九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

トラップドキンクによって形成される砂山の二重縞構造

下川，倫子
九州大学総合理工学府大気海洋環境システム学専攻

太田，正之輔
九州大学総合理工学研究院流体環境理工学部門

https://doi.org/10.15017/14562

出版情報：九州大学大学院総合理工学報告. 28 (3), pp.323-328, 2006-12. Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University
バージョン：
権利関係：

九 州 大 学 大 学 院 総 合 理 工 学 報 告
第28巻　第3号　323-328頁　　平成18年12月

Engineering Sciences Reports, Kyushu University
Vol. 28, No. 3, pp. 323-328, DEC. 2006

トラップドキンクによって形成される砂山の二重縞構造

下川　倫子*1,†・太田　正之輔*2

(平成18年4月28日　受理)

Dual stratification of a sand pile formed by trapped kink

Michiko SHIMOKAWA, Shonosuke OHTA
†E-mail of corresponding author: *simokawa@esst.kyushu-u.ac.jp*

We report on the experimental studies about a new dual stratification pattern and a trapped kink of a sand pile. When we pour a mixture of Large Rough grains (LRG) and Small Smooth grains (SSG) into a quasi-two dimensional Hele-Shaw cell, a stratification pattern of alternate LRG and SSG is formed spontaneously. In a formation of the stratification pattern, a congestion wave (kink) is observed. Ordinary, the kink is generated at the bottom of a sand pile and then the kink goes toward a top of the sand pile. In our experiment of a large sand pile, we found a new stratification pattern with two wavelengths. A wavelength is short in an upper region of the sand pile, while the other is long in the lower region. When the dual stratification is formed, the kink is generated not only at the bottom (ordinary kink) but also on the way of the sand pile slope (trapped kink). Both two kinks make the short wavelength of the upper region different from the ordinary stratification pattern. Therefore in our experiment of the large sand pile, the dual stratification is formed.

Key words: *pattern formation, sand pile, stratification, avalanche, congestion wave, repose angle*

1.　緒言

粉体の振る舞いを正確に知ることは、地滑り・雪崩・液状化といった自然災害に対する対策や、薬の合成を扱う薬学、化学製品の輸送や反応といった工学上の応用、惑星のリングの形成など非弾性衝突を扱う天文学や地学の基礎研究にとっても、重要な課題である。しかしながら、粉体の挙動は奇妙で複雑であるため、基礎的・系統的な研究は十分にはなされていない。

奇妙で複雑な現象のひとつの例として、ブラジルナッツ効果で代表される粉体の偏析現象があげられる。二種類の粉体を一様に混合し、密閉した容器に入れる。この容器を上下に振動させると、自発的にそれぞれの粉体どうしに分離する[1)]。このように粉体は外力を加えると互いに分離しようとする性質を持つ[2)]。もう1つの面白い現象の例として、粉体の相転移現象があげられる。砂山形成において、砂山表面は粒子の集団があたかも液化しているかのようになだれとして流れる。しかしながら、ある程度流れると粒子どうしが押し付け合い、なだれとして流れることができなくなり、固化して砂山の一部となる。このように砂山では液体・固体相転移が見られる[3)]。粉体の偏析現象や相転移現象をはじめとする粉体の面白い現象について、多くの研究者が興味を持ち、さまざまな研究がなされてきた[4)]。

2種類の粉体を一様に混ぜ合わせ、この混合粉体をHele-Shaw cellの狭い隙間(本実験では5.0mm)に一方から注ぐ。すると、形成された砂山の表面には相分離パターン、もしくは縞構造が見られる。これらのパターンの選択は粉体粒子の粒径となだれが止まったときの山の角度である安息角の相対的な大小関係で決定される[5-7)]。本研究では、粒径が大きく安息角も大きい粒子(**L**arge **R**ough grains : LR粒子)と粒径が小さく安息角も小さい粒子(**S**mall **S**mooth grains : SS粒子)の混合粉体で形成される縞構造の砂山に焦点を当て、研究をおこなった。縞構造の砂山の形成において重要な役割を担うのがなだれと逆方向の山の麓から峰に向かって進む渋滞波(kink)である[8,9)]。挿入された粉体は山の峰から麓に向かってなだれとして流れ落ちる。麓付近では山の勾配がゆるくなっている(run-out plane)ため、麓に到達するとなだれは止まり、kink が発生する。麓で発生した kink が峰に到達すると、なだれが起こる。なだれと kink の1往復運動につき、1組の縞構造ができる。そして、この往復運動を繰り返しなが

