

ヘッド・ディスク媒体インターフェースの数理モデル

岡田, 勘三
九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

<https://hdl.handle.net/2324/1462182>

出版情報 : COE Lecture Note. 46, pp.239-250, 2013-02-28. 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所
バージョン :
権利関係 :

ヘッド・ディスク媒体インターフェースの数理モデル

岡田 勘三

九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

1 はじめに

磁気ディスク装置はコンピュータを構成する主要な情報機器である。高速で回転する磁気ディスク媒体上に磁気ヘッドを浮上させる浮動ヘッドスライダ機構とそれに伴うトライボロジは磁気ディスク装置の最も特徴的な技術のひとつであり、その高密度化に長期に亘り最も貢献してきた技術である。その最先端は原子・分子レベルの力学現象を探求する科学の領域である。

磁気記録の原理から、記録密度を高めるためには、ヘッド・媒体間の浮上すきまをできる限り小さくする必要がある（図1参照）。20年前に80ナノメートルくらいの浮上すきまが製品化されており、現在ではそれよりさらに1桁少ない数ナノメートルの浮上すきまが実験室レベルで実現されている [1]。磁気ディスク業界でよく使われる類比であるが、長さ0.85ミリメートルのヘッドがディスク媒体面上を10ナノメートル前後で浮上していることは、62.8メートルの最新ボーイング787機が地上1ミリメートル弱で安定飛行しているのと同じである！高記録密度化による浮上すきまの著しい減少に伴い、気体分子の平均自由行程（分子の平均衝突頻度の逆数と分子の平均の速さの積で、たとえば0°C、1気圧の空気では64ナノメートル程度である）が浮上すきまに比べて無視できなくなった。

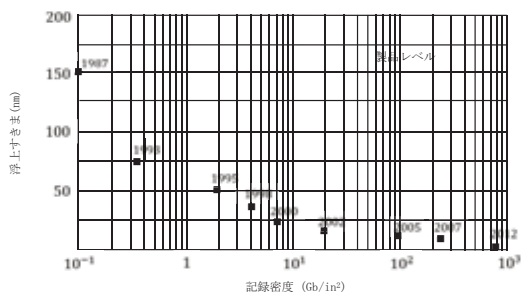


図1：記録密度 vs. 浮上すきま

浮動ヘッドスライダ機構の場合、系の代表長と内部代表長はそれぞれ気体潤滑の浮上すきま h と気体分子の平均自由行程 λ である。この比 $Kn (= \lambda/h)$ はクヌッセン数と呼ばれ、気体の希薄度を表す。一般的に、気体の流れは Kn の値によって分類され、古典的な連続流は $Kn \rightarrow 0$

の場合に相当し、 $Kn \ll 1$ の流れをスリップ流れ、そして $Kn \simeq 1$ の流れを遷移流れと呼ぶ。上述のボーイング787の例で言うと、 $Kn \simeq 6$ で浮動ヘッドにおける流れは遷移流れに分類される。因みに、 $Kn \gg 1$ の場合は、自由分子流と呼ばれている。 Kn が任意の値をとる場合の気体の振舞を確率・統計的に取り扱うのが分子気体力学[2]である(図2参照)。

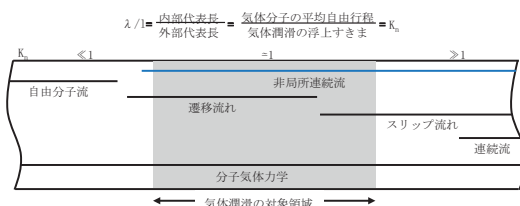


図2：クヌッセン数 vs. 気体潤滑

本稿の2節では、磁気ディスク装置のヘッド・ディスク媒体インターフェースへの応用において発展してきた薄膜気体潤滑理論を境界面においてスリップ流れを導入することで導出された修正レイノルズ方程式[3]と高次修正レイノルズ方程式[4]、さらに分子気体力学に基づくボルツマン修正レイノルズ方程式[5, 6]までを時系列にレビューし、一般化に向けた数理モデルの変遷をみる。

これまでのヘッド浮上解析は気体潤滑モデルだけを適用することで行われてきており、ほとんど浮上すきまのない領域においては新たなブレークスルーが必要であると思われる。3節では、ボルツマン修正レイノルズ方程式に非局所流体力学[7]を応用して遠距離分子間力と分子配向効果を考慮することで導出された固体近傍分子数個からなる超薄膜の流動を記述すべく粘性流体モデル[8]を連成することで成り立つと考えられる新しいヘッド・ディスク媒体インターフェースの数理モデルについて触れる。

