

デリバティブ取引とリスク管理：数学の実務への展開

新長, 義己
三菱UFJ モルガン・スタンレー証券株式会社市場商品本部

<https://hdl.handle.net/2324/1462189>

出版情報：C0E Lecture Note. 46, pp.319-325, 2013-02-28. 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所
バージョン：
権利関係：



デリバティブ取引とリスク管理 —数学の実務への展開—

新長 義己

三菱UFJモルガン・スタンレー証券株式会社
市場商品本部

1 はじめに

数学の専門家でも学者でもない私が（そもそも「理科系」の学部卒業生でもない）このような場に文章を書くのははなはだ気がひけるのだが、数学の専門家でなくとも数学の成果を使わざるを得ない、という事実を知ってもらうだけでも意味があるかと思い、執筆させていただくことにした。本稿は2011年7月に九州大学で行った講演の原稿を要約・修正したものだが、文章の執筆にあたっては、当社フィナンシャルエンジニアリング部吉岡明広氏、市場商品統括部畠篤史氏の助言と協力をいただいたことを予めお断りしておくとともに両氏にこの場を借りて深く感謝申し上げる。

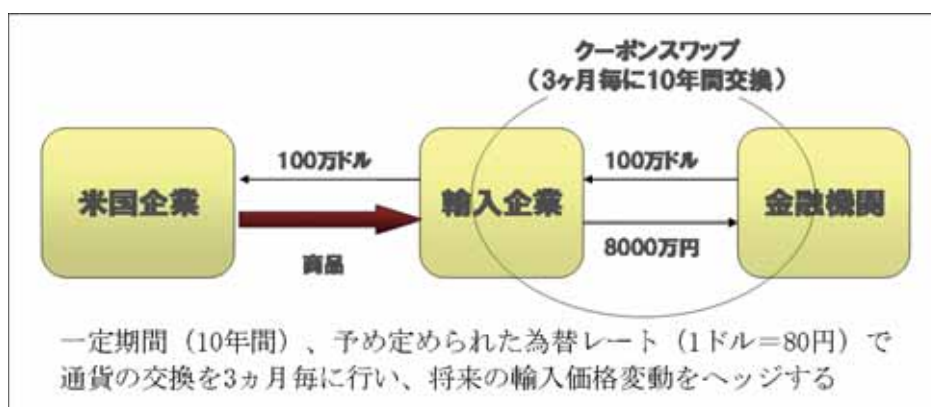
金融業界では個々の取引のリスク評価から会社全体が保有するリスクの評価にいたるまで、さまざまなリスクの計測と管理が数学・統計学の手法を用いて行われるようになってきている。こうした技術は、デリバティブ取引の実用化の歴史とともに成長してきた。まず、デリバティブ取引とは何か、から話を始めたいと思う。

2 デリバティブ取引

デリバティブとは金融・ファイナンスの世界で、株・金利・為替などのさまざまな商品（原資産）の価値や値などにより、相対的にその価値が求められる金融商品や契約の総称であり、金融派生商品ともいう。その発想自体はかなり昔から存在しており、古代ギリシャにおいてオリーブ圧搾機を借りる権利に関してオプション取引がなされていたという話があるし、また、17世紀のオランダのチューリップの球根市場がオプション取引の原型であるといわれているほか、18世紀の江戸時代、大阪の堂島で米商人たちが行っていた米の売買価格を収穫前に決める取引（帳合米取引（ちょうあいまいとりひき））が先物取引の原型である、といった説がある。いずれにしても、ある現物の取引の価格を基にして、その価格の動きにリンクする商品や取引を作り出す、という発想は相当に古くから存在する。

さて、デリバティブ取引はさまざまな金融取引や商品などの相場変動によるリスクを回避（ヘッジ）するために開発された。以下にごく簡単なデリバティブ取引の例をあげる。これは、

日本の輸入企業が（すなわちホームカレンシーが円である企業）が、クーポンスワップというデリバティブ取引によって為替リスクをヘッジする例である。



上記の例では、米国企業から商品を買ってドルを支払う（図の左側）契約を持っている輸入企業が、金融機関とドルを受け取って円を支払う契約を結ぶ（図の右側）ことによって実質的にドルの支払いを円に転換している。