*1 大気海洋環境システム学専攻 博士課程
*2 流体環境理工学部門

ら縞構造を持った砂山が形成される。Kink は必ず山の麓から発生すると報告されてきた[10]。しかし、すべての kink が山の麓から発生するのは砂山のサイズが小さいためではないかと私は考えた。そこで、従来の約2倍のサイズの砂山で同様の実験をおこなった。

2. 実験方法

粉体実験は湿度に大きく影響されるため、実験室を温度27℃、湿度45%に保ち、実験をおこなった。使用した試料はガラスビーズ(Fig. 1(a))とラカント(Fig. 1(b))である。ガラスビーズがSS粒子、ラカントがLR粒子に対応する。この2種類の粉体を体積比1:1で一様に混合した。これらの物性値はTable 1に示す。Hele-Shaw cellのサイズは横60cm、高さ50cmで、挿入する隙間の幅は0.5cmである。Hele-Shaw cellは地面に対して垂直に立てる。また、砂山はある一定の大きさ以上になると重みによって崩れてしまうため、砂山の角度(=33°)に切った木の板(Fig. 2(a) **W**)を砂山の斜面に平行になるように設置し、実験をおこなう。現実の砂山により近い状態になるように、木の板の表面にはLR粒子を両面テープで貼り付けた。木の板から十分離れた位置ではパターン、動的挙動について、木の板の影響はなく、木の板がない場合と同様の現象が起こることを実験的に確認している。流量 **J** は0.86g/sで統一的におこなった。ただし、Fig. 2 のみ流量 **J** は0.37g/sである。

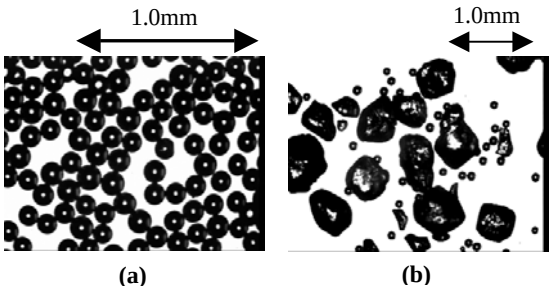


Fig. 1 Samples. (a) Glass beads. (b) Brown sugar.

Table 1 Characteristic value of two grains.

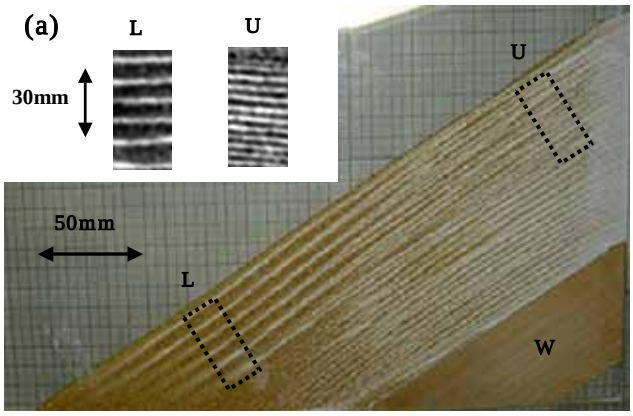
Samples	Diameter (mm)	Repose angle（deg）
Glass beads	0.1	26
Brown sugar	0.2～0.8	38
Mixture grains		33

