

# A Study on 2D Shape Interpolation Using Affine Maps

松下, 昂平

<https://doi.org/10.15017/1500513>

---

出版情報：九州大学, 2014, 博士（機能数理学）, 課程博士  
バージョン：  
権利関係：全文ファイル公表済

氏 名	松下昂平			
論 文 名	A Study on 2D Shape Interpolation Using Affine Maps (アフィン変換を用いた 2 次元形状補間に関する研究)			
論文調査委員	主 査	九州大学	准教授	溝口 佳寛
	副 査	九州大学	教授	若山 正人
	副 査	九州大学	教授	落合 啓之

## 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文では、コンピュータグラフィックス(CG)に用いられる形状補間手法に関する考察を行っている。特に、ARAP(As-Rigid-As Possible Shape Interpolation)と呼ばれる三角形分割された図形とそれぞれの三角形ごとに定まる複数のアフィン変換を用いて定式化する剛性保存補間手法について考察を行い、それらの特徴付、および、高速計算アルゴリズムの提案を行っている。また、特徴判定や高速計算アルゴリズムを実装し、計算機実験により特徴評価や計算時間の評価も行っている。

CG分野において補間手法の研究は1990年代に始まる。「モーフィング」と呼ばれる2つの異なる画像を画素ごとに連続的に補間することで変化する動画を構築する新しい手法は、実在しない中間画像たちを自然な映像として提示することで、人々の興味をひき、CM映像等でも多く利用された。その後、画像だけでなく形の情報を持つ幾何学的対象の補間映像を作成するために、アフィン変換、等角写像、そして、それらの族を用いて定式化を行い、さまざまな新しい手法が提案されている。幾何学的対象の連続変化は数学におけるホモトピーという概念に対応し、位相幾何学分野において、その変化や不変量の様々な研究が行われている。CG分野においては、形状を剛体と考え、その剛性を保存する補間手法を物理法則ではなく、複数のアフィン変換を用いて構成する多くの手法が提案され考察されている。一方で、それらの手法は、利用して構築した具体映像や具体的な操作に関する考察が多く、統一的な手法そのものの考察は、行われていなかった。

本研究者は、CG分野において提案されている形状補間手法の中で、ARAPと呼ばれる手法について、統一的な視点から複数の手法の考察を行った。特に、「良い」補間と呼ぶ概念を数学的特徴量である面積や長さの変化で定式化することを提案し、補間が「良くなる」ための必要十分条件を求め、与えられた初期図形に対して、各補間手法の「良さ」を判定する計算式を具体的に求めた。また、補間計算で多く用いられる指数行列の計算において、利用される行列のサイズが $3 \times 3$ であるという特徴を活かし、固有値のみを用いた指数行列の計算式、そして、固有値においても3次方程式の解の公式を用いた直接的な計算式を与え、計算アルゴリズムの高速化を行っている。そして、計算実験により、演算アルゴリズムだけでなく、形状補間アルゴリズムに組み込んだ際の実行についても計算時間、および、計算誤差の影響の評価を行っている。最後に、本研究において形状補間アルゴリズムの比較を行うために様々な初期形状の入力、アルゴリズムやパラメータの選択を容易に行えるソフトウェアを本研究社自身がPython言語により実装している。このソフトウェアにより、さまざまな補間手法の具体的な変形動画が作成され、特徴の評価が行われている。

このように、本研究者によって定式化された形状補間の特徴量、および、その判定式は新しい提案であり、理論面でも応用面でも新たな可能性を開くことが期待出来る。また、高速指数行列計算

式の提示、および、その形状補間アルゴリズム内での有効性の確認は実用化も期待出来る。また、以上の結果は、CG 分野から派生した数学理論としても特に価値がある業績と認められる。

よって、本研究者は博士（機能数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。