まず図の左側の「商品を買ってドルを支払う」という経済活動は、この企業にとってリスクを持つものである。なぜなら、（図には描いていないが）この企業はドルで買った商品を日本で売却して円を受け取る。支払いの通貨と受取りの通貨が違うわけだから、ここに為替リスクが存在している。次に、図の右側の取引はドルを受け取って円を払う、という為替リスクそのものの取引である。これを左側の取引と合わせることで、ドルのキャッシュフローが相殺され、あたかもホームカレンシーである円だけで取引をしたかのような効果が残る。

このように、デリバティブ取引とは、実物資産の取引（図の左側）に内在するリスクだけを抽出して商品化したもの（図の右側のクーポンスワップ）、ともいえる。

デリバティブ取引はリスクを回避するリスクヘッジの手段として用いられるが、気をつけなければいけないのは、「ヘッジ」とは、ある特定のリスクに対して、そのリスクの持つ方向（円高に入ったら損をする、とか、株が下がったら損をする、という「方向」と逆向きのリスクをぶつけることで相殺するだけであり、もともと存在するリスクがなくなってしまうわけではない。要するに、あるベクトルに対してそれとは逆向きのベクトルを合成してできるだけゼロに近づけよう、とするものだから、合成するベクトルの量が多すぎたり、向きがずれていたりしたら、別のリスクを抱えてしまうことになってしまう。だから、デリバティブの取引を行ったり管理したりする際には、そのリスクをさまざまな角度から分析し計量化することが求められるのである。

繰り返すが、デリバティブとは原資産に内在するリスクを抽出して商品化したもので、リスクそのものともいえる。だから、逆向きのリスクにぶつければヘッジになるが、このリスクを運用商品（債券や株式など）に組み込めば、原資産では実現できない経済性を作り出すことが可能である。一種類だけでなくいろいろな種類のリスクを自由に組み合わせることができるから、運用商品の設計にデリバティブは幅広く利用されている。

3 デリバティブの評価

デリバティブとはリスクを計量化して商品化したものだと言ったが、次にデリバティブの評価の基本的な考え方について触れることにする。

デリバティブは、一部の例外を除いてその契約ごとの価格を市場で直接観測することは難しい（一部の例外とは、流動性の高い上場先物取引や、市場である程度定型化された金利スワップなどである）。デリバティブの評価とは、市場では（頻繁には）流通しないものをどうやって体系的に評価するかという課題である。特に、オーダーメード的に組成される複雑なデリバティブ商品の価格は市場では観測されない。

そこで、「今後の市場はこう動く」という仮説を（すなわち、原資産が従う確率過程を確率微分方程式として）モデル化する。それによって将来価値の期待値を計算し、欲しいデリバティブの商品価格とする。

例えば、株価がブラック・ショールズモデルに従うと仮定する場合、株価 $S(t)$ は次の確率微分方程式 $dS(t)/S(t) = \mu dt + \sigma dW(t)$ に従う。ここで、 μ （ドリフト項）と σ （ボラティリティ）はモデルパラメータ（定数）であり、 $W(t)$ は標準ブラウン運動である。 μ は市場で観測できる金利及び株価配当から、 σ は当該株価（もしくは類似商品）の変動率から推定される。

このようにして得られるモデルは決して普遍的なものではなく、ビジネスの前提や市場環境の変化に応じてより適切なものに変更していく必要がある。

いくつか例を挙げると、円の金利が5%ぐらいあった時に使えたモデルは、今（短期金利はほとんどゼロである）の環境下では、マイナス金利になる可能性を大きく見積もり過ぎてしまうこともある（市場環境の変化への対応）。従来は株や為替を原資産とするデリバティブでは金利の変動性による評価への影響はあまり深刻には考えられていなかったが、超長期（たとえば30年ものなど）の商品が流行した結果、それも無視できないものとなった（商品性の拡張）。また、年に数件しか取引がなかったものが、相場の好転などで取引が活発化し、年に数千件も取引をされるようになると、最初は簡易なモデルでも許容されていたものが高い精度を求められるようになる（ビジネスの拡大による精緻化の要請）。このように、今使っているモデルが将来も使えるわけではなく、市場との適合性を定期的に検証しながらモデルを修正していくことが求められる。

4 技術的な発展

デリバティブ商品の開発に伴う技術は、モデルの市場適合性向上と価格算出における数値計算手法の精緻化を通じて発展してきた。

デリバティブの黎明期においては、原資産が対数正規分布に従うと仮定したブラック・ショールズモデルや、原資産が正規分布に従うと仮定したガウシアンモデルを用いて、価格が解析的に計算できる商品を中心に開発が行われた。解析解を用いることの利点は、価格計算が高速な点、また、トレーダーがリスクコントロールの際に用いる、デリバティブ評価の原資産等への感応度を示すグリークスと呼ばれる数値が、差分や微分により安定的に計算できる点にある。