3. 結果

3.1 大きな砂山で形成される縞構造

大きな砂山で実験をしたところ、Fig. 2(a) にみられるような山の上部**U**と下部**L**で縞間隔の異なる砂山が自発的に形成された。スペクトル解析で得られた結果をFig. 2(b) に示す。縞間隔は上部**U**でλ_u=3.8mm、下部**L**でλ_L=7.4mmであり、山の上部のほうが下部よりも縞間隔が狭くなっており、下部の縞間隔は上部の縞間隔の約2倍であった。

では、大きな砂山での実験で2つの縞構造が形成されるのはなぜだろうか。これはtrapped kinkという山の斜面途中で発生する新しいタイプのkinkによるものである。大きな砂山実験ではkinkが山の麓だけでなく、山の斜面途中でも発生する。従来見られていた山の麓で発生するkinkをordinary kink、今回新しく見られたkinkをtrapped kinkと区別して呼ぶ。山の上部の縞間隔λ_uはordinary kinkとtrapped kinkによって形成される。一方、下部の縞間隔λ_Lはordinary kinkのみでつくられる。上部のほうが下部に比べてなだれとkinkの往復運動の回数が多いため、狭い縞が作られる。



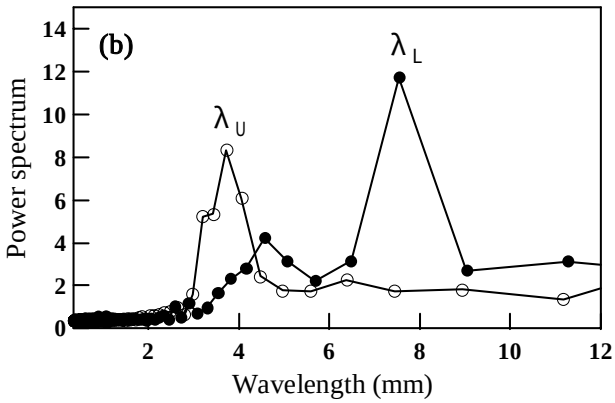
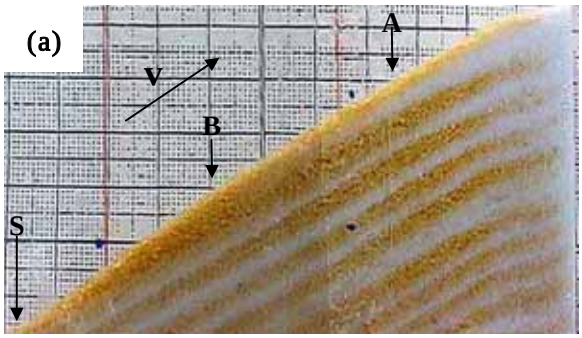


Fig. 2 Dual stratification pattern (Flux J=0.37g/s)
(a) Photo of a dual stratification, and **W** is a wood board.
(b) Power spectrum of (a).

3.2　Trapped kink の形成過程

前節で2つの縞構造を持った砂山の形成には trapped kinkの存在が重要であることがわかった。そこで、trapped kinkの発生過程を知るためにSONYデジタルビデオカメラレコーダー(DCR-VX2100)を用いて、なだれ表面の観察をおこなった。

Fig.3 は trapped kink が山の峰に向かって移動しているときのスナップショットである。Fig. 3(a) の **S** 点は trapped kink の発生位置を示す。また山の斜面途中でとまるなだれを halfway avalanche、麓まで流れるなだれを full avalanche と以下では区別して呼ぶことにする。Fig. 3(a) をつかって trapped kink の形成過程を説明する。まず、挿入された粉体は流れているときに受ける振動によって、上下に分離し、A 近傍に見られるような2層流を形成する。このときブラジルナッツ効果によって、2層流の上層は LR粒子(茶)、下層が SS粒子(白)となっている。上層の LR粒子は下層の SS粒子よりも速い速度で流れており、なだれが流れるにつれ、なだれの先頭に集まり、LR粒子の集団をつくる(B 近傍)。LR粒子集団の長さ δL (Fig. 3(b)) がある程度、長くなると、液化していた先頭の LR粒子集団が固化し、結果として halfway avalanche が斜面途中で自発的に止まる(Fig. 3(a) **S**点)。それと同時に halfway avalanche が止まった位置 **S** を基点として、Trapped kink が発生する。発生した Trapped kink が速度 **v** で山の峰まで達すると、なだれがおこる。このなだれは trapped kink が発生した際に作られた先頭LR集団のきつい勾配 (**S** 近傍) によって、斜面途中で止まれず、full avalanche となる。このとき、kink は山の麓で発生する (ordinary kink)。ordinary kink が通り過ぎると、砂山の斜面がフラットになり、結果として、次は halfway avalanche がおこり、trapped kink が発生する。このように大きな砂山の実験では trapped kink と ordinary kink がほとんど交互に発生することが実験的に分かった。また、なだれの厚み **D**=0.87cm (Fig. 3(b)) はなだれの中でほとんど変化しないことが観察された。



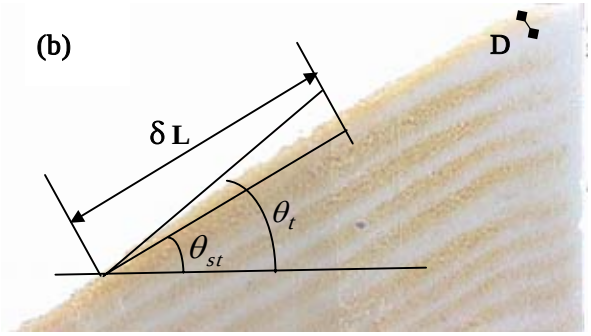


Fig. 3　Trapped kink. (Flux J=0.86g/s)
(a) Point **S** is where trapped kink is generated. Region **A** is where grains of halfway avalanche segregate up and down. Point **B** is where LRG were gathered. Trapped kink goes up toward a top of a sand pile at a velocity **v**. (b) Length of front LRG is **δL**. Repose angle of a sand pile is θ_{st} . Front angle of halfway avalanche is θ_t , as halfway avalanche stops. Thickness of a halfway avalanche is **D**.

次に halfway avalanche に注目し、trapped kink が発生するまでの halfway avalanche の先頭を追った。Fig. 4 の横軸 **t** は時間を示し、**t** =0 は粉体が砂山の頂点から転がり始めた時間、縦軸 **L** は halfway avalanche の先頭の位置を示す。測定方法を以下に示す。斜面距離が 0cm-10cm、5cm-15cm、10cm-20cm、15cm-25cmと4箇所でたくさんの halfway avalanche 表面を拡大して撮影する。それらの動画をVAIO内蔵のWindowsムービーメーカーで１コマずつ動かし、それぞれの halfway avalanche の先頭の位置の時間変化を追う。それぞれの得られた先頭位置の時間変化を重ね合わせ、グラフ化した。動画のコマ数は15F/s、シャッタースピードは1/60 sである。Fig. 4 に見られるように halfway avalanche が自発的に止まる位置にはばらつきがある。そして、はじめ、halfway

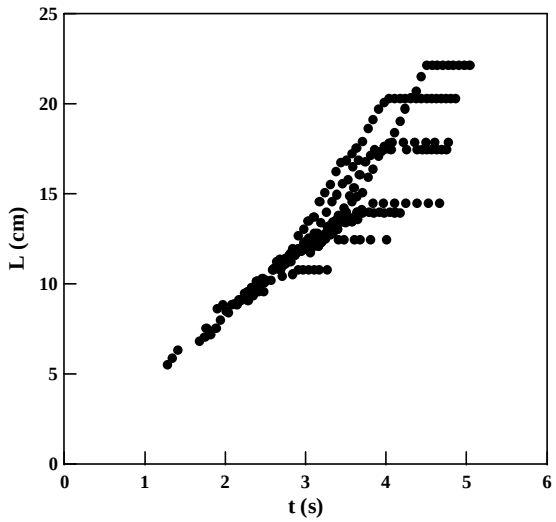


Fig. 4　Time dependence for the front position of a halfway avalanche ***L***. (Flux J=0.86g/s)

