



hyperbolae, sive pro basi eorundem assumatur planum sectionis quae est hyperbola, sive segmentum circulare ex basi conii. Ast segmenta Conoidis Parabolici et Fusi Parabolici perfectam cubationem admittunt. Sit enim pro segmento Conoidis Parabolici ACD (fig. 6) parabola genitrix, cujus parameter r, FEGMF planum sectionis. Si fiat AJ = a, JE = b, AD = x, DC = y, erit DJ = x - a, HC = y - b et ex natura Parabolae JE = \sqrt{ar} , DC = \sqrt{rx} , adeoque FH² = BH × HC = rx - ar = EH × r. Constat ergo sectionem esse parabolam, quae eandem cum generatrice parametrum habet, consequenter ejus aream = $\frac{2}{3}xy - \frac{2}{3}ay$, h. e. $\frac{2y^3}{3r}$.

$\frac{2ay^3}{3}$. Habemus adeo differentiale segmenti Conoidici FECGHF = $\frac{2y^3dy}{3r} - \frac{2aydy}{3}$, unde obtinetur pro soliditate ejusdem $\frac{y^4}{6r} - \frac{ay^2}{3} = \frac{yy - 2ar}{3} \times \frac{1}{6}x = \frac{DC^2 - 2DH^2}{6} \times \frac{1}{6}AD$. Jam in praxi doliorum datur DC, itemque DH et EH, sed non AD, quae ex proprietatibus Parabolae ita eruitur. Est nimirum Parameter = $\frac{BH \times HC}{EH}$ et $x = \frac{yy}{r}$. Ergo AD = $\frac{DC^2 \times EH}{BH \times HC}$.

Dabam Halae d. 25 Mart. 1708.

XXXIII.

Leibniz an Wolf.

Percurri Manfredianum Opus, et doctum ingeniosumque reperi. Vellem mihi communicares recensionem Tuam, ita enim fortasse quod in rem videbitur monere possem: idemque utiliter fiet.

*) Das Folgende ist unrichtig und wird deshalb ausgelassen. Vergl. den folgenden Brief Leibnizens.

in aliis hujusmodi scriptis, quae ad novam Analysis pertinent. Cum enim mihi a multis annis exploratum sit, quid quisque praestiterit, optime suum cuique tribuere possum, quod saepe non satis fieri video.

De doliorum mensura in schedis meis reperi, Oughtredum adhibuisse frustra Sphaeroidis oblongi, atque inde tale ipsi theoremata enatum: duplicatam aream circuli maximi adde areae circuli summi seu minimi, et quod provenit multiplica per tertiam partem distantiae eorum, et habebis contentum. Sed reperi etiam ibidem Caswellum quendam notasse, magis accedi ad veritatem, si adhibeatur fsum parabolicum, quod prodit rotatione Parabolae circa ordinatam axi normalem. Nempe a Trilineo parabolico CDAC per rectam axi CD parallelam EJ abscinde segmentum EJDCE, id rotatum circa basin DJ dabit fusi parabolici frustum, cujus soliditatem Caswellum ita assignat, ut duplo circulo maximo (radio CD) addas circulum minimum (radio EJ) et a summa detrahas duas quintas circuli, cujus radius differentia sit inter CD et EJ, et quod superest multiplices per tertiam partem ipsius DJ. Sed ut verum fatear, mallet rem examinari experimentis considerarique curvaturam tabularum seu secamentorum, quae nostri Fass-tauben vocant, ut constet an satis eis accedat arcus aliquis Ellipticus vel Parabolicus praesertim osculans, et quis magis. His cognitis etiam constituetur deinde rectius dimensio portionum, cum vasa non sunt omnino plena. Interim eam in rem inspexi calculum tuum. Assumo figuram tuam et literarum significationem. Parabolae vertex esto C, Axis CD, semiordinatae sunt HE, DA, circa DA rotatur trilineum parabolicum CDAEC, ut habeatur Fusum parabolicum. Hoc solidum secetur plano transeunte per EH, normali ad BC, quaeritur qualis sit sectio EFGE. Parameter parabolae esto r, et AD, a, et EH, y; itaque DC vel DB erit aa : r, et HC erit yy : r. Jam HG qu. = BH . HC ex natura circuli, et BH = BC - HC; sed BC = bis DC = 2aa : r, ergo BH = 2aa - yy : r, et fiet BH . HC = 2aa - yy, yy : rr, adeoque HG = $\sqrt{(2aa - yy)y} : r$; sed tu fecisti