1990年代になり、複雑なキャッシュフローを持つ商品や経路依存性が高い商品のようになり、解析的には価格計算できない商品が主流になるのに伴って、格子法や有限差分法、モンテカルロ法などの数値計算手法の開発が進むことになる。

もう少し具体的にみるために、金利のモデル化を例にとろう。金利には為替や株と異なり、期間構造がある。つまり、1年物金利、2年物金利、…、10年物金利、…、20年物金利、…というように期間毎に金利が異なっている。このとき、期間毎の金利を個別ファクターと捉え、それらの変動を相関も反映した形で定式化できれば、後はモンテカルロ法を用いて、金利を原資産とするデリバティブ商品の価格を計算することができるだろう。しかしながら、ファクター数が多い場合、高い収束精度の価格を得るために必要な計算時間も多くなり、結果として、トレーダーが要求する計算速度と計算精度を同時に実現することは、1990年代後半当時のコンピュータ処理速度の下では困難であった。そのため、当時は、商品の価格計算に必要な市場変動の特性をなるべく少ないファクター数で適切に表現できるモデルを構築することが実務の中心となった。また、グリークスは差分により計算されるが、少ないファクター数のモデルであれば、モンテカルロ法よりも安定的な数値が得られる格子法や有限差分法もよく使用されていた。

2000年代に入り、デリバティブ市場が一層発展してくると、従来の単純なモデルでは合理的な説明が困難な市場データが多く観測されるようになり、より現実に即した、複雑なモデルの開発が必要となってきた。また、仕組債や仕組預金のビジネスが活況となり、商品が更に多様化、長期化、複雑化する中、格子法や有限差分法では対応が難しい、多くの資産に依存する商品も出現してくるようになる。この状況下、早期償還条項（すなわち最適停止問題）を持つ商品の価格計算に適用できる最小二乗モンテカルロ法の開発や、準乱数を用いた価格収束性の向上など、モンテカルロ法の計算効率向上のための技術革新が行われた。また、分散コンピューティング技術の発達やXML活用によるシステム間連携の効率化、取引明細記述言語の発展などITも含めた技術の発展もあって、今では多くの商品がモンテカルロ法で価格計算されるようになっている。また、従来は差分計算されていたグリークスも、より安定的で高い精度が得られる手法により計算されている。

モデルの市場適合性向上と価格算出における数値計算手法の精緻化は、各々の金融機関の市場競争力強化に直結するため、今後も引き続き、切磋琢磨が行われていくであろう。

5 新しい問題

当然のことながら、経済環境・金融環境が時代とともに変化していく以上、金融技術もそれに応じて変化・成長していかなければならない。言い方を変えると、経済環境の変化によって従前はなかったリスク、あるいは微少なリスクとしてこれまでは無視してきたリスクが顕在化してきた場合、金融市場に参加する者はそれに適切に対応していかなければならない。リーマンショック後の市場において以前よりもより強く意識されるようになったリスクとして、カウンターパーティリスクがあげられる。

デリバティブの評価ロジックを構築する基本概念の一つに無リスク金利（リスクのない資産から得ることができる利回り）というのがあり、従来デリバティブの評価では、LIBOR (London

