (31) 式から、インフレ率と労働市場の逼迫率、生産性ショックの間に以下のような関係式を得る事ができる。

$$\pi_t = \alpha g \mathcal{M}_p \lambda x_t - \lambda\Phi\gamma\sum_{k}^{\infty}\beta^k E_t(a_{t+k}) \tag{32}$$

a_t が $\rho_a \in [0, 1)$ の AR(1) 過程に従うと仮定すると、(30) 式および (32) 式より、

$$\pi_t = \alpha g \mathcal{M}_p \lambda x_t - \Psi\gamma a_t \tag{33}$$

ここで、$\Psi = \lambda\Phi/(1 - \beta\rho_a)$ である。これを (30) 式で失業とインフレ率の関係式に書き直すと、

$$\pi_t = -\kappa\left[1 - (1 - \delta)(1 - x)\right]\hat{u}_t - \kappa(1 - \delta)(1 - x)\Delta\hat{u}_t - \Psi\gamma a_t \tag{34}$$

ただし、$\kappa = \alpha g \mathcal{M}_p \lambda/\delta(1 - u)$ である。

これより、Mortensen and Pissarides 型のサーチ理論に基づく労働市場とマクロ経済の関係について以下のことが分かる。

まず、x および δ が大きい労働市場、つまりより流動的な労働市場においては、労働市場の逼迫率は当該期における失業率そのものにより強く連動することになる。反対に、x および δ が小さく、労働市場が硬直的な場合には、労働市場の逼迫率は失業率の変化 $\Delta\hat{u}_t$ に連動することになる。これは平均的なフローが大きいか否かによって、相対的フローの変化の大きさが異なることに起因している。

また、このことが経済におけるインフレ率と失業率の関係にも深く影響している。労働市場の逼迫率は限界費用に結びついており、結果 (33) 式の通りインフレ率は労働市場の逼迫率および生産性ショックと連動することになる。したがって、この逼迫率がどのような源泉によって強く影響を受けるのかということが、両者の関係を決定する。つまり、インフレ率は流動的な労働市場においては当該期の失業率が強く影響し、硬直的な労働市場では失業率の変化が強く影響することになる。また、実質賃金の粘着性 γ が大きくなることで、インフレ率に対して生産性ショックが与える影響が大きくなることも確認できる。

このアプローチの利点は、労働市場の状態を反映した失業から成るフィリップス曲線を導出することが出来る点にある。上記で見た通り、労働市場の摩擦の程度によりインフレ率に影響する失業は異なってくる。こうした労働市場の異質性によるフィリップス曲線における相違は、効率的な金融政策を運営に対し、重要な示唆を持っている。一方、実質賃金の硬直性や調整過程のアドホックな導入の仕方については批判があり、また失業率と欠員率の間の負の相関が再現できない[*11]といった問題も存在する。

[*11] 詳しくは Krause and Lubik (2007) を参照。

4 賃金マークアップ率の変化に基づく失業の導入

続いて本節では、Gali (2011) で示されたアプローチに基づき労働市場と失業の導入を行う。家計の効用関数については、前節と同様に (1) 式とその予算制約に従うものとする。

4.1 Erceg, Henderson, and Levin (2000) の粘着賃金モデル

このアプローチは Erceg, Henderson, and Levin (2000) に代表される粘着賃金モデルに依拠しているため、はじめに粘着賃金 NKPC を導出する。このモデルでは簡単化のため、摩擦は労働市場にしか存在せず、財市場は完全競争であると仮定[*12]する。

差別化された労働を提供する家計は賃金交渉力を持つため、期待生涯効用を最大にするように名目賃金を決定する。ただし、名目賃金の改定機会は限られており、第3節の最終財企業の Calvo 型価格設定と同様に、毎期一定確率 $1-\theta_w$ で改定を行うことが出来ると仮定する。

また、差別化された労働力について CES 型の関数を仮定すると、企業の利潤最大化問題から、労働需要関数は以下となる。

$$N_{t+k|t} = \left(\frac{W_t^{n*}}{W_{t+k}^n}\right)^{-\epsilon_w} N_{t+k} \tag{35}$$