avalancheはほぼ定常で流れ、その後、急激に止まっていることがわかる。

Fig. 5(a) はなだれ先頭にたまるLR粒子集団の全長を調べたものである。横軸は halfway avalanche の先頭の位置 **L**(Fig. 3(b))、縦軸がなだれ先頭の LR粒子集団の全長δ**L** である。 **L** とδ**L** は比例関係にあり、なだれの約6割が先頭LR粒子集団で構成されていることが分かった。

Fig. 5(b) は山の斜面角度を調べたものである。△は2つの縞構造をもった砂山の角度 θ_{st} (Fig. 3(b))、●は固化した halfway avalanche の先頭の角度 θ_t (Fig. 3(b)) の確率分布である。θ_{st} の平均角度(△)は小さい砂山実験とほぼ同じ角度(=33.3 °)であり、θ_t の平均角度(●)は θ_{st} (△)より明らかに大きい38.6 ° であった。これはLR粒子の安息角 θ_{LR} とほぼ同じ角度である。

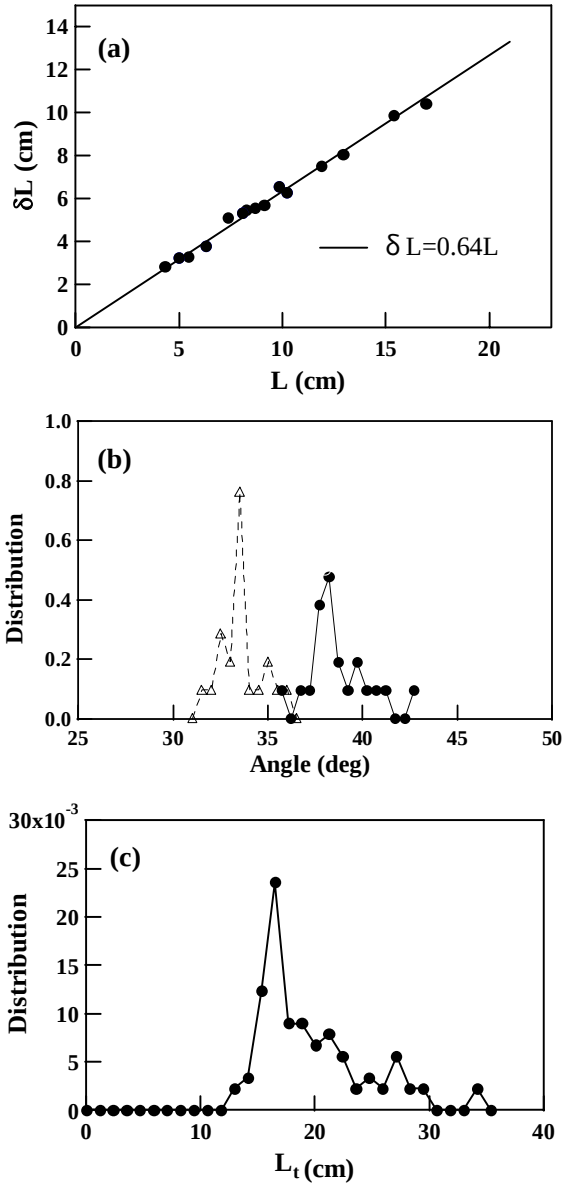


Fig. 5 (Flux J=0.86g/s) (a) Relationship between length of halfway avalanche L and front length of LRG δL. (b) Distributions for Repose angle of sand pile θ_{st} (△) and front angle of halfway avalanche θ_t (●). (c) Distribution for generated point of trapped kink.