2 薄膜気体潤滑の数理モデル

まず気体潤滑の基本である連続流のレイノルズ方程式の導出から始める。次にレイノルズ方程式の速度境界条件として使われる nonslip 流れの代わりに気体潤滑を考慮したスリップ流れの1次と2次近似を導入することで、修正レイノルズ方程式と高次修正レイノルズ方程式を導出する。そして、気体分子の挙動を確率・統計的に記述したボルツマン方程式に基づく一般化された気体潤滑方程式であるボルツマン修正レイノルズ方程式を導出する。本節の最後にこれら4つの気体潤滑モデルを比較する。

2.1 レイノルズ方程式

図3に示すように、通常の3次元直交座標系において xy 平面($z=0$)に沿って配置されたディスク媒体面とそれにすきま分布 $z=h(x,y)$ で対向するヘッド浮上面を考える。ヘッドは

動作中にわずかに揺動するが、簡単のため定常状態であるとする。どちらの面も十分硬く表面応力や粘性力などによる変形は無視できるものとする。最小浮上すきまに対してヘッド浮上面の長さが十分大きい場合、レイノルズ数が小さい流れは局所的に平行平面間の流れと相似であると仮定することができ、速度の面内成分とすきま方向の導関数が支配的となる。これがいわゆるレイノルズの潤滑近似である。

この近似を正定数の粘性率 μ の粘性流体に関する運動方程式である圧縮性ナビエ・ストークス方程式に適用すると、定常な流れの速度に関する次の近似式が得られる。

$$(2.1.1) \quad \mu \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} = \nabla p$$

ここに、 $\mathbf{u} = (u, v)$ は速度、圧力 p は x と y の関数である。

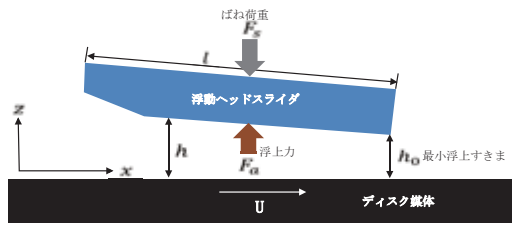


図3：浮動ヘッドスライダ機構と座標系

本稿で取り扱うすべての潤滑モデルの導出において、一般性を失うことなく、ヘッド幅方向は無限とする。ディスク媒体面は x 方向に一定速度 U で動くとする。これらの条件のもと、速度 \mathbf{u} は x 成分のみ、また圧力 p は x だけの関数となる。

流体と境界面での速度についてはノンスリップ流れの条件

$$(2.1.2) \quad u = U \quad \text{at} \quad z = 0, \quad u = 0 \quad \text{at} \quad z = h$$

を適用し、式 (2.1.1) をすきま方向に積分すれば速度 u が得られる。

$$(2.1.3) \quad u(x, z) = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (hz - z^2) + U \left(1 - \frac{z}{h}\right)$$

式 (2.1.3) から、潤滑流れは単純なポアズイユ流れとクエット流れの重ね合わせになっていることが分かる [9]。式 (2.1.3) を連続の式

$$(2.1.4) \quad \frac{d}{dx} \left(\rho \int_0^h u dz \right) = 0$$

に代入して、ノンスリップ速度境界条件のもと、すきま方向に積分すれば定常状態の圧力 p に関する連続流のレイノルズ方程式が得られる。

$$(2.1.5) \quad \frac{d}{dx} \left(\rho h^3 \frac{dp}{dx} \right) = 6\mu U \frac{d}{dx} (\rho h)$$

先ず二つの軸受け面の温度は一定で等しく気体と軸受け面の温度差は非常に小さいとして潤滑領域内のどこでも等温であると仮定する。気体と軸受けが熱的平衡状態にあることから圧力と密度は比例関係にある。

$$(2.1.6) \quad p \propto \rho$$

式(2.1.6)を式(2.1.5)に代入すると、レイノルズ方程式は与えられた浮上すきま分布に対して圧力 p に関する非線形微分方程式となる。

$$(2.1.7) \quad \frac{d}{dx} \left(ph^3 \frac{dp}{dx} \right) = 6\mu U \frac{d}{dx} (ph)$$