ここで、$N_{t+k} = \int_0^1 N_{t+k}(z)dz$ であり $t+k$ 期における労働需要の総量を表している。W_t^{n*} は t 期に賃金改定機会を得た家計にとっての最適名目賃金であり、$N_{t+k|t}$ は t 期に名目賃金を設定した家計に対する $t+k$ 時点の労働需要量を表す。

t 期に賃金改定機会を得た家計は、その期待効用を最大化にするように最適名目賃金を設定し、その一階条件は以下となる。

$$\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left\{\frac{N_{t+k|t}}{C_{t+k}}\left[\frac{W_t^{n*}}{P_{t+k}} - \mathcal{M}_w MRS_{t+k|t}\right]\right\} = 0 \tag{36}$$

ここで、$MRS_{t+k|t} \equiv \chi C_{t+k} N_{t+k|t}^{\varphi}$ であり、効用最大化の一階条件から導かれる消費と労働の限界代替率である。また、$\mathcal{M}_w \equiv \epsilon_w/(\epsilon_w - 1)$ は賃金改定に摩擦が存在しない場合に達成される賃金マークアップ率である。

上記 (36) 式を定常状態周りで対数線形近似すると、

$$w_t^{n*} = \bar{\mu}^w + (1-\beta\theta_w)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left\{mrs_{t+k|t} + p_{t+k}\right\} \tag{37}$$

を得る。$\bar{\mu}^w \equiv log\mathcal{M}_w$ であり、$MRS_{t+k|t} \equiv \chi C_{t+k} N_{t+k|t}^{\varphi}$ および (35) 式から

$$mrs_{t+k|t} = mrs_{t+k} - \epsilon_w\varphi(w_t^{n*} - w_{t+k}^n) \tag{38}$$

である。CES 型賃金関数を定常周りで対数線形近似すると $w_t^n = \theta_w w_{t-1}^n + (1-\theta)w_t^{n*}$ であるから、(37), (38) 式と合わせて賃金変化率整理すると、と以下の粘着賃金モデルにおける NKPC を得ることが出来る。

$$\pi_t^w = \beta E_t \pi_{t+1}^w - \lambda_w(\mu_t^w - \bar{\mu}^w) \tag{39}$$

[*12] つまり、全ての企業は同質な財を生産しており、価格形成力を持たないと考える。

ここで、$\lambda_w \equiv \frac{(1-\beta\theta_w)(1-\theta_w)}{\theta_w(1+\epsilon_w\varphi)}$ であり、μ_t^w は t 期における平均賃金マークアップ率を表している。したがって、粘着賃金モデルから導かれる NKPC では、名目賃金変化率は期待の名目賃金変化率と正の相関を持ち、賃金マークアップ率のギャップとは負の相関を持つことが分かる。

4.2　賃金マークアップ率と失業率の関係

ここからは、失業を導入するため、実質賃金と失業率の関係について考えていく。まずは労働市場における供給側の問題を考える。第 2 節の家計の効用関数の一階条件より、前節と同様に以下の条件を満たす場合に家計は追加的な労働を投入したいと考えることが分かる。

$$W_t \geq \chi C_t j^{\varphi} \tag{40}$$

つまり、家計はその効用に関する消費と労働の限界代替率を上回る実質賃金である限り求職することになる。この (40) 式がバインドする求職者数を L_t とすると、$W_t = \chi C_t L_t^{\varphi}$ となり、効用を最大化する家計は本来この水準まで労働供給を行うことになる。この時の関係式は、対数線形近似では以下のように書き表すことが出来る。

$$w_t = c_t + \varphi l_t \tag{41}$$

これはこの経済における労働供給関数を表している。

平均賃金マークアップ率は、

$$\mu_t^w \equiv w_t - mrs_t = w_t - c_t - \varphi n_t \tag{42}$$

したがって、失業率は労働市場における需給の差として定義[*13]することが出来る。

$$u_t \equiv l_t - n_t \tag{43}$$

(41)-(43) 式より、賃金マークアップ率と失業率の間には以下のような関係があることが分かる。

$$\mu_t^w = \varphi u_t \tag{44}$$

この経済における労働市場の需給関係を表したものが図 1 である。このモデルにおいて失業が発生する背景は、経済で観察される過度な実質賃金が生み出す労働需給のずれである。完全競争の企業にとって、実質賃金を所与とした下での利潤最大化の一階条件から導かれる最適意思決定は、限界費用と限界収益が等しくなる水準での雇用および産出である。このモデルでは伸縮的な場合の賃金水準からの乖離として賃金マークアップが存在し、この MRS に比べて高い実質賃金が過剰な求職者を生むために、失業が発生する仕組みとなっている。したがって、平均賃金マークアップ率と失業の間には (44) 式のような線形な関係が成立することになる。