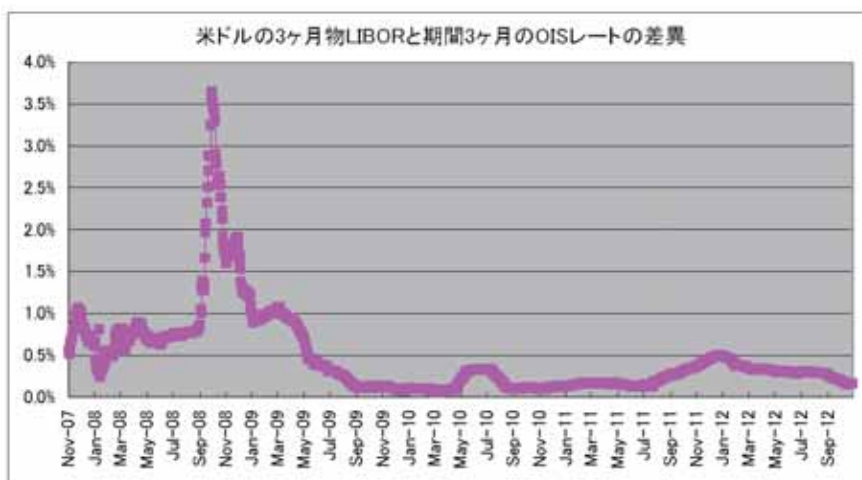
Interbank Offered Rate：ロンドン銀行間取引金利）を実務上無リスクの金利として利用してきた。「LIBORは無リスクの金利である」という考え方はLIBORの取引主体である銀行は破綻しない、ということを前提としていた。ところがリーマンショック前後からデリバティブの取引相手である金融機関の破綻が現実のものとなり、LIBORは無リスクの金利ではなく、「LIBOR＝無リスク金利＋銀行の破綻リスク」であることが認識された。例えば、一定期間の間、固定金利と変動金利を交換する金利スワップという取引がある。2年物金利や5年物金利といった固定金利と将来の各時点で決定される（つまり変動する）3ヶ月物や6ヶ月物の短期金利を交換するものである。従前は3ヶ月物LIBORと6ヶ月物LIBORとの金利差は単に金利の期間構造と捉えられていたものが、実は受渡し期間の差によるカウンターパーティリスクを内包したものであるということになる。LIBORは3ヶ月とか6ヶ月といった期間の資金の貸し借りの金利であり、その期間の間に相手方が倒産しているかもしれない（というリスクがある）。こうした新しい認識から、新たな無リスク金利の指標としては無担保オーバーナイト翌日物金利と固定金利を交換する Overnight Index Swap（以下 OIS）をベースとして求める手法が標準化されつつある。これを総じて OIS ディスカウントと言う。オーバーナイト翌日物は今日借りて明日返す取引なのでカウンターパーティリスクは最も低いはずである（全くないわけではない）。

グラフ1は、米ドルの3ヶ月物LIBORと期間3ヶ月のOISレートの差異（以下、LIBOR-OIS スプレッド）のヒストリカルデータである。リーマンショックの時期、銀行の破綻懸念が増大したが、それはLIBOR-OIS スプレッドの拡大という形で市場に反映されていることが分かる。

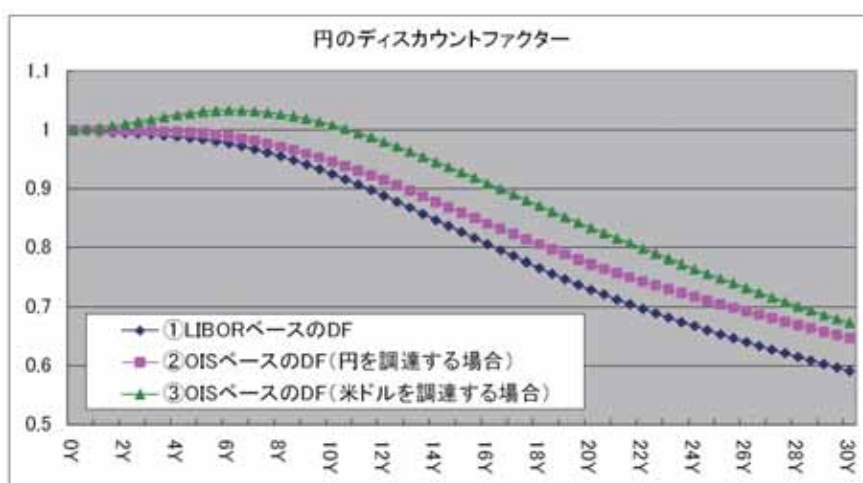
無リスク金利の指標がLIBORベースからOISベースに変わることの影響を、もう少し具体的に見てみよう。その前に、ディスカウントファクター（以下DF）という概念を紹介する。ディスカウントファクターとは、将来時点の1円を現在時点に換算すると何円になるか、という比率のことである。グラフ2は、①円LIBORベースのDF、②円OISベースのDF（円を調達する場合）、③円OISベースのDF（米ドルを調達する場合）を比較したものである。一般には、OISの方がLIBORよりも金利が低いので、OISベースのDFの方がLIBORベースのDFよりも大きくなる。また、③をみると、DFが1を超えている期間があることに気づく。これは、米ドルを調達し、それを通貨スワップで円に交換して運用した場合、マイナス金利が発生することを示している。