ヘッド浮上面周囲の圧力は xy 平面に投影された境界線に沿って雰囲気圧力 p_a に等しいので、圧力境界条件は次式で与えられる。

$$(2.1.8) \quad p_{\text{bdry}} = p_a$$

従って、連続流のレイノルズ方程式は圧力 p に関する方程式(2.1.7)と境界条件(2.1.8)で与えられる。

次項以降の説明の便宜上、 x 座標軸をヘッド浮上面の長さ l で、また圧力 p とすきま分布 h をそれぞれ雰囲気圧力 p_a と最小すきま h_0 で無次元化すると、これに対応するレイノルズ方程式と境界条件は次のように書ける。

$$(2.1.9) \quad \frac{d}{dX} \left[PH^3 \frac{dP}{dX} \right] = \Lambda \frac{d}{dX} (PH)$$

$$(2.1.10) \quad P_{\text{bdry}} = 1$$

式(2.1.9)の右辺の第2項にある無次元量 $\Lambda (= 6\mu Ul/p_a h_0^2)$ はベアリング数と呼ばれ、物理的にはディスク媒体面の走行速度 U によって生じるクエット流れ(せん断流れ)と圧力差によって生じるポアズイユ流れ(圧力流れ)の質量流量の比を表している*1。ベアリング数の作用については改めて2.4項で触れる。

2.2 修正レイノルズ方程式と高次修正レイノルズ方程式

1節で述べた通り、薄膜気体潤滑の場合、分子平均自由行程が浮上すきまに比べて無視できず、ナビエ・ストークス方程式では現象を正しく記述できない状況があった。そこでBurgdorferは、クヌッセン数 $Kn \ll 1$ の領域に限定しながらも、式(2.2.1)と(2.2.2)で与えられる気体と軸受け面に生じるスリップ流れ[10]の1次近似を仮定することで連続流のレイノルズ方程式を拡張しモデルの精度を上げることに成功した[3]。

$$(2.2.1) \quad u = U + a\lambda \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{(a\lambda)^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \dots \quad \text{at } z = 0$$

$$(2.2.2) \quad u = -a\lambda \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{(a\lambda)^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \dots \quad \text{at } z = h$$

*1気体潤滑レイノルズ方程式は厳密解があるバーガス方程式と同様な性質を示す。その意味でベアリング数は気体潤滑レイノルズ方程式の数学的解釈を与える上でも重要なパラメータである。

ここに、 a は境界面の適応係数 α (2.3 項参照) の関数で $a = (2 - \alpha)/\alpha$ で与えられる定数である。気体分子が境界面を離れていく時の形態には鏡面反射と拡散反射があるとされている。鏡面反射と拡散反射の線形内挿で表されたものがマクスウェル型境界条件と呼ばれる。 α は境界面の適応係数と呼ばれるもので、鏡面反射と拡散反射はそれぞれ $\alpha = 0$ と $\alpha = 1$ に対応する。以降、簡単のため、 $\alpha = 1$ とする。

2.1 項で示された連続流のレイノルズ方程式の導出と同じ要領で、ナビエ・ストークス方程式から導かれる運動方程式を式 (2.2.1) と (2.2.2) の 1 次近似を用いて解くと、速度 u は次式で与えられる。

$$(2.2.3) \quad u(x, z) = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (\lambda h + hz - z^2) + U \left(1 - \frac{z + \lambda}{h + 2\lambda} \right)$$

ここからは連続流のレイノルズ方程式と全く同じ手続きで、レイノルズ方程式の中の圧力流れによる質量流量を表す項に分子平均自由行程 λ の効果を含む新たな量が付加された無次元修正レイノルズ方程式が得られる。

$$(2.2.4) \quad \frac{d}{dX} \left[PH^3 \left(1 + \frac{6Kn_0}{PH} \right) \frac{dP}{dX} \right] = \Lambda \frac{d}{dX} (PH)$$

ここに、 $Kn_0 (= \lambda/h_0)$ は最小浮上すきま h_0 におけるクヌッセン数である。

修正レイノルズ方程式の予測精度が低下するような微小浮上すきまに対して、スリップ速度の 2 次項まで保持する潤滑モデルを提唱したのが Hsia で、これは高次修正レイノルズ方程式と呼ばれている [4]。高次修正レイノルズ方程式は分子平均自由行程 λ の 2 次の項が修正レイノルズ方程式に単純に付加された形となる。

$$(2.2.5) \quad \frac{d}{dX} \left[PH^3 \left(1 + \frac{6Kn_0}{PH} + \frac{6Kn_0^2}{P^2H^2} \right) \frac{dP}{dX} \right] = \Lambda \frac{d}{dX} (PH)$$