一方、上記関係は賃金マークアップ率の乖離が存在しない場合には完全雇用水準が達成されることになる。つまり、伸縮的な賃金の下で想定される賃金マークアップ率と自然失業率 u^f の関係は $\bar{\mu} = \varphi u^f$ で表現できる。これより、賃金マークアップ率の乖離は自然失業率からの失業率の乖離として書き直すことが出来る。

$$\mu_t^w - \bar{\mu}^w = \varphi(u_t - u_t^f) \tag{45}$$

---

*13 失業率が十分に小さい場合, $1 - \frac{N_t}{L_t} = 1 - \exp(-u_t) \simeq u_t$ である。

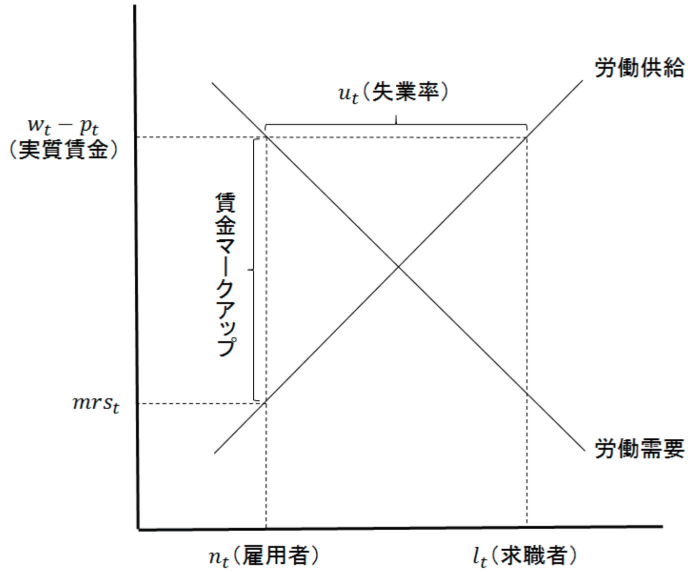

図１　賃金マークアップと失業率の関係

4.3　インフレ率と失業率の関係

(45) 式と (39) 式から、名目賃金変化率と失業率の関係は以下の NKPC として表される。

$$\pi_t^w = \beta E_t \pi_{t+1}^w - \lambda_w \varphi (u_t - u_t^f) \tag{46}$$

したがって、両者の間には負の相関が存在し、また賃金変化率はその期待にも依存して決定されることが分かる。

このアプローチの利点は、Phillips(1958) 以来の伝統的賃金フィリップス曲線と整合的であるという点と、粘着賃金 NKPC に比べ推計上の困難が大きく軽減されるという点である。前者について、伝統的賃金フィリップス曲線は、(34) 式の静学における賃金変化率と失業率の関係を示したものであることが分かる。ただし、伝統的フィリップス曲線はあくまで統計上の関係を示したものであったのに対し、(34) 式の係数は構造パラメータに基づいているという点で大きく意味が異なる。また後者に関しては、粘着賃金 NKPC の場合、実質賃金ギャップを直接観察することが困難であるため、代理変数を用いる必要がある。しかし、実質賃金ギャップは摩擦が存在しない場合の実質賃金と現実に観察される実質賃金の乖離として定義されているため、それに対応する代理変数として何を用いるかには議論の余地が残る。一方、この失業率とインフレ率との関係で表現される NKPC であれば、失業率を直接に観察することが出来るため推計が容易である。また、従来の粘着賃金モデルの簡単な拡張であるため、中規模の DSGE モデルにも適応しやすく、実用性に優れている。

ただし、この賃金フィリップス曲線の意味する失業については留意が必要である。このモデルにおける非自発的失業の源泉はあくまで賃金の調整の遅れであるため、ここでいう自然失業率は労働市場の需給のミスマッチから生じる構造的失業を意味するわけではない。したがって、直接この自然失業率を観察することが出来な

いという問題[*14]がある。また、前節と比較しても、労働市場の条件（交渉力、採用費用、離職率）に依存した摩擦を想定していたサーチ理論に基づく失業とは異なるものであることが分かる。