Fig. 5(c) はhalfway avalancheが自発的に止まった位置の確率分布である。止まる位置の確率分布は対称な形をしておらず、後ろに裾を引く形をしている。本実験でhalfway avalancheが止まる位置(trapped kink の発生位置) の分布のピークは16.3cmであった。

4. 考察

大きな砂山の実験で二重縞構造の砂山が形成されることを発見した。この原因は砂山の斜面途中で発生する trapped kink によるものである。Trapped kink が発生するとき、斜面途中で自発的に止まる halfway avalanche がみられる。Fig. 4によると、一定の厚み **D** をもった halfway avalanche ははじめ、ほぼ定常で流れ、あるとき、急激に止まるという振る舞いが見られる。一般に粉体のながれについて、全体にかかる重力と床や側壁から受ける抵抗がつりあったとき、定常流になることが知られている[11,12]。ここでいう全体の重力とは流れている粉体粒子の量に比例する値である。仮に、先頭LR粒子集団の増加に伴なって抵抗 (LR粒子の接触面積に比例すると仮定) も増加するとしても、halfway avalanche の速度は指数関数的な減速しかおこりえないだろう。したがって、halfway avalanche が急激に停止する現象は線形の抵抗力では説明できない。Fig. 5(a) からなだれが流れた距離 L に比例して、なだれ先頭の LR粒子集団が成長するということがわかる。固化した halfway avalanche の先端角度 θ_t は、Fig. 5(b) に示すようにLR粒子の安息角 θ_{LR} に等しいことが観測されている。

以上の結果をふまえて、trapped kink の発生、いいかえると halfway avalanche が急激に停止する現象について、『halfway avalanche の先頭角度がLR粒子の安息角になったとき、なだれは急激にとまる』という仮説を立てた。

時間に依存する halfway avalanche の先頭角度(先頭LR粒子集団の角度) $\theta(t)$ に注目する。ここでなだれの先頭角度 $\theta(t)$ と二重縞構造の砂山の角度 θ_{st} の差を $\delta\theta$ とおく。$\delta\theta$ は底辺 δL 、高さ D の直角三角形がつくる角度である(Fig. 3(b))。幾何学的条件より、なだれの厚み **D** を使うと、$\delta\theta = \tan^{-1}(D/\delta L)$ と表せる。すると、$\theta(t) = \theta_{st} + \tan^{-1}(D/\delta L)$ と示せる。θ_{st} は一定値、**D** はほとんど変動しない値であることから、θ は δL のみに依存する量であり、δL の成長ととも

に小さくなっていくことが分かる。以上のことから、Halfway avalanche が斜面途中で急激に止まるまでの過程を考える。始めは$\theta > \theta_{LR}$であるために、なだれ先頭のLR粒子集団はなだれを起こし、砂山を形成することができず、液体状態にある。しかし、なだれが流れるにつれ、δLが成長してくると、先頭LR粒子集団の角度θは小さくなってくる。そして、ついに

$$\theta = \theta_{LR} \qquad (1)$$

になったとき、液化していた先頭LR粒子が急激に固化し、なだれ先頭にLR粒子のみの小さな砂山を形成する。その結果、LR粒子のみの砂山によって、halfway avalanche がせき止められ、trapped kink が発生するのではないかと考えた。

この仮定の検証するために、幾何学的な式から halfway avalanche が自発的に止まる位置L_tを求めてみよう。

$\theta(t) = \theta_{st} + \delta\theta$, $\delta\theta = \tan^{-1}(D/\delta L)$, $\delta L = 0.64L$

に加え、halfway avalancheが$\theta = \theta_{LR}$でとまるというアイディアを加えてやると、halfway avalanche が自発的に止まる位置L_tは

$$L_t = \frac{D}{0.64 \cdot \tan(\theta_{LR} - \theta_{st})} \qquad (2)$$

と示せる。この式に測定値D = 0.87cm、$\theta_{LR} - \theta_{SS} \cong 5°$を代入すると止まる距離は 15.4cm と計算される。これは実験値 16.3cm と実験誤差の範囲内で一致する。このことから、なだれが山の斜面途中で止まる主要因は先頭LR粒子の角度$\theta(t)$がLR粒子の安息角θ_{LR}になることであると説明できる。