2.3 ボルツマン修正レイノルズ方程式

この気体潤滑モデルが発表された 1987 年には磁気ディスク装置に搭載されている浮動ヘッドの最小浮上すきまは既に 150 ナノメートル前後であった (図 1 参照)。浮上すきまは記録の高密度化に伴いますます微小化する傾向にあり、クヌッセン数で言うと $Kn \simeq 1$ の領域に突入しつつあり、連続流の補正的なモデルである単純なスリップ流れよりさらに精度の良い結果が期待されるようになった。このような背景のなか、クヌッセン数が任意の値をとる場合の気体の振舞を取り扱う分子気体力学が着目された。以下、分子気体力学の基礎方程式であるボルツマン方程式に基づいて一般化された福井と金子の薄膜気体潤滑モデル [5, 6] についてレビューする。

分子気体力学の場合、気体の振舞を記述するには密度、流速、温度などの巨視的変数だけでは不十分であり、気体分子が種々な速度で走っていることを表現できる微視的取り扱いが本質的である。単一成分子気体 2 体衝突モードと気体分子に外力が働いてない場合を仮定すると、それは位置 \boldsymbol{x} 、時間 t 、位置 \boldsymbol{x} と時間 t における分子速度 $\boldsymbol{\xi}$ を独立変数とする分子速度の分布

関数 $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$ である。 $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$ は位置 \mathbf{x} 、分子速度 $\boldsymbol{\xi}$ における気体分子を見つける確率を表す。その変化を支配するのがボルツマン方程式である。

$$(2.3.1) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla f = Q(f, f)$$

ここに、 $Q(f, f)$ は速度分布関数 f に関する 2 次の積分作用素で、 f の変化を引き起こす分子同士の衝突による得失を表している [2]。

この衝突項は取り扱いが難しい複雑な積分で表されており、この項は通常その本質を失うことなく簡略化された衝突モデルで置き換えられる [11]。これは 3 人の提唱者にちなんで BGK モデル方程式と呼ばれており、実際的な問題に最も良く使われているモデルである。

$$(2.3.2) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla f = \nu(f_e - f)$$

ここに、 ν は気体分子の平均衝突頻度、 f_e は気体の定常かつ一様な状態（時間や位置に依存しない平衡状態）のボルツマン方程式の解である局所マクスウェル分布である。

$$(2.3.3) \quad f_e(\boldsymbol{\xi}) = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{|\boldsymbol{\xi} \sim \mathbf{u}|^2}{2RT}\right\}$$

実際の浮動ヘッドスライダ機構では、流速が気体の分子速度に比べて十分小さく（マッハ数 $\ll 1$ ）かつ潤滑領域内の温度変化が十分小さい場合を仮定することができるため、気体分子の速度分布は流速が零である静止平衡分布 f_0 に近いと考えてよい。このことが BGK モデル方程式を静止平衡分布 f_0 まわりで線形化した方程式を薄膜気体潤滑の基礎式として用いる根拠となる。潤滑領域の流れを記述する線形 BGK モデル方程式の無次元表示は次式で与えられる。

$$(2.3.4) \quad \varepsilon \zeta_X \frac{\partial \phi}{\partial X} + \zeta_Z \frac{\partial \phi}{\partial Z} = \frac{1}{k_0} (-\phi + \omega + 2\zeta_X V_X)$$

無次元化には、以下の無次元変数を用いた。

$$(2.3.5) \quad \begin{aligned} X &= \frac{x}{l}, & Z &= \frac{z}{h_0}, & \varepsilon &= \frac{h_0}{l} \\ \zeta_X &= \frac{\xi_x}{\sqrt{2RT}}, & \zeta_Z &= \frac{\xi_z}{\sqrt{2RT}} \\ V_X &= \frac{u}{\sqrt{2RT}} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\zeta_X \phi E) d\boldsymbol{\zeta} \\ \phi &= f f_e^{-1} \Big|_{u=0} - 1 \\ \omega &= \frac{\rho}{\rho_0} - 1 = \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\phi E) d\boldsymbol{\zeta} \end{aligned}$$

ここで、 X, Z は無次元座標、 ζ_X, ζ_Z は無次元分子速度、 V_X は無次元流速、 h_0 は最小浮上すきみである。下付き添え字 0 の付いた量は静止平衡状態のものである。 ϕ は速度分布関数 f の静