5　終わりに

本稿では、２つのアプローチによって得られたフィリップス曲線を基に、New Keynesian モデルにおけるインフレ率と失業率の関係について考えてきた。上述の通り、両者はともに重要な示唆を持ち、そのことは失業の動学を解明し、また金融政策の運営をより効率的なものへと発展させるものである。実際、DSGE に労働市場の摩擦を導入した分析は、近年特に中央銀行を中心に増えており、失業の動学そのものに関心がなくとも、モデルの景気循環に対するフィットを向上させる目的で労働市場に関する摩擦が用いられる傾向にある。そのため、今後もより精緻な議論と拡張が進むだろう。一方で、2 つのアプローチは賃金の粘着性により失業率の定常水準からの乖離を生み出すという点において共通しているものの、何を失業の源泉となる労働市場の摩擦と捉えるかによって得られる失業の持つ意味が異なっており、その点には大いに注意を払う必要がある。

参考文献

[1] Andolfatto, D., (1996). "Business Cycles and Labor-Market Search," *American Economic Review*, 86 (1), pp.112-132.

[2] Blanchard, O. and J. Gali, (2010). "Labor Markets and Monetary Policy: A New Keynesian Model with Unemployment," *American Economic Journal: Macroeconomics*, 2(2), pp.1-30.

[3] Christiano, L. J. and M. Eichenbaum and C. L. Evans, (2005). "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy." *Journal of Political Economy*, 113, pp.1-45.

[4] Den Haan, W. J., G. Ramey, and J. Watson, (2000). "Job destruction and Propagation of Shocks," *American Economic Review*, 90 (3), pp.482-498.

[5] Erceg, C., L. Guerrieri and C. Gust, (2006). "SIGMA: A New Open Economy Model for Policy Analysis," *International Journal of Central Banking*, 2(1), pp.1-50.

[6] Erceg, C., D. Henderson, and A. Levin, (2000). "Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts," *Journal of Monetary Economics*, 46(2), pp.281-313.

[7] Gali, J., (2011). "The return of the wage Phillips curve," *Journal of European Economic Association*, 9(3), pp.436-461.

[8] Gertler, M. and A. Trigari, (2009). "Unemployment Fluctuations with Staggered Nash Wage Bargaining," *Journal of Political Economy*, 117(1), pp.38-86.

[9] Hall, R., (2005). "Employment Fluctuations with Equilibrium Wage Stickiness," *American Economic Review*, 95(1), pp. 50-65.

[10] Helpman, E., O. Itskhoki, and S. Redding, (2010). "Inequality and Unemployment in a Global Economy," *Econometrica*, 78(4), pp.1239-1283.

[11] King, R. G. and A. L. Wolman, (1996). "Inflation Targeting in a St. Louis Model of the 21st Century," Federal Reserve Bank of St. Louis Review, 78, pp.83-107.

[*14] Gali (2011) では、サンプル期間の平均値に攪乱項を加えた形で自然失業率が仮定されている。

[12] Krause, M. U. and T. A. Lubik, (2007). "The (ir) relevance of real wage rigidity in the New Keynesian model with search frictions." *Journal of Monetary Economics*, 54(3), pp.706-727.

[13] Melitz, M. J., (2003). "The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity," *Econometrica*, 71(6), pp.1695-1725.

[14] Merz, M., (1995). "Search in the Labor Market and the Real Business Cycle," *Journal of Monetary Economics*, 36 (2), pp.269-300.

[15] Monacelli, T., R. Perotti and A. Trigari, (2010). "Unemployment fiscal multipliers," *Journal of Monetary Economics*, 57(5), pp. 531-553.

[16] Mortensen, D. T. and C. A. Pissarides, (1994). "Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment, *Review of Economic Studies*, 61(3), pp.397-416.

[17] Phillips, A. W., (1958). "The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957," *Economica*, 25, pp.283-299.

[18] Shimer, R. (2005). "The Cyclical Behavior of Equilibrium Unemployment and Vacancies," *American Economic Review*, 95(1), pp.25-49.

[19] Smets, F. and R. Wouters, (2003). "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area," *Journal of Economic Association*, 1(5), pp. 1123-1175.

[20] Smets, F. and R. Wouters, (2007). "Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach." *American Economic Review*, 97(3), pp.586-606.〔九州大学大学院経済学研究院　講師〕

[21] Thomas, C., (2007). "Search Frictions, Real Rigidities and Inflation Dynamics," CEP Discussion Paper, No. 822.

[22] Trigari, A., (2009). "Equilibrium Unemployment, Job Flows, and Inflation Dynamics," *Journal of Money, Credit and Banking*, 41(1), pp.1-33.

[23] Yun, T., (1996). "Nominal price rigidity, money supply endogeneity and business cycle," *Journal of Monetary Economics*, 37, pp.345-370.

〔九州大学大学院経済学研究院　講師〕