Lagrangian approach to three-dimensional azimuthal magnetorotational instability with and without resistivity

鄒，蓉

https://doi.org/10.15017/1470521

出版情報：九州大学, 2014, 博士（機能数理学）, 課程博士
バージョン：

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

降着円盤とは、ブラックホール、中性子星や白色矮星のようなコンパクト星に落ち込むガスや塵が高密度天体の周りに形成する円盤をさす。降着円盤においては全角運動量が保存する。質量を中心に集めつつ、全角運動量を保存しながら天体を形成するためには、角運動量の外部への輸送を促進する機構が必要で、異常に大きな乱流粘性の存在が想定される。その乱流の起源として、Balbus & Hawley（1991）による指摘以来，磁気回転不安定性(Magnetorotational instability: MRI)が注目されている。

本論文では、電磁流体（MHD）の回転流にトロイダル（方位）磁場がかけられた場合の不安定性である方位磁気不安定性（AMRI）を、短波長攪乱に関する局所安定性と全波長領域にわたる大域的モード解析の両面から調べた。基本場は、定常、かつ、ある軸(z軸)についての回転対称性と並進対称性をもつと仮定する。このとき、攪乱は動径変数 r 以外についてはノーマルモード形を仮定できる。ラグランジュ変数による記述を用いるのが本論文の特徴で、まず、線形化された電磁流体方程式を Hain-Lüst 方程式に帰着させる。これは、動径変位に対する 2 階の常微分方程式である。圧力攪乱に対する方程式を経由する本論文の導出法はオリジナルで、通常の Frieman-Rotenberg 方程式を経由する方法より簡便である点ですぐれている。第 2, 3 章では、Hain-Lüst 方程式に WKB 近似を適用して、短波長攪乱に対する安定性を調べた。従来の解析では、線形化された電磁流体方程式そのものに WKB 近似を適用するが、基本場の r 依存性が問題になる場合、基本場の r に関する微分項をすべて拾いきれない。Hain-Lüst 方程式を出発点にすると、この脱落を避けることができる。これによって、新たな不安定モードを見つけた。

第 2 章では、理想 MHD の短波長領域での AMRI を軸対称攪乱のみならず非軸対称攪乱についても調べた。回転流のシアの尺度をあらわす無次元変数がロスビー数 Ro である。方位磁場が十分に弱い場合、不安定性は臨界ロスビー数 Ro_c より小さい Ro で起こる。臨界ロスビー数 Ro_c は方位磁場に依存するが、その値は 0 に近く、最大増幅率は Oort の A 値に漸近する。方位磁場のシアの尺度をあらわす無次元変数が磁気ロスビー数 Rb である。方位磁場を大きくすると、$Rb>-3/4$ のとき、すべての Ro 領域で、軸方向波長が短い攪乱に対して AMRI が起こる。一方、$Rb<-1/4$ のとき、$Ro=0$ を中心とする有限の Ro 領域で、長い軸方向波長の攪乱が成長する。後者は本論文で初めて指摘された。いずれの場合も、増幅率は方位磁場の強さに比例して増大する。

第 3 章では、短波長領域での AMRI に対する流体の粘性および電気抵抗の効果を調べた。これらの効果が弱いと仮定して、Hain-Lüst 方程式に主要な補正項のみを取り込んだ。Hain-Lüst 方程式の拡張版の導出は、事実上、本論文の方法によってのみ可能であろう。磁気拡散係数が動粘性係数に比べて十分に大きい場合、すなわち、磁気プラントル数が十分小さい場合について詳しく調べた。これを「誘導なし極限（inductionless limit）」という。液体金属を用いた室内実験はこのパラネータ領域である。特に、対称軸からの距離に反比例する「電流無し」方位磁場の場合を考える。この方位磁場が十分弱い場合、軸対称攪乱に対しては臨界ロスビー数が Liu の極限 $Ro_c=2(1-2^{1/2})$、非軸対称攪乱に対しては $Ro_c=-1$ という従来の結果を回復する。方位磁場を大きくすると、$Rb<-1/4$ のとき、すべての Ro 領域で、長い軸方向波長の攪乱に関する AMRI が起こる点が理想 MHD の場合と異なる。軸方向波長が長い場合、短い場合、両方の攪乱の増幅率が方位磁場の強さの 2 乗に比例する点も理想 MHD の場合と異なる。

第 4 章では、一様な軸方向磁場も加えたらせん磁気回転不安定性(HMRI)の大域的モード解析を理想 MHD の場合に行った。理想 MHD は無限自由度ハミルトン力学系をなす。有限自由度ハミロン力学系に対する Krein のスペクトル理論によると、中立安定モードの固有値が縮退することによ

ってはじめて不安定化が可能である。不安定のための必要条件は、縮退した固有モードのエネルギーの符号が異なるか、両方が 0 の場合である。MHD 波のエネルギーの一般公式の 3 通りの表現を導いた。波のエネルギーを振幅について 2 次まで求めたいが、流れがある場合、線形波では済まず、振幅について 2 次の非線形領域まで波を計算しなければならない。この困難は、等磁気循環（isomagnetovortical）摂動に限定することによって回避できる。ラグランジュ変数を利用することによってこの限定を実現した。背景流が剛体回転、方位磁場が対称軸からの距離に比例、そして、軸方向磁場が一様な場合、固有関数をベッセル関数によって書き下すことができる。これを用いて、固有モードのエネルギーを具体的に計算し、Krein のスペクトル理論の観点から HMRI の解釈を行った。不安定化は、エネルギーが 0 のモードの縮退によって起こることを明らかにした。

本論文では、ラグランジュ変数を用いた扱いによって、粘性や電気抵抗を含む MHD 流の線形安定性解析を一貫して行う方法を定式化した。この方法によって、理想 MHD 波のエネルギーの新たな表現を導き、理想・非理想 MHD 方位磁気回転不安定性の新しい不安定モードを見つけた。ハミルトン力学系的構造を背景におく汎用性の高い方法で、種々の問題に適用可能であり、様々な方向に拡張可能である。流れのある MHD 安定性を解明する新たな方法を提示して、これまでに知られていない質的に新しい不安定性をつかまえた。

よって、本研究者は博士（機能数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。