OISディスカウントの適用は従前の評価モデルの前提を根底から変更することであり、全てのデリバティブの評価やリスク管理に大きな影響を与えるものである。ただ、OISディスカウントがデリバティブ評価の標準となる、といっても、3ヶ月や6ヶ月のLIBORをベースとした従来型のデリバティブが市場からなくなることを意味するわけではない。なぜなら、デリバティブをヘッジとして利用する事業会社などの最終利用者は、金融市場に恒常的に参加する金融機関とは異なりオーバーナイト取引で自社の資金調達をまかなっているところなどはほとんどなく、例えば3ヶ月や6ヶ月といった期間での資金調達を主に行っているからである。最終利用者のキャッシュフローがその単位なのであれば、市場でもそれに合った商品は生き残る。大事なことはLIBORをベースにする取引が内包するリスクを計量化（認識）し、個々の取引の価格（評価）に反映させ、さまざまなリスク指標を算出して日々管理していくことである。

近年顕著になってきたカウンターパーティリスクの顕在化への対応のもうひとつの例とし



グラフ 1 (米ドルの LIBOR-OIS スプレッドのヒストリカルデータ、出所：Bloomberg)



グラフ 2 (円のディスカウントファクターの比較)

て Credit Value Adjustment (以下 CVA) がある。

CVA とは、カウンターパーティが倒産するリスクを金融取引の価格や評価に織り込むこと
 といって良い。デリバティブ取引は、それを約定した時点での評価は、その時点での市場価格
 をベースに取引されたのであれば、本来ゼロである。それが時間の経過とともに市場価格が変
 化することに伴って正の価値(含み益の状態)や負の価値(含み損の状態)を持つことになる。
 その取引が正の価値を持っている時にカウンターパーティが倒産すれば、得られるべき利益を
 得られないことから損失をこうむることになる(デリバティブ取引も有担保が通常なので、正
 確には担保でもカバーされない場合、ということになる)。この経済価値を取引価格の算定や
 評価に織り込むことが CVA である。欧米では金融機関に対してすでにこの CVA 相当額の会

計報告が義務付けられている。

CVAはカウンターパーティの倒産の可能性を取引の評価に織り込むものであるから、その取引相手ごとにCVAを集計する必要がある。いろいろな種類の取引を「取引先」という別の切り口で集計するわけだから、金利や為替、株式といった異なる複数の資産をベースとするデリバティブを同一の前提の上で考える必要がある。デリバティブの評価は商品の開発とともに発展してきた歴史から、原資産が異なれば別々にモデル化されていることのほうが普通であるが、CVAを適用するには金利・為替・株式といったそれぞれ性質の異なるリスクを整合的に包含するモデルを構築しなければならない。その結果モデルがより一層複雑化し、単純に適用すると時価評価やリスク計測に膨大なコンピューターリソースが必要となる。多くの金融機関は既にデリバティブ関連でスーパーコンピュータ並みの設備での計算処理を日々行っているが、更なる投資は大幅なコスト負担となってしまう。もちろん、全くの負担なしにより高度なリスク管理を行うのは無理な話ではあるが、より効率的な計算手法の開発と同時に情報処理技術側からのアプローチが要求されるチャレンジングな課題である。

6 最後に

デリバティブ商品の開発に伴って発展してきた金融技術であるが、いまはむしろ個々の商品を開発するというよりも、前章で述べたように会社が負っているリスクを分析し計量化することにウェイトをおいているように見える。いまの市場環境がリスクを取るよりもリスクを回避する流れにあることが背景にあると感じている。

今後、市場環境や社会環境がどちらの方向に向かうにせよ、リスクをいろいろな角度から分析し、計量化することの重要性は変わらない。リスクを計量化することによって、そのリスクを取引し、管理することが可能になるからである。それを支えているのが数学でありITを含めた技術力なのである。

参考文献

本稿を通じ金融工学に興味を持たれた方に、御参考までに当社もしくはその前身にて、第一版から日本語訳を行っている金融工学の入門書を紹介する。

ジョン ハル『フィナンシャルエンジニアリング 第7版』三菱UFJ証券市場
商品本部訳、金融財政事情研究会、2009

また、数学者ではなく物理学者の話で恐縮であるが、物理学者が金融の世界に飛び込み奮闘する様子を赤裸々に綴った、次の本も興味のある方はご一読頂ければと思う。

エマニュエル ダーマン『物理学者、ウォール街を往く。』森谷博之他訳、東洋
経済新報社、2005

最後に大学院修士課程や博士課程にて数学等を履修し、当社にモデル開発担当候補として入社する社員に最初に学習させている本を紹介する。

S. E. シュリーブ『ファイナンスのための確率解析 I』『同 II』長山いずみ他訳、
丸善出版、2012