

[本部]2. 林木育種のための統計入門(4)

木梨, 謙吉
九州大学農学部附属演習林 : 教授

宮崎, 安貞
九州大学農学部附属演習林 : 助教授

田島, 正啓

<https://doi.org/10.15017/1462148>

出版情報 : 演習林研究経過報告. 昭和47年度, pp.6-11, 1973. 九州大学農学部附属演習林
バージョン :
権利関係 :

2. 林木育種のための統計入門 (4)

木梨謙吉・宮崎安貞・田島正啓

遺伝力 (Heritability) の推定 (続)

Ⅲ 総当り交配 (Diallel matings)

A. 男親が女親で各々と交配する場合である。交配あたりの子数は等しくないが、1つでも子供のない場合はないとする。

1. 模型

a. 統計学的

繰返しをもつ両親からの子供の数を等しい数に保つことが困難であるから、2つの分析法がある。一つの繰返しの中で両親のある子供(プロット)の平均値を用いる場合と個々の記録を別々に分析する場合とがある。

$$Y_{hijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \delta_h + e_{hijk}$$

こゝで

Y_{hijk} = i 番目の父親と j 番目の母親との h 番目繰返しプロット内の k 番目の両親のある子供の観測値

μ = すべての観測値に共通の値

α_i = i 番目の父親の効果

β_j = j 番目の母親の効果

$(\alpha\beta)_{ij}$ = 父親と母親の交互作用項

δ_h = h 番目の繰返しの効果

e_{hijk} = 環境分散および同じプロット内の両親のきまっている場合における遺伝分散の残り

この模型は繰返しの中で1プロットしかない場合である。

分散分析 1

各プロットごとにフルシブ子孫の平均値を使用したとき

変動変動	d, f.	SS	MS	EMS
繰返し	R - 1	SS _R	MS _R	- -
父系	S - 1	SS _S	MS _S	$\sigma_c^2 + n_k \sigma_w^2 + R \sigma_{SD}^2 + RD \sigma_s^2$
母系	D - 1	SS _D	MS _D	$\sigma_c^2 + n_k \sigma_w^2 + R \sigma_{SD}^2 + RS \sigma_d^2$
父系×母系	(S-1)(D-1)	SS _{SD}	MS _{SD}	$\sigma_c^2 + n_k \sigma_w^2 + R \sigma_{SD}^2$
父系-母系 組合×繰返	(DS-1)(R-1)	SS _I	MS _I	$\sigma_c^2 + n_k \sigma_w^2$

R = 繰返し数、 S = 父系の数、 D = 母系の数

$$n_k = \frac{1}{RSD} \sum_h \sum_i \sum_h \frac{1}{n_{hij}}$$

n_{hij} = i 番父系と j 番母系からの h 番繰返しにおけるフルシブの数

σ_c^2 = 1つのプロット内のすべての個体に共通な誤差分散

2. 計算法

分散分析の計算は普通の要因配置実験と全く同じ順序である。プロット平均が用いられる場合、 Z_{hij} を観測値の記号とする。この場合プロット内でのk番目は必要がない。

各要因の平方和(SS)、平方平均(MS)は普通のとおり計算される。

補正項(C. T.) $\frac{Z_{\dots}^2}{RSD}$

繰返 $SS_R = \frac{\sum_h Z_{h\cdot\cdot}^2}{SD} - C. T.$

$$MS_R = \frac{SS_R}{R-1}$$

父系 $SS_S = \frac{\sum_i Z_{\cdot i \cdot}^2}{RD} - C. T.$

$$MS_S = \frac{SS_S}{S-1}$$

母系 $SS_D = \frac{\sum_j Z_{\cdot\cdot j}^2}{RS} - C. T.$

$$MS_D = \frac{SS_D}{D-1}$$

父系×母系の交互作用項

父系×母系 $SS_{SD} = \sum_i \sum_j \frac{Z_{\cdot ij}^2}{R} - \sum_j \frac{Z_{\cdot\cdot j}^2}{RS} - \sum_i \frac{Z_{\cdot i \cdot}^2}{RD} + C. T.$

$$MS_{SD} = \frac{SS_{SD}}{(S-1)(D-1)}$$

父系-母系×繰返

$$SS_I = \sum_h \sum_i \sum_j Z_{hij}^2 - \sum_i \sum_j \frac{Z_{ij}^2}{R} - \sum_h \frac{Z_{h..}^2}{SD} + C.T. \quad MS_I = \frac{SS_I}{(SD-1)(R-1)}$$

今このヒノキ *Chamaecyparis obtusa* の Diallel cross の実験例(昭和46年度研究経過報告)の一部を計算過程を示すため、一部変形して用いた。単位は gr/1000 seeds で、父系3品種、母系5品種の2回繰返とみたてた。

母系 (dam)	繰返	父 系 (sire)			Z...j
		S ₁	S ₂	S ₃	
K 2 0	1	1.9041	2.2096	2.4605	
	2	1.9039	1.9632	2.0061	
	Z _{.ij}	3.8080	4.1728	4.4666	12.4474
N 1 1	1	2.2707	2.0377	2.6340	
	2	2.4835	3.1691	2.7842	
	Z _{.ij}	4.7542	5.2068	5.4182	13.3792
K 5	1	2.7184	2.7138	3.4275	
	2	2.2896	2.5396	3.2957	
	Z _{.ij}	5.0080	5.2534	6.7232	13.9846
A 4 0	1	2.3274	2.6459	1.8804	
	2	2.3041	2.3329	2.4603	
	Z _{.ij}	4.6315	4.9788	4.3407	13.9510
N 1 0	1	1.7954	2.2233	2.4475	
	2	1.7152	1.8905	2.2465	
	Z _{.ij}	3.5106	4.1138	4.6940	12.3184
Z _{.i.}	21.7123	23.7256	25.6427		
Z... = 71.0806					

