Arithmetic of certain nilpotent extensions and multiple residue symbols

天野, 郁弥

https://doi.org/10.15017/1470519

出版情報：九州大学, 2014, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

天野郁弥氏の博士論文は、代数的整数論、特に、平方剰余ないしべき剰余記号の多重化に関するものである。

平方剰余記号の多重化の試みは、1939 年の L. Rédei による研究に始まる。Rédei は、Gauss による平方剰余の数論、2 次形式の種の理論を一般化する試みとして、あるトリプル記号を導入した。Rédei のトリプル記号は、有理数体上のある 8 次 2 面体拡大における素数の分解法則を記述する。しかしながら、平方剰余記号、2 次体の数論の拡張として、Rédei のトリプル記号、8 次 2 面体拡大の数論が自然で正しい方向であるかどうかは不明のまま、長らく忘れられてきた。

長い沈黙の後、2000 年に、森下昌紀は、Rédei のトリプル記号は位相幾何学におけるトリプルまつわり数の数論的類似として解釈できることを見い出し、より一般の Milnor の高次まつわり数の数論的類似物を導入した。 長さが n の数論的 Milnor 不変量は、有理数体上のあるべき零拡大 K(n) における素数の分解法則を記述し、n = 2, 3 の場合が各々平方剰余記号、Rédei のトリプル記号を与える。しかしながら、森下の研究は概念的で、拡大体 K(n)の具体的な構成や数論的 Milnor 不変量の具体的な計算には役に立たなかった。また、例えば、拡大体 K(3)が Rédei の 8 次 2 面体拡大体と一致するか？ という基本的な問題すら解かれずに残された。さらに、多重べき剰余記号を有理数体以外の代数体へ拡張することは、コホモロジー的な障害があるため、困難な問題であった。

このような歴史的背景のもと、天野郁弥氏は、まず、Rédei の 8 次 2 面体拡大の数論的特徴付けを与え、拡大体 K(3)が Rédei の 8 次 2 面体拡大と一致することを証明した。この結果は、Rédei の研究が自然で正しい方向であったことを初めて明らかにしたものといえる。次いで、天野氏は、有理数体上 64 次のべき零拡大 K(4)の具体的な構成を与えた。そして、この 64 次のべき零拡大における素数の分解法則を記述する 4 重べき剰余記号を導入し、数論的 4 重 Milnor 不変量と一致することを証明した。この研究は、真に Gauss、Rédei の研究を凌ぐ、代数的整数論における歴史的快挙といえる。さらに、天野氏は、円の 3 分体においてトリプルキュービック剰余記号を導入した。この研究は、有理数体以外の代数体において、初めて数論的 Milnor 不変量と関係する多重べき剰余記号を構成したブレークスルーである。また、天野氏は、Rédei 記号と保型形式の Fourier 係数の関係についても共同研究を行っている。

以上の天野郁弥氏の結果は、代数的整数論における歴史的快挙、価値ある業績と認められる。
よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。