

Study on decay properties of solutions of the compressible Navier-Stokes equation in critical spaces

沖田, 匡聡

<https://doi.org/10.15017/1500514>

出版情報：九州大学, 2014, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：
権利関係：全文ファイル公表済



氏 名	沖田 匡聡				
論 文 名	Study on decay properties of solutions of the compressible Navier-Stokes equation in critical spaces (圧縮性ナビエ・ストークス方程式の臨界空間における解の時間減衰に関する研究)				
論文調査委員	主 査	九州大学	教授	隠居 良行	
	副 査	九州大学	教授	川島 秀一	
	副 査	大阪大学	教授	小林 孝行	

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は n 次元全空間上の圧縮性 Navier-Stokes 方程式の静止定常解の安定性を考察したものである。圧縮性 Navier-Stokes 方程式は流体力学の基礎方程式であり、偏微分方程式論においても種々の重要な研究課題を提供し活発に研究されている。圧縮性 Navier-Stokes 方程式は準線形双曲-放物型方程式系に分類されるものであり、波の伝播と粘性拡散の相互作用により解は時間無限大において興味深い挙動を示す。空間多次元の圧縮性 Navier-Stokes 方程式については、松村-西田（1979 年）により静止定数定常解のまわりで時間大域解の存在が証明され、さらに静止定数定常解の摂動の L^2 ノルムの時間減衰評価も与えられた。以来、より広い関数空間における時間大域的一意可解性や摂動の L^p ノルムの時間減衰評価、時間無限大における漸近挙動に関する詳細な研究などが行われ、近年、Danchin による臨界 Besov 空間における定数定常解のまわりでの時間大域的一意可解性などの興味深い成果が得られている。一方で、時間減衰評価が得られていた解のクラスは時間大域的一意可解性が示されている解のクラスよりもより強い可微分性が要求される狭いクラスとなっていた。本論文で申請者の沖田氏は静止定常解の摂動の L^2 ノルムの時間減衰評価に関する研究を行い、先行研究よりも広いクラスに属する解の時間減衰評価を得ることに成功している。

論文の第 1 部において、沖田氏はポテンシャル外力下での圧縮性 Navier-Stokes 方程式の静止定常解の安定性を考察している。ポテンシャル外力下では圧縮性 Navier-Stokes 方程式は空間非一様な密度分布をもつ静止定常解をもつ。Duan-Liu-Ukai-Yang（2007 年）により、空間次元が 3 以上の場合にこの静止定常解の安定性が考察され、摂動の L^2 ノルムの最適な時間減衰評価が得られていた。沖田氏は、初期摂動の属する Sobolev 空間の微分階数に関して Duan-Liu-Ukai-Yang による先行研究よりも弱い条件の下で摂動の L^2 ノルムの最適な時間減衰評価を得ることに成功した。証明においては、解を低周波部分と高周波部分に分解し、低周波部分に対しては線形化半群の減衰評価を用い、高周波部分に対してエネルギー法を用いる解析手法を導入している。また沖田氏の手法により、ポテンシャル外力の可微分性に対する条件も改善された。さらに、ポテンシャル力がない場合には、Wang-Tang（2011 年）により空間次元が 3 の場合にソボレフ空間 H^2 に初期値をもつ時間大域解の L^2 ノルムの時間減衰評価が得られていたが、その結果を空間次元が 2 以上の場合へ拡張した。

論文の第 2 部では、時間大域的一意可解性が知られている関数空間の中では最も広い臨界 Besov 空間に属する解の時間減衰評価が考察されている。第 1 部で展開した解の低周波-高周波分解手法をさらに発展させ、摂動の L^2 ノルムのみならず Besov ノルムの最適な時間減衰評価の導出に成功している。

証明においては、低周波部分を評価するために線形化半群の Besov 空間における減衰評価を導出し、他方、高周波部分の評価には Danchin の臨界 Besov 空間におけるエネルギー法が用いられている。考察する関数空間に属する解の可微分性が弱いために最適な時間減衰評価を得るためには非線形項の評価もそれほど容易なことではなく、精密な評価が要求される。沖田氏は Bony 分解を用いて、非線形項における解の低周波部分同士の自己相互作用、高周波部分同士の自己相互作用、および低周波部分と高周波部分の相互作用を巧妙に評価し、非線形項評価における可微分性の損失と時間減衰とのバランスをうまくとることによってこの困難を克服している。

これらの結果はすでに知られている静止定常解の摂動の時間減衰評価に関する結果を本質的に改良したのみならず、本論文において沖田氏が展開した解析手法は、非線形偏微分方程式の解の時間無限大における漸近挙動の解析の進展に寄与する重要なものである。

以上のように沖田匡聡氏は圧縮性 Navier-Stokes 方程式の安定性解析において顕著な研究成果を挙げ、それらは流体方程式の数学解析において価値ある業績であると認められる。よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。