繰 返 (Z _{h.})	
1	2
35.6962	35.3844

各平方和の計算

$$\text{補正項 (C.T.)} = \frac{Z^2_{..}}{RSD} = \frac{(71.0806)^2}{2 \times 3 \times 5} = \frac{5052.4517}{30} = 168.4150$$

$$\begin{aligned} \text{繰返} \quad \frac{\sum Z^2_{h..}}{SD} - \text{C.T.} &= \frac{(35.6962)^2 + (35.3844)^2 - \text{C.T.}}{15} \\ &= \frac{2526.2744}{15} - 168.4150 \\ &= 168.4183 - 168.4150 \\ &= 0.0033 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{父系} \quad \frac{\sum Z^2_{i.}}{RD} - \text{C.T.} &= \frac{(21.7123)^2 + (23.7256)^2 + (25.6427)^2}{10} - 168.4150 \\ &= \frac{1691.8761}{10} - 168.4150 \\ &= 0.7726 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{母系} \quad \frac{\sum Z^2_{.j}}{RS} - \text{C.T.} &= \frac{(12.4474)^2 + (15.3792)^2 + (16.9846)^2 + (13.9510)^2 + (12.3184)^2}{6} \\ &\quad - 168.4150 \\ &= \frac{1026.3076}{6} - 168.4150 \\ &= 171.0513 - 168.4150 \\ &= 2.6363 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{全平方和} \quad \sum y_{hij}^2 - \text{C.T.} &= (1.9041)^2 + (2.2096)^2 + \dots + (2.2465)^2 - \text{C.T.} \\ &= 173.8073 - 168.4151 \\ &= 5.3923 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{父系} \times \text{母系} \quad \frac{\sum \sum Z^2_{ij}}{R} - \frac{\sum Z^2_{.j}}{RS} - \frac{\sum Z^2_{i.}}{RD} + \text{C.T.} \\ &= \frac{345.1756}{2} - 171.0513 - 169.1876 + 168.4150 \\ &= 172.5878 - 171.0513 - 169.1876 + 168.4150 \\ &= 0.7639 \end{aligned}$$

$$\text{父系} - \text{母系} \times \text{繰返} \quad \sum \sum \sum Z^2_{hij} - \sum \sum \frac{Z^2_{ij}}{R} - \sum \frac{Z^2_{h..}}{SD} + \text{C.T.}$$

$$= 173.8073 - 172.5878 - 168.4183 + 168.4150$$

$$= 1.2162$$

分散分析表として、

要因	平方和	自由度	平方平均
繰返	0.0033	2-1=1	0.0033
父系	0.7726	3-1=2	0.3863
母系	2.6363	5-1=4	0.6591
父系×母系	0.7639	2×4=8	0.0955
父系-母系×繰返	1.2162	(15-1)(2-1)=14	0.0869
計	5.3923		

分散の成分を上表から求めると、

$$\hat{\sigma}_S^2 = \frac{MS_S - MS_{SD}}{RD} = \frac{0.3863 - 0.0955}{10} = \frac{0.2908}{10} = 0.0291$$

$$\hat{\sigma}_D^2 = \frac{MS_D - MS_{SD}}{RS} = \frac{0.6591 - 0.0955}{6} = \frac{0.5636}{6} = 0.0939$$

$$\hat{\sigma}_{SD}^2 = \frac{MS_{SD} - MS_I}{R} = \frac{0.0955 - 0.0869}{2} = \frac{0.0086}{2} = 0.0043$$

なおプロット間、プロット内分散を求めるため、全体から次の data をとり計算した。

Y _{hijk}	Y _{hij.}	Y _{hijk}	Y _{hij.}
2.0460 1.7875	3.8335	1.9840 2.0775	2.0775
2.5860 1.7800	4.3660	2.0767 2.6620	4.7387
2.1835 1.7872	3.9707	2.4055 2.2991	4.7046
2.1125 1.9125	4.0250	2.6975 2.6340	5.3315
3.0285 2.5193	5.5478	1.7800 2.0575	3.8375
2.7890 2.6600	5.4490	1.7930 2.2393	4.0323
1.8250 1.6450	3.4700	2.1830 1.4085	3.5915

$$\sum \sum \sum Y_{hij}^2 = 259.4495 \quad \frac{259.4495}{2} = 129.7248$$

$$\sum \sum \sum \sum Y_{hijk}^2 = 137.0469$$

$$c_T = \frac{(\sum \sum \sum Y_{hij})^2}{(14) \times 2} = \frac{(58.9756)^2}{28}$$

$$= \frac{3478.1214}{28}$$

$$= 124.2186$$

要因	自由度	平方和	平方平均
プロット間	14-1=13	129.7248 - 124.2186 = 5.5062	
プロット内	28-14=14	137.0469 - 129.7248 = 7.3221	0.5230 = SS_W

$$\hat{\sigma}_w^2 = 0.5230$$

$$\hat{\sigma}_T^2 = 0.0291 + 0.0939 + 0.0043 + 0.5230 = 0.6503$$

求める heritability の推定は次のようになった。

$$h_S^2 = \frac{4(0.0291)}{0.6503} = 0.179$$

$$h_D^2 = \frac{4(0.0939)}{0.6503} = 0.578$$

$$h_{S+D}^2 = \frac{2(0.0291 + 0.0939)}{0.6503} = 0.378$$

以上の計算とその結果については、一応計算過程を示すことを主眼とし、計数それ自体については後日検討すべき点が多いと思われる。

(文献)

W.A.Becker : Manual of Procedures in Quantitative Genetics (1964)