止平衡状態の速度分布関数 f_0 からのずれを f_0 で無次元化したものである。 ω は密度 ρ の静止平衡状態の密度 ρ_0 からのずれを ρ_0 で無次元化したものである。 E と k_0 は次式で与えられる。

$$(2.3.6) \quad E = \pi^{-3/2} \exp(-\zeta^2)$$

$$(2.3.7) \quad k_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{\lambda}{h_0} \right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} Kn_0$$

基礎式 (2.3.4) の境界条件は次式で与えられる。

$$(2.3.8) \quad \phi = \sigma_{W0} + 2\zeta_X V_{W0} \quad \text{at} \quad Z = 0, \zeta_Z > 0$$

$$(2.3.9) \quad \phi = \sigma_{WH} \quad \text{at} \quad Z = H, \zeta_Z < 0$$

ここに、 σ_{W0} と σ_{WH} はそれぞれディスク媒体面とヘッド浮上面での無次元等価密度、 V_{W0} は前者の無次元速度 ($= U/\sqrt{2RT}$) である。

次に、基礎式 (2.3.4) の解として次の相似解を考える。

$$(2.3.10) \quad \phi = \left(\frac{X}{\varepsilon} \right) \phi_0(\zeta^2) + \zeta_X \phi_1(Z, \zeta_Z, \zeta^2)$$

式 (2.3.10) を式 (2.3.4) に代入し、その結果を X と ζ_X について整理すると ϕ_0 と ϕ_1 に関する以下の2式を得る。

$$(2.3.11) \quad \phi_0 = \beta$$

$$(2.3.12) \quad \zeta_Z \frac{\partial \phi_1}{\partial Z} = \frac{1}{k_0} (-\phi_1 + 2V_X) - \beta$$

ここに、 β は無次元圧力勾配 ($= \varepsilon dP/dX$) である。

ここでも、2.1 項および 2.2 項との整合性を考慮して、気体分子が両方の軸受け面で拡散反射する場合を考える。この場合、基礎式 (2.3.12) の境界条件は次式で与えられる。

$$(2.3.13) \quad \phi_1 = 2V_{W0} \quad \text{at} \quad Z = 0, \zeta_Z > 0$$

$$(2.3.14) \quad \phi_1 = 0 \quad \text{at} \quad Z = H, \zeta_Z < 0$$

式 (2.3.12) を境界条件 (2.3.13) と (2.3.14) のもとで ϕ_1 について解くと、未決定の流速 V_X を含む ϕ_1 の解析的表現を得る。

$$(2.3.15) \quad \phi_1 = 2V_{W0} \exp\left(-\frac{Z}{k_0\zeta_Z}\right) + \frac{1}{\zeta_Z} \exp\left(-\frac{Z}{k_0\zeta_Z}\right) \int_0^Z \left(\frac{2V_X(Z')}{k_0} - \beta\right) \exp\left(\frac{Z'}{k_0\zeta_Z}\right) dZ' \quad \text{for} \quad \zeta_Z > 0$$

$$(2.3.16) \quad \phi_1 = \frac{1}{\zeta_Z} \exp\left(-\frac{Z}{k_0\zeta_Z}\right) \int_H^Z \left(\frac{2V_X(Z')}{k_0} - \beta\right) \exp\left(\frac{Z'}{k_0\zeta_Z}\right) dZ' \quad \text{for} \quad \zeta_Z < 0$$

ϕ_1 を式 (2.3.5)₃ に代入すれば、 V_X に関する積分方程式が得られる。

$$(2.3.17) \quad V_X(Z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ V_{W0} T_0 \left(\frac{Z}{k_0} \right) + \frac{1}{k_0} \int_0^H T_{-1} \left(\frac{|Z - Z'|}{k_0} \right) \left[V_X(Z') - \frac{k_0\beta}{2} \right] dZ' \right\}$$

ここに、 $T_n(x)$ は Abramowitz 関数 [12] と呼ばれる無限積分である。

$$(2.3.18) \quad T_n(x) = \int_0^\infty t^n \exp\left(-t^2 - \frac{x}{t}\right) dt$$

ここで、福井と金子は V_X を次のような線形和として表した。

$$(2.3.19) \quad V_X(Z) = \frac{k_0\beta}{2}(1 - \psi_p) + V_{W0}\psi_c$$

式 (2.3.19) を式 (2.3.17) に代入し、その結果を圧力勾配に依存する量 $k_0\beta/2$ とディスク媒体面速度 U 毎に整理すると、 ψ_p と ψ_c は次の積分方程式の解として求まる。

$$(2.3.20) \quad \psi_p(Z) = 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi}k_0} \int_0^H T_{-1}\left(\frac{|Z - Z'|}{k_0}\right) \psi_p(Z') dZ'$$

$$(2.3.21) \quad \psi_c(Z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[T_0\left(\frac{Z}{k_0}\right) + \frac{1}{k_0} \int_0^H T_{-1}\left(\frac{|Z - Z'|}{k_0}\right) \psi_c(Z') dZ' \right]$$

式 (2.3.20) と (2.3.21) で与えられる ψ_p と ψ_c が式 (2.3.19) の右辺の第 1 項と第 2 項を通してそれぞれ圧力流れとせん断流れの流速プロファイル与えることは当時既に知られていた [13, 14]。福井と金子はそれに着目し V_X を巧みに式 (2.3.19) の形で表した。即ち、これまでの古典的な潤滑モデルと同様、 V_X は圧力流れとせん断流れの流速プロファイルの和として表されることを示したのである。

$$(2.3.22) \quad \overline{V_X} = \overline{V_{Xp}} + \overline{V_{Xc}}$$

ここに、

$$(2.3.23) \quad \overline{V_{Xp}} = \frac{k_0\beta}{2}(1 - \overline{\psi_p})$$

$$(2.3.24) \quad \overline{V_{Xc}} = \overline{V_{W0}}\overline{\psi_c}$$

これは任意のクヌッセン数に対しても潤滑流れは単純な圧力流れとせん断流れの重ね合わせになっていることを意味する。従って、全質量流量 q も圧力流れとせん断流れの質量流量 q_p と q_c の和として表される。

$$(2.3.25) \quad q = q_p + q_c$$

せん断流れの流速プロファイルが対称であることを考えると、その質量流量 q_c がクヌッセン数に依存せず連続流の場合と同様 $\rho U h/2$ になることは明らかである。このことから潤滑領域の全質量流量のクヌッセン数に依存する部分は圧力流れのみに起因していることが分かる。従って、最終的に得られる方程式は古典的な潤滑方程式と同じ形で表され、圧力流れの質量流量のみを新たに求めればよいことになる。

ここで、圧力流れの質量流量 q_p を次のように無次元化し、圧力流れの質量流量係数 Q_p を定義する。

$$(2.3.26) \quad Q_p(D) = -\frac{q_p}{h^2 \left(\frac{dp}{dx}\right) / \sqrt{2RT}}$$

ここに、 D は逆クヌッセン数と呼ばれ、次のように定義されている。

$$(2.3.27) \quad D = \frac{\sqrt{\pi}}{2Kn}$$

したがって、 $Q_p(D)$ を連続流の場合の圧力流れの質量流量 $Q_{\text{con}}(D)$ で正規化すると、ボルツマン修正レイノルズ方程式の無次元表示は次のように表すことができる。

$$(2.3.28) \quad \frac{d}{dX} \left[PH^3 \left(\frac{Q_p(D)}{Q_{\text{con}}(D)} \right) \frac{dP}{dX} \right] = \Lambda \frac{d}{dX} (PH)$$

連続流、スリップ1次近似、2次近似の場合の $Q_p(D)$ はそれぞれ $D/6$ 、 $D/6(1 + 3\sqrt{\pi}/D)$ 、 $D/6(1 + 3\sqrt{\pi}/D + 3\pi/2D^2)$ である。このように、薄膜気体潤滑モデルの一般化は圧力流れの質量流量の一般化であることが分かる。

圧力流れの質量流量 Q_p は積分方程式(2.3.20)を ψ_p について数値的に解き、その結果を式(2.3.23)に代入し、それをさらに質量流量の定義に基づきすきま方向に数値積分することで求めることができる。公表されている質量流量のデータベース[15]を使用すれば、従来の気体潤滑モデルの数値シミュレーションプログラムからの改造は比較的容易である。また、文献[15]には任意の逆クヌッセン数での質量流量はデータベースに適切な内挿方法等を使うことで高速に計算できることも示されている。

2.4 薄膜気体潤滑モデルの比較

2.1～2.3項でレビューした4つの薄膜気体潤滑モデルの違いは圧力流れの質量流量係数に集約される。圧力流れの質量流量係数と逆クヌッセン数との関係を各モデルについて計算することでその特性を比較することができる。図4から、1次スリップ近似は質量流量を過少に評価するが、2次スリップ近似の方は逆に過大評価していることがわかる。また、 $Kn \ll 1$ の領域では、ボルツマン修正レイノルズ方程式に基づく厳密な漸近解が示されている。

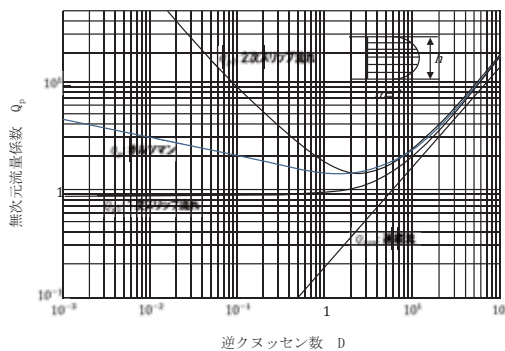


図4：圧力流れの流量係数 $Q_p(D)$ (出典：[5])

2.1項で述べたように、ベアリング数 Λ はせん断流れと圧力流れの質量流量の比を表している。仮に Λ が大きくなると、せん断流れが支配的になりクヌッセン数の影響が減少する。そのため、系のベアリング数の大きさによっては、本来クヌッセン数に依存する気体潤滑モデル間の予測精度の差はそれほどつかなくなってしまいます。図5は浮動ヘッドの設計に重要な負荷容量 W とベアリング数の関係を調べた結果である。これから分かるように、系の代表的逆クヌッセン数 D_0 を固定した状態で Λ が増加すると、どのモデルの W も一定値に漸近し、それぞれの差異は減少する。しかし、圧力流れが支配的となるような実験条件下において、ボルツマン修正レイノルズ方程式の計算結果は実測値に良く合致することが示されており、本モデルの有効性が確認されている [16]。

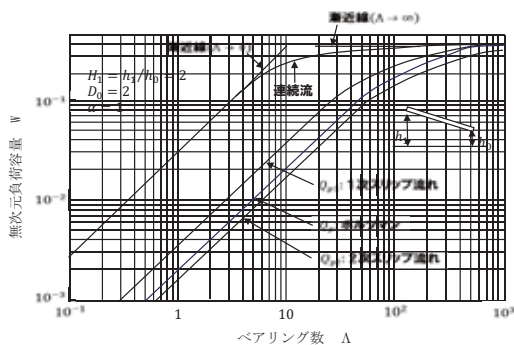


図5：ベアリング数 Λ と負荷容量 W の関係（出典：[5]）

3 新しいヘッド・ディスク媒体インターフェースについて

浮上すきまが数ナノメートルの領域に突入しディスクの表面粗さや液体潤滑膜の影響が顕在化するなか、これまでの薄膜気体潤滑モデルだけでは限界があるのは明らかである。図6に示すように、記録密度 10 Tb/in^2 の実現^{*2}に向けて、ヘッドの記録再生部のみが潤滑膜を滑走する一方で、その滑走状態を安定に維持できるような他の部分を気体潤滑させるアプローチが提案されている [17]。記録密度 10 Tb/in^2 を実現するためにはヘッドの記録再生部とディスク媒体間の絶対的距離は2~3ナノメートル程度だろうと言われており [1]、もはや気体潤滑流れのみではなく^{*3}、相対運動する二つの軸受面間を満たす液体潤滑膜の流動とそのヘッドへの影響を含めた問題に帰着すると思われる。この領域では系の代表長 l と内部代表長 λ の比は $\lambda/l \approx 1$ で、遠方にある部分要素の相対運動がその他のすべての部分要素に影響を与える遠距離作用とそれらの空間分布が物体の応答に本質的に効いてくるため、従来の連続体力学では扱えず、ス

^{*2}現状の市販ドライブで 750 Gb/in^2 、実験室レベルでは既に 1.2 Tb/in^2 が実現されている。

^{*3}このモデル、ディスク媒体表面に最接近するヘッドの記録再生部が液体潤滑膜を滑走しているので、浮上すきまとは言わず記録再生部とディスク媒体間のスペーシングを磁気すきまと呼ぶ。

ケール効果を取り込める力学理論の知見が必要となる。非局所連続体力学 [18] はそのような力学理論として構築されたものである*4。

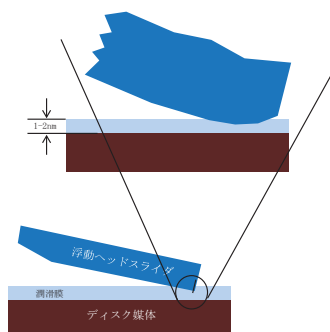


図6：液体と気体の混合潤滑モデルのイメージ（出典：[17]）

筆者等は非局所連続体力学に基づいて液体粒子の遠距離作用と境界近傍での配向効果を考慮して粘性流体潤滑モデルを導出し、薄膜液体の微視的挙動を記述することに成功した [8]。非局所潤滑方程式の詳細は紙面の都合により参考文献 [8] に譲り、ここでは記録密度 10 Tb/in² の実現に向けて提案された上述の浮動ヘッドスライダ機構 [17] の数理モデルとして、以下に提案する気体潤滑と液体潤滑の混合モデルをもって本稿の纏めとする。非局所潤滑方程式により厚さ数ナノメートルの液体膜を挟んだ記録再生部とディスク媒体面の間に働く力を正確に予測することができるので、その力をボルツマン修正レイノルズ方程式に反映させることで数ナノメートルの磁気すきまを安定に維持しながら滑走するヘッド・ディスク媒体インターフェースを実現することが可能であると考えている。

参考文献

- [1] Liu, B. et al., Air-bearing design towards highly stable head-disk interface at ultra-low flying height, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 43, No. 2, pp. 715–720, 2007
- [2] Cercignani, C., Rarefied Gas Dynamics – From Basic Concepts to Actual Calculations, Cambridge University Press, 2000
- [3] Burgdorfer, A., The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas lubricated bearings, Transactions of ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 81, pp. 94–100, 1959
- [4] Hsia, Y. H. and Domoto, G. A., An experimental investigation of molecular rarefaction effects in gas lubricated bearings at ultra-low clearances, Transactions of ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 105, pp. 120–130, 1983

*4気体潤滑で中心的な役割を担ったボルツマン方程式は時空間において非局所性を有する例として良く知られている [19]。

- [5] Fukui, S. and Kaneko, R., Analysis of ultra-thin gas film lubrication based on linearized Boltzmann equation: first report – derivation of a generalized lubrication equation including thermal creep flow, *Transactions of ASME Journal of Tribology*, Vol. 110, pp. 253–262, 1988
- [6] Fukui, S. and Kaneko, R., Molecular gas film lubrication (MGL), *Handbook of Micro/Nanotribology*, ed. Bushan, B., CRC Press, pp. 559–604, 1995
- [7] Eringen, A. C., On nonlocal fluid mechanics, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 10, No. 6, pp. 561–575, 1972
- [8] Eringen, A. C. and Okada, K., A lubrication theory for fluids with microstructures, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 33, No. 15, pp. 2297–2308, 1995
- [9] 木谷、流体機械に伴う流れ、*流体力学ハンドブック*、第22章、丸善、1987
- [10] Schaaf, S. A. and Sherman, F. S., Skin friction in slip flow, *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 21, No. 2, pp. 85–90, 1953
- [11] Bhatnagar, P. L., Gross, E. P. and Krook, M., A model for collision processes in gases, I, *Physical Review*, Vol. 94, pp. 511–525, 1954
- [12] Abramowitz, M. and Stegun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, 1968
- [13] Cercignani, C. and Daneri, A., Flow of a rarefied gas between two parallel plates, *Journal of Applied Physics*, Vol. 34, No. 12, pp. 3509–3513, 1963
- [14] Willis, D. R., Comparison of kinetic theory analyses of linearized Couette flow, *Physics of Fluids*, Vol. 5, No. 2, pp. 127–135, 1962
- [15] Fukui, S. and Kaneko, R., A database for interpolation of Poiseuille flow rates for high Knudsen number lubrication problem, *Transactions of ASME Journal of Tribology*, Vol. 112, pp. 78–83, 1990
- [16] Fukui, S. and Kaneko, R., Experimental investigation of externally pressurized bearings under high Knudsen number conditions, *Transactions of ASME Journal of Tribology*, Vol. 110, pp. 144–147, 1988
- [17] Liu, B. et al., Lube-surfing recording and its feasibility exploration, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 45, No. 2, pp. 899–904, 2009
- [18] Eringen, A. C., *Nonlocal Continuum Field Theories*, Springer-Verlag, New York, 2002
- [19] Eringen, A. C., *Continuum Physics Volume IV – Polar and Nonlocal Field Theories*, Academic Press, New York, 1976