本実験で trapped kink の発生過程は分かってきた。しかし、なぜ$\theta = \theta_{LR}$という条件下で液化していた halfway avalanche が急激に固化するのか、というダイナミクスは解決できていない。ガラス転移で議論される Jamming transition と粉体の相転移現象をつなげ[13]、この現象を理解することができるかもしれない。また、trapped kink が発生する位置の確率分布は裾を引いてた形をしている。この分布の形は流量によらないことが実験から分かってきた。本実験ではなだれと接触する砂山表面の粒子はなだれにまきこまれて動くことができる。比較実験として、砂山表面の粒子が動けないように板に粒子を接着する。そこになだれが斜面途中で止まる現象において、本質的にきいているLR粒子を流し、板の真上で halfway avalanche が止まる位置の確率分布を調べた。このとき Gauss分布に従う分布が測定された[14]。このことから確率分布の形は砂山表面の粒子状態に大きく依存していると考えられる。実験で選択された分布の形についての理解はダイナミクスの理解につながるであろう。疑問を1つずつ解決し、halfway avalanche が急激に固化するダイナミクスの理解が今後の課題である。

5. 結論

大きな砂山で実験をし、今まで報告されていなかった2つの縞間隔を持つ砂山のパターンを発見した。これは山の麓から発生する従来の kink ではなく、山の斜面途中から発生する新しいタイプの trapped kink が発生するからである。Trapped kink はなだれの先頭にたまったLR粒子がつくる小さな山を基点として発生する。小さな砂山の勾配がLR粒子の安息角になったとき、液化していた先頭LR粒子は急激に固化する。その結果、なだれが急激に止まり、trapped kink が発生する。以上のことが実験から説明できた。

謝辞

この研究を行うにあたって、アドバイスを下さった本庄春雄教授、坂口英継助教授、桂木洋光助手(量子プロセス専攻)、中西秀教授、御手洗菜美子助手(理学部物理学科)、磯部雅晴助手(名古屋工業大学)、中原明生講師(日本大学)、本間真氏(元・日本大学助手)に感謝いたします。

参考文献

1) A. P. J. Breu, H. –M. Ensner, C. A. Kruelle and I. Rehberg: Phys. Rev. Lett. **90**, 014302 (2003).
2) トロイ・シンブロー, フェルナンド・ムッジオ: パリティー **16**, 4 (2001).
3) Heinrich M. Jaeger, Sidney R. Nagel and Robert P. Behringer: Rev. Mod. Phys. **68**, 1259 (1996).
4) 田口善弘: “砂時計の七不思議” 中公新書 (1995).
5) Herman A. Makse, Shlomo Havlin, Peter R. King and H. Eugene Stanley: Nature **386**, 379 (1997).
6) 野口真保: 物性研究 **72-2**, 102 (1999).
7) Y. Grasselli and H. J. Herrmann: Granular Matter **1**, 43 (1998).
8) Herman A. Makse, Pierre Cizeau and H. Eugene Stanley: Phys. Rev. Lett. **78**, 3298 (1997).
9) Herman A. Makse, Robin C. Ball, H. Eugene Stanley and Stephen Warr: Phys. Rev. E **58**, 3357 (1998).
10) J. M. N. T. Gray and Y. C. Tai: in ***Physics of Dry Granular Media,*** edited by H. J. Herrmann, J. –P. Hovi and S. Luding P.697. (Kluwer Academic Publishers, Boston/London, 1997).
11) O. Pouliquen: Phys. Fluids **11**, 542 (1999).
12) L. Silibert *et al*: Phys. Rev. E **64**, 051302 (2001).
13) Eric I. Corwin, Heinrich M. Jaeger and Sidney R. Nagel: Nature **435**, 1075 (2005).
14) 下川倫子: 平成 17 年度修士論文 (2006).