

パスカルの定理の初等的証明 (An elementary proof of Pascal's theorem)

津田, 丈夫
九州大学教養部数学教室

<https://doi.org/10.15017/1448993>

出版情報 : 九州大学教養部数学雑誌. 11 (1), pp.1-2, 1977-10. 九州大学教養部数学教室
バージョン :
権利関係 :

Math. Rep.
XI-1, 1977.

パスカルの定理の初等的証明 (An elementary proof of Pascal's theorem)

津 田 丈 夫
(Takeo TSUDA)
(1976年12月13日受付)

ブリアンションの定理のあざやかな証明がスモゴルジュフスキーによって与えられている。そこでその双対をとれば、パスカルの定理の証明をうる筈である。それをしてみたい。

パスカルの定理

円 Ω_0 に 6 辺形 123456 が内接している。辺 12 と 45 の交点を X , 23 と 56 の交点を Y , 34 と 61 の交点を Z とするとき, 3 点 X, Y, Z は同一直線上にある。

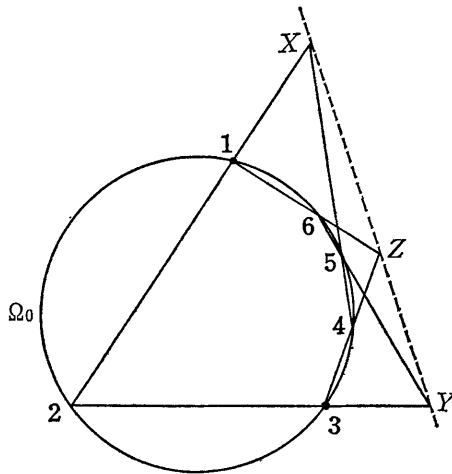


図 1

証明

Ω_1 を 1, 4 を通る円で Ω_0 と直交するものとする。

次に, X を中心とし, Ω_0 を不変にする反転によって写される Ω_1 の像を Ω_2 とすれば

Ω_2 は 2, 5 を通る円で Ω_0 と直交する。

何となれば反転では 2 曲線の交角は保存されるからである。

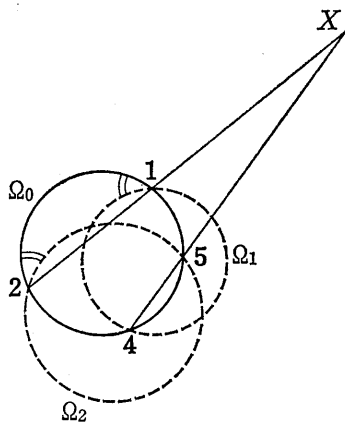


図 2

次に Y を中心とし、 Ω_0 を不変にする反転で写される Ω_2 の像を Ω_3 とすれば Ω_3 は 3, 6 を通る円で Ω_0 と直交する。

次に Z を中心に Ω_0 を不変にする反転で写される Ω_3 の像を Ω' とすれば Ω' は 1, 5 を通る円で Ω_0 と直交する。

すると、 Ω_1 と Ω' は同じ円である。

何となれば、いずれも 2 点 1, 5 を通り、又同じ点 1 で共に Ω_0 と直交する、そこで Ω_1 と Ω' は一致する。

さて、一般に点 A を中心とする反転で円 O が円 O' に写されたとしたとき、 A は又円 O と円 O' の相似の中心でもある。

そこで

Ω_1 と Ω_2 の相似の中心は X

Ω_2 と Ω_3 の " " Y

Ω_3 と Ω_1 の " " Z

である。

そこで X, Y, Z は同一直線上にある。

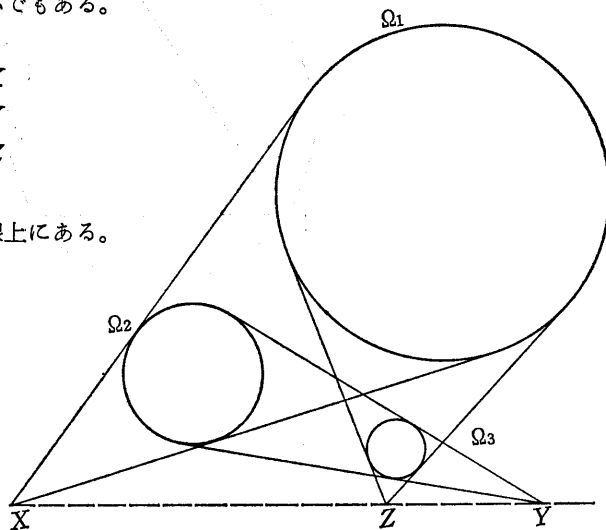


図 3