Adelic Cohomology Groups for Arithmetic Varieties and Ind-Pro Topology in Dimension Two

菅原, 弘太郎

https://doi.org/10.15017/1500519

出版情報：九州大学, 2014, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：

（様式３）

氏　　名　：菅原　弘太郎

論 文 名　：Adelic Cohomology Groups for Arithmetic Varieties and Ind-Pro Topology in Dimension Two
（算術的多様体に対するアデリックコホモロジー群と 2 次元算術的アデール環の Ind-Pro 位相）

区　　分　：甲

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は算術的多様体上のアデリックコホモロジー理論と算術的曲面上のアデール環が持つ位相的構造に関する研究についての内容を含んでいる．これらは翁林先生との共同研究（共著論文「Arithmetic Cohomology Groups」）の中で得られた結果である．

＜背景＞

アデール環，もしくはより一般にアデリック群とは代数的多様体上の各点の情報を含むアーベル群である．すなわち，これらアデリック群は各点の形式的近傍上で定義される函数を含む代数的構造を持っている．

アデールの起源は C. Chevalley が類体論の道具として導入したイデール群である．A. Weil はこのイデール群を乗法群に持つような環を各代数的曲線上で定義した．これがアデール環と呼ばれるものである．

Weil はこのアデール環の部分群や商群を使って代数的曲線上の Riemann-Roch の定理を記述し，証明を行った．このとき導入された部分群や商群がアデリックコホモロジー群と呼ばれるものである．

A. N. Parshin や A. A. Beilinson はより高次元の多様体上でもアデリックコホモロジー群を構成した．このアデリックコホモロジー群は関連する層のコホモロジー群と一致することが示されている．

アデリックなアプローチを用いる理論には関連するアデリック群が持つ位相群構造が重要な役割を果たしていることも多い．例えば，Tate の学位論文の中アデリック群を用いて定義されるゼータ函数や，アデリック代数群に付随する玉河数は関連する位相群構造の中で定義される測度を用いて計算される．

一方で算術的多様体に対するアデリックなアプローチも行われている．

L. Weng は算術的曲線に対するアデリックコホモロジー理論を発展させると共に算術的曲線上の Riemann-Roch の定理を算術的曲線上のアデリックコホモロジー群を使って記述し，証明を行った．

また D. V. Osipov/A. N. Parshin らは各算術的曲面上でアデール環を構成している．

＜目的＞

我々の目的は一般の算術的多様体上の各準連接層に対しアデリック群やアデリックコホモロジー群を構成し，構成されたアデリックコホモロジー群の諸性質を研究することであり，加えて，アデリックコホモロジー群の諸性質を調べるために，アデリック群が持つ位相群構造に関する研究を発展させることである．

＜結果＞

我々は Parshin, Beilinson, Weng, Osipov-Parshin らの研究に動機づけられて，算術的多様体上の各準連接層に対しアデリック群やアデリックコホモロジー群を構成した．

アデリック群の構成はアーベル群の射影的極限(Projective limit)と帰納的極限(Inductive limit)の繰り返しによって得られる．そのためアデリック群は Ind-Pro 構造を持っている．この Ind-Pro 構造により，我々は各算術的多様体に付随するアデール環に Ind-Pro 位相を入れることでアデール環を位相群にすることができる．特に我々は算術的曲面上のアデール環がこの位相群構造に関して自己双対性を持っていることを示した．

我々はアデール環が Hausdorff, complete, compact oriented な性質を持っていることを示した．

また，我々は M. Morrow が発展させた算術的曲面上の留数理論を用いて算術的曲面上のアデール環に対し留数ペアリングを導入した．この留数ペアリングはアデール環が自己双対性を持っていることにより完全ペアリングとなっている．

我々は算術的曲面上のアデール環に対する完全ペアリングを用いることで算術的曲面上の可逆層に付随するアデリックコホモロジー群が双対性を持っていることを示した．これは代数的曲面上の可逆層に付随するコホモロジー群が持つ Serre 双対性のアナロジーとなっている．

アデリック群の特別な場合として 01 型, 02 型, 12 型のアデリック群を導入したが，これらが留数ペアリングに対してある双対性を持っていることも示している．ここで 01 型は曲面と曲線に関連する点の情報を含むアデリック群であり, 02 型は曲面と閉点に関連する点の情報を含むアデリック群であり，そして 12 型は曲線と閉点に関連する点の情報を含むアデリック群である．

アデリックコホモロジー群はこれらのアデリック群を用いて記述されることから，我々はアデリックコホモロジー群の双対性が成り立つことを 01 型, 02 型, 12 型アデリック群の双対性用いて証明している．