BH = aa + yy, r et HG = $\sqrt{(aa + yy)y}$: r. Sed praeter difficultatem in calculo invenio longe majorem in ratiocinatione, quam nunc persequi non vacat. Procedis tu quidem hic paulo festinantius confidentiusque quam harum rerum natura patiat. Sed si solidam scientiam quaeris, et peritorum quam vulgi plausum mavis, et meditandum est diutius et in meditando procedendum circumspectius; id si feceris, tum demum assequeris quod nullus adhuc in Germania, et ad Bernoulliorum Hermannique laudem aspirare possis, quod ego quidem a tuo ingenio proficisci posse puto, si par studium accedat. Haec ab amico moneri Te commodo Tuo non aegre opinor feres. Praestat serius inventorem esse quam maturius apparere.

Hanoverae 10 April. 1708.

XXXIV.

Wolf an Leibniz.

Me nuper nimis festinantem errorem in calculo admisisse omnino agnoscere debeo, fontemque erroris detexi, confusionem scilicet 2 linearum in applicatione theorematis circuli naturam explicantis. Cumque adeo elementum curvae evadat $\sqrt{(2aa - yy)y}dy$: r, satis intelligo ejus summam ea methodo haberi non posse, qua nuper in integrando $\sqrt{(aa + yy)y}dy$: r usus sum. Ipsi vero $\sqrt{(aa + yy)y}dy$: r summa cur esse nequeat aa + yy, $\sqrt{(aa + yy)}$: 3r, nondum capio. Nec erroneam esse puto, inprimis cum videam Craigium in Tract. de Quadraturis p. 4 et 5 per suam methodum Curvae aream producere $yy + aa, \frac{1}{3}\sqrt{(aa + yy)}$, cujus semiordinata $\sqrt{(aa + yy)y}$. Aliter vero se res habet, si quaeratur summa ipsius $\sqrt{(aa + yy)y}dy$: a. Tunc enim si fieret $aa + yy = v$, foret $dy = vdv$: y, nec adeo elementum propositum hac ratione integrabile redderetur.

Quodsi tamen et in his me errare contingat, gratum faciet E. V. si saltem uno verbo fontem erroris indigitaverit: nec minus gratum foret, si mihi aperiretur quanam in re pro ingenii mei modulo et temporis ratione operam meam utiliter collocare possim. Notas Analyticas E. V. jam semel in dissertatione quadam mea adhibui earumque praestantiam evici: receptas vero repetere libuit, quia plerique omnes iisdem adsueti. Placet tamen consilium eas in posterum per Acta introducendi. Peto igitur, ut mihi indicetur, quomodo nova ratione notari possit $aa + yy^m$, num ejus loco ponatur $(aa + yy)^m$ et numne consultius sit, ut non modo in divisionibus prolixioribus mos solitus observetur, sed et in iis seriebus, in quibus divisores legem continuationis manifestant, quale quid E. V. amare ex Actis auguror.

Puerum ingeniosum, qualem E. V. quaerit, nullum novi: ast Studiosum novi, ingenii satis excitati, in calculo Algebraico exercitatum, nec in differentiali prorsum hospitem, solidiorum studiorum exquisitiorem cognitionem anhelantem, laboriosum, ab omni lucro maxime alienum, sua semper sorte contentum, nempe M. Haasium, Augustanum, qui curriculo studiorum Academicorum absoluto hactenus maximam temporis partem modestae puerorum quorundam nobilium institutioni Lipsiae impendere coactus fuit. Callet etiam artem delineandi. Quoniam vero ignoro, num fortassis juris civilis notitia ab eo potissimum requiratur, num is intentioni E. V. respondeat ignoro. Vellem igitur, ut paulo clarius mihi explicetur, quaenam in subjecto quaesito desiderentur et quaenam ipsius futura sit conditio: tum enim facillimum mihi erit quendam nominare, qui eandem ex voto amplectatur.

Dabam Halae Saxonum d. 29 Apr. 1708.

P. S. Quoniam intelligo, M. Haasium de nova quadam conditione acceptanda cogitare; ut E. V. recensionem scripti Manfrediani remissura significet, num eodem uti ad nutum queat est quod rogo.



Leibniz an Wolf

Remitto Recensionem Manfrediani Operis, saepe solita iudicii *ἀξιολογία* a Te scriptum; gratias etiam ago, quod mei benevole memineris. Quaedam tamen adjeci, pro concessa a Te potestate, atque etiam nonnulla delevi. Bene adhibes $(aa + yy)^m$ substituendo parenthesis lineae. Monendi essent typhothetae, ut pro exponentibus superponendis minutas literas, quas corpus vocant, adhiberent. Ita non esset opus inutili distantia linearum.

Verum quidem est, ipsius $\sqrt{(aa + yy)}dy$ summationem esse $aa + yy, \sqrt{(aa + yy)} : 3$; sed licet (respicendo ad figuras nostras priores) FH vel GH foret $y\sqrt{(aa + yy)} : r$, non ideo tamen procederet ratiocinatio. Similiter licet revera FH sit $y\sqrt{(aa - yy)} : r$, possitque et hoc per dy multiplicatum summari, est enim ni fallor $-(aa - yy)\sqrt{(aa - yy)} : 3r$; non tamen ideo sectio, qua agitur et quae elementum constituit fusi parabolici, sic habebitur. Quod ut appareat, ducatur in plano hujus sectionis recta LMN parallela ipsi FHG, occurrens ipsi RP in puncto M et circulo circa RP basi parallelo ipsique curvae sectionis in punctis L et N, oporteret LM eandem habere relationem ad EM, quam FH ad EH, seu posito EM, v, deberet LM esse $v\sqrt{(aa - vv)} : r$, atque ita sectio tota utique haberetur per $\int v\sqrt{(aa - vv)}dv : r$. Sed hoc non reperitur, verum, aliaque longe inveniatur relatio generalis inter LM et EM quascunque. Et hoc est quod dixi, non tam errorem calculi (facile emendandum) conclusioni tuae obesse, quam errorem ratiocinationis, ortum ex falso praesupposito, quasi ex speciali relatione inter EH et FH iudicari possit de relatione inter quamvis similem abscissam et ordinatam sectionis, quod in conoide parabolico revera succedit, eoque facilius in fuso sefellit. Generaliter reperio, si HM vocetur v, et LM vel MN vocetur w, fore quadratum a w

aequale differentiae inter quadrata rectorum $aa - vv, : r$ et $aa - yy, : r$; quia autem recta y seu EH pro dimensione sectionis ENFGLE consideranda est ut constans, solaeque sunt variables hoc loco w et v, ideo compendii causa $aa - yy, : r$ vocemus f, et fiet $rrww = v^4 - 2aavv + a^4 - rrrf$; unde non est facile invenire $\int vdw$, nam foret $\int \sqrt{(v^4 - 2aavv + a^4 - rrrf)}dv : r$. Si quaeras $\int vdw$, quod etiam dabit dimensionem sectionis, fiet $\int vdw = \int dw \sqrt{(aa - r\sqrt{(vvw - ff)})}$, quod non est priore tractabilius. Itaque non satis commode metiemur fustum parabolicum per sectiones ad axem parabolae perpendiculares, sed melius per sectiones axi parallelas ad ordinatam normales, quae sunt circuli. Et patet, fustum parabolicum se habere ad summam quadratorum a KP ipsi AD ordinatim applicatorum, ut circulus se habet ad quadratum radii. Posito autem DK vel QP esse v, ut ante, fiet $KP = DC - QC = aa - vv, : r$, cujus quadratum erit $a^4 - 2aavv + v^4, : rr$; id ordinatim applicando ad AD seu ducendo in dv, et omnia talia summamdo fiet $\int dv$. qu. $KP = a^4v - \frac{2}{3}aav^3 + \frac{1}{5}v^5 : rr$, quod (posito hanc v seu ultimam v esse DJ, et primam fuisse 0) erit ad partem fusi parabolici factam rotatione quadrilini CDJEC circa basin DJ, ut quadratum radii est ad circumum. Ita habemus fragmenti a fuso parabolico dimensionem doliis integris accommodatam. Sed si jam tecum longius procedere, et solidum comprehensum parte superficiei fusi planisque FGFE, FGCF a semifuso detrudere velimus, quaerenda est summa omnium segmentorum circularium ad HE ordinatim applicatorum, qualium unum est LNPL. Quod etsi non sit facile, plus tamen tractabilitatis haec summa sectionum, quarum quaevis circularis est, quam summa sectionum, quarum quaevis quadraturam requirit magis compositam circulari. Sed in hoc nunc amplius inquirere non vacat. Interim quia ope serierum infinitarum segmentum circulare quadrari potest, quam voces propinque, putem hinc etiam commode duci posse summam talium segmentorum satis vere propinquam, Canonesque practicos utiles constitui, de quo amplius per otium cogitabis.



Quod de M. Haasio significas, gratum est, nec fortasse occasio aspernanda; itaque rogo eum quasi sponte Tua horteris ut scribat ad me. Fortasse etiam aliquam Disputationem jam scripsit, vel simile specimen dedit. Mihi nunc ad historicos labores maxime adjutore opus est, nam Dn. Eccardus, quo per complures annos domui meae usus sum, nunc factus et Professor Helmstadiensis.

XXXVI.

Wolf an Leibniz.

Litteras E. V. utrasque recte accepi, quodque in prioribus fontem erroris desideratum ostendere voluerit, gratias habeo maximas. Diffiteri profecto non possum, me rem arduam nimis festinanter tractasse. Caeterum mihi enatum est dubium circa quandam propositionem, quam nonnulli Auctores tanquam principium per se evidens assumunt, quod scilicet densitates corporum ejusdem molis sint reciproce ut massae. Mihi universaliter vera non videtur. Suppono enim mensuram massae esse aggregatum ex spatiolis a particulis minimis, ex quarum combinatione corpus resultat, occupatis; mensuram vero densitatis aggregatum distantiarum istarum particularum. Concipiamus jam seriem 12 globulorum aequalium, quorum distantiae aequentur diametris eorundem. Erit seriei longitudo 23, assumta pro unitate diametro globuli, aggregatum distantiarum 11. Sint porro 16 istiusmodi globuli ac seriei totius longitudo denuo 23, erit aggregatum distantiarum 7. Ergo densitates sunt! ut 7 ad 11, massis existentibus ut 12 ad 16 seu ut 3 ad 4. Alia igitur ratio densitatum, alia massarum. Quod vero massam per globulos aut, si mavis, cubulos; densitatem per distantiam earundem repraesentare liceat, ulteriore explicatione nunc

equidem indigere non videtur. Gratissimum foret, si E. V. mihi significaret, quid de hoc dubio ipsi videatur.

Nec minus gratum est, quod E. V. recensione librorum Mathematicorum et Philosophicorum ante perlegere decreverit, quam Actis inserantur, suaque inventa addere constituerit, cum non solum ego, sed quotquot sublimiorem rerum notitiam aestimant, multum ad eam perveniendi adjumentum hinc sibi promittere debeant. Nunc vero nullus mihi ad manus est istiusmodi liber. Equidem Cl. Hermannus significavit per litteras his diebus ad me delatas prodisse in Italia Pisis jam A. 1703 Guidonis Grandi libellum de Quadratura Circuli et Hyperbolae per infinitas Hyperbolas et Parabolas Geometricae exhibita, in quo calculo differentiali uti incipiat variaque ejus opè egregie demonstret; idem asseverat se certum esse, quod in P. Reyneau Analysi demonstrata (in qua et vetus et Cartesiana et recentior E. V. Analysis exponitur) quam plurima egregia contineantur. In Histor. Acad. Scient. commendatur Guinaei Applicatio Algebrae ad Geometriam; denique aliunde constat, in Anglia Whistonum A. 1707 edidisse Arithmetica Universalem seu Elementa Algebrae a Newtono quondam in gratiam praelectionum publicarum olim conscripta, cum adhuc munere Professionis in Academia Cantabrigiensi fungeretur: nullus tamen horum librorum ad me pervenit. Videtur Dn. Menckenius libros Mathematicos non satis curare: plerosque enim, quos hactenus in Actis recensui, meis sumtibus mihi comparavi.

Denique quod M. Haasium attinet, certus sum, quod in explicandis Historiae ac Geographiae fundamentis in gratiam juvenum nobilium curae ipsius commissorum hactenus occupetur, ut adeo nullus dubitem quin in excerptis argumentis Historicis eodem uti possit E. V. Sique labor improbus omnia vincit, nihil fore spero, quin ab ejus industria proficiscatur.

Halae d. 8 Jul. 1708.



XXXVII.

Wolf an Leibniz.

Accepi tandem Elementa Algebrae Newtoni, de quibus nuper scripsi. Perlegi, atque ex iis excerpsi, quae digna iudicavi, ut Actis insererentur. Antequam tamen id fiat, excerpta censurae E. V. submitto, tum ut intelligam, num forte nova non sint, quae mihi alibi nondum exstare videntur, tum ut addere hinc inde queam, quae ipsamet E. V. assecuta est inventa ad amplificationem Algebrae tendentia. Nuperrima Eclipsis Solaris duplo fere major exstitit, quam calculus Astronomorum Berolinensium ferebat. Cum enim juxta hunc non prorsus 4 digitos adaequare deberet, ego eandem $6\frac{1}{2}$ digitos superare deprehendi: id quod etiam Lipsiae a Dn. Rivino observatum. Dn. Teuberus Cizae magnitudinem ad 6 digitos 16 minuta; Hambergerus Jenae ad 6 digitos 20' extendit. Hinc etiam eclipsin multo diutius durare contigit, quam calculus Berolinensis permittebat. Mirabar primum ejus a coelo dissensum, sed mirari desii, postquam vitiosum esse didici.

Quodsi E. V. significare voluerit, quomodo vis materiae intendi possit, massa immutata, ex. gr. per lapsum deorsum, et quomodo concipi debeat vis illa derivativa, quae ex uno corpore in aliud migrare valet; rem mihi longe gratissimam fecerit. Et enim non video, quomodo evitari possit, ne in hac virium communicatione et intensione tandem cum Cartesio ad immediatum Numinis nutum provocare opus habeamus.

Dabam Halae d. 1 Oct. 1708.

XXXVIII.

Leibniz an Wolf.

(Im Auszuge)

Remitto cum notulis recensionem Newtoniani de Algebra Operis. Regula extrahendi radicem ex rationali et irrationali (vel etiam ex duobus irrationalibus) jam est apud Schotenium. Etsi quaedam egregia sint in hoc libro, desunt tamen quae maxime optassem. Et fortasse ipse haec daret multo praestantiora, si vacaret ipsi talia retractare.

Non dicis, quinam sint illi Astronomi Berolinenses, quorum calculus a coelo discrepat in nupera Eclipsi solari. Nam Dn. Kirchius edit Calendaria Astronomica, edit etiam Ephemerides Dni Hofmannus, et quisque hac in re consilio utitur, nec ipsi inter se vel cum aliis communicant; dicendus ergo erit error Kirchii vel Hofmanni, non Astronomorum Berolinensium, quorum nomine nihil quod sciam prodit.

Quaeris ut Tibi explicem, quomodo concipienda sit vis derivativa in materia, quae ex uno corpore in aliud migrare valet, neque enim te videre, quomodo evitari possit recursus ad immediatum Numinis nutum. Ego vero nunquam dixi, vim derivativam ex uno corpore in aliud migrare, sed sequentem in unaquaque substantia nasci ex praecedente alterius substantiae occasione atque ut ita dicam conspiratione. Et ut difficultatem tuam satis intelligam eique satisfaciam, opus est ut eam ipse prius explices atque ostendas, quomodo ex meis traditis immediatum Dei concursum (diversum haud dubie ab illo communi Dei ad omnia creata concursu) sequi putes. Objectio distincte proposita occasionem mihi dabit ad eam distincte resolvendam, alioqui frustra divinare tentavero, quid tibi scrupulum injiciat, et fortasse dixerō, quae scopum Tuum non ferient.



XXXIX.

Wolf an Leibniz.

Recensionem Disquisitionum Mathematicarum Dn. Parent vel ideo cum E. V. communicare debui, quia in iisdem nonnullae continentur contra Systema Harmoniae praestabilitae objectiones. Verba ipsius ita habent: M. Leibnits ne dit pas plus que tous ces derniers (Cartesiens), lorsqu'il établit que Dieu crée pour chaque corps une ame qui de sa nature doit passer par les mêmes changemens qu'il prévoit devoir arriver au corps, et dans le même temps, en sorte que ses dispositions ayent continuellement une exacte correspondance avec celles du corps, sans que Dieu soit obligé de produire actuellement tous ces changemens dans l'une et dans l'autre. Au contraire M. Leibnits dit bien moins que les Cartesiens, puisqu'ils admettent comme luy la prescience de Dieu tant à l'égard de l'ame, qu'à l'égard du corps, et que M. Leibnits ne nous dit pas qui est ce qui produira ces changemens tant dans l'ame que dans le corps. Mais les Cartesiens et tout homme de bon sens étant persuadés que ces changemens ne scauroient proceder que de l'action immediate de Dieu et de la creation continue de l'ame et du corps, ils ont raison d'établir que c'est Dieu seul qui fait cette correspondance mutuelle que M. Leibnits admet pour la seule union de l'ame et du corps. Outre que la comparaison que M. Leibnits objecte aux Cartesiens des deux horloges, qui vont toujours l'une comme l'autre, a lieu aussi contre luy, puisqu'il ne fait consister l'union de l'ame et du corps, que dans la correspondance de leurs changemens comme font les Cartesiens, donc l'autorité de M. Leibnits ne fait rien contre le sentiment de ceux-cy; outre qu'on en pourroit tirer deux fâcheuses consequences, c'est qu'il fait de l'ame une espece de machine fort semblable au corps, et qu'il fait agir cette machine comme d'elle même, et independamment de l'action immediate de Dieu, ce qu'on

ne peut pas catholiquement penser; mais cecy soit dit sans vouloir choquer le merite ny la réputation de cet excellent Philosophe. — Similiter cum ea retenset quae de principio Optico in Act. A. 1682 dedit E. V. sequentia addit: L'Auteur tâche d'accommoder le principe Mécanique de refraction dont M. Descartes s'est servi avec le sien. Or la conclusion que M. Descartes tire du sien est, comme on le sçait, que le sinus etc. ce qui est à la vérité également conforme à l'expérience journaliere, mais directement opposé à la conclusion de notre Auteur. Pour sauver donc cette opposition, il est obligé d'établir ce principe: In casu luminis a resistentia medii etc. Mais il me semble avec toute l'estime qui est due à ce grandhomme, que cela ne sauve nullement la contradiction, puisque la question ne tomba pas sur le nom qu'on doit donner aux milieux, mais uniquement sur le plus ou moins de chemin que la lumière fait en droite ligne dans ces differens milieux en même temps. Or il est constant qu'afin que la principe de notre Auteur subsiste, la lumière doit faire plus de chemin en droite ligne dans l'air que dans l'eau en même temps, et au contraire afin que la proportion des sinus et des resistances que M. Descartes établit subsiste, il faut que la lumière fasse plus de chemin en droite ligne dans l'eau que dans l'air. Haec in recensione non attingere libuit, donec intelligerem, num I. E. V. quaedam ad has objectiones responderi velit, suo quoque loco (si ita visum fuerit) inserenda. Similiter principium illud universale, ex quo Autor leges motus se demonstraturum promittit, cum eo mihi concidere videtur, quod ante biennium Berolini mihi explicabat E. V., utut ejusdem non satis recorder. Forsan igitur utile fuerit de illo quaedam hac occasione commemorari. Ego certe illius notitiam anxius desidero ut habeam rei tam arduae firmum ac inconcussum fundamentum. Caeterum quod mihi circa Specimen Dynamicum Actis Lipsiensibus insertum enatum est dubium, page E. V. ita expono. Nihil mihi certius videtur, quam materiae adscribendam esse aliquam vim, ex qua mutationes ipsius sequantur.



Jam vero cum vis illa in continuo nisu concipienda sit, necesse est ut certam habeat directionem nisus. Adversus quamnam igitur plagam illa tendit? Num forte quaquaversum, ut vis aëris elastica? Porro certum est, massa corporis immutata, vim ejus intendi. Ita ex. gr. vis lapidis intenditur, dum cadit deorsum. Unde igitur illud virium incrementum? quomodo concipiendum? Numne aliquid superadditur materiae, quod antea non habebat? An id quod habet, saltem efficacius redditur, seu magis potens? Denique conflictus corporum testantur, quod decrementum virium in uno corpore pariat incrementum earundem in alio. Quid igitur tum dicendum? Num aliquid ex uno corpore migrat in alterum? An Deus occasione impetus in uno corpore aliquid annihilat, in altero idem creat? Nullus dubito, haec dubia ex non satis intellecta theoria Dynamica ortum trahere. Quare si E. V. hasce nebulas dispellere voluerit, gratissimum mihi faciet, qui constanter futurus etc.

Dabam Halae d. 6 Novembr. 1708.

P. S. Mors Dn. de Tschirnhausen cum concursu creditorum facta dubio procul jam innotuit.

XL.

Leibniz an Wolf.

Gratias ago quod mecum Parentii recensionem communicasti, cui quae vides initio et fine permissu tuo addo*). Magna in eo est philautia, et libido contradicendi et novorum inventorum, sed parum succedens affectatio. Ego ipsi respondere operae pre-

*) Siehe die Beilage.

tium non puto. Suffecerit obiter quaedam in recensione (ut factum est) attingi et declarari. Meum principium legum motus ab hujus auctoris doctrina diversum puto, qui nