

A Study on a Game of Pursuit and Evasion on a Cycle Graph

池田, 有希

<https://doi.org/10.15017/1500511>

出版情報 : 九州大学, 2014, 博士 (機能数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 : 全文ファイル公表済

氏 名 : 池田 有希

論 文 名 : A Study on a Game of Pursuit and Evasion on a Cycle Graph
(円環グラフ上の追跡回避ゲームについての研究)

区 分 : 甲

論 文 内 容 の 要 旨

本論文ではグラフ上のランダムウォークについて研究を行ったものである。特にハンター・ラビットゲームと呼ばれるグラフ上の追跡回避ゲームによる定式化を行った。

ハンター・ラビットゲームはそれぞれハンター、ラビットと呼ばれる二人のプレイヤーにより行われるゲームである。二人のプレイヤーはランダムに選ばれた出発点から単位時間ごとにランダムウォークを行う。ハンターはラビットを捕まることが目的であり、ラビットはハンターから可能な限り長い時間逃げるのが目的である。ランダムウォークの結果、同時刻でハンターとラビットが同じ頂点上に存在するときにハンターはラビットを捕まえたとして定義する。

ハンター・ラビットゲームはモバイルアドホックネットワークにおける携帯電話間のメール送受信プロトコルに利用されている。ハンター・ラビットゲームのラビットが捕まるまでの時間は携帯電話からメールを送信し、携帯電話がメールを受信するまでの時間に対応し、より短い時間を実現する戦略が求められる。

本論文は以下のような構成になっている。まず、第1節では研究の背景を述べる。第2節ではハンター、ラビット双方の戦略の定義を行う。ラビットの戦略は \mathbf{Z} 上の次元ランダムウォークによって定式化される。このとき任意のハンターの戦略、ラビットの戦略に対し、ハンターがラビットを捕まえる確率の下限と上限の評価を行う。

ラビットのランダムウォークは強非周期的であり、対称性を持つものを考える。 $c_* > 0$, $\epsilon > 0$ を定数とし、ランダムウォークのフーリエ変換を $1 - c_* / \theta / \beta + O(1 / \theta / \beta^{1+\epsilon})$ とする時、この β により分類を行う。下限を求めるための基本式は総和を最初に捕まった頂点ごとに分けて行い評価することで与えられる。その基本式をフーリエ変換のオーダーに従い評価することで具体的な下限式を与える。 $\beta \in (0, 1)$ の場合はグラフのサイズによらず下限を定数で与えられる。 $\beta = 1$ ではオーダーが $\Theta(1/\log(N))$ となる。この場合の下限のオーダーについては漸近式を用いて係数部分の厳密な評価を行った。 $\beta \in (1, 2]$ の場合は下限値を N のべきで与えた。

第3章ではハンター・ラビットゲームのシミュレーションについて述べる。与えられた \mathbf{Z} 上の遷移確率に基づき円環グラフ上のランダムウォークを行う際の遷移確率行列の計算はディガンマ関数を用いて計算する必要がある。またより正確な遷移確率を求めるために、ディガンマ関数を三角関数等に展開し計算式を求めた。

次にディガンマ関数を利用して求められた確率遷移行列を使い、2節で示した例に対してのシミュレーションを行う。シミュレーションプログラムについてはC++言語を利用し、遷移確率に従ったサンプリングはC++内蔵のクラス中の関数を利用した。計算実験は3つの例について行った。最初の例は既存の結果 (Adler et al., 2003) の例を含む一般化である。既存の結果よりも精密な下限値の評価近似値を与えることが出来る。 $N=100, 500, 1000$ の場合に評価近似値が下限となっている

ことが確認出来た。次に既存の結果とはオーダーの異なる例も行った。最後の例は単純ランダムウォークの例である。オーダーが大きく、下限値も小さくなるが理論値が確かに下限であることを確認した。

またシミュレーションで得られた確率の平均と理論値の関係について、円環グラフの頂点数についての漸近挙動を見ることができた。さらに計算実験では、定数部分を無視した評価近似値が実際には下限値となることが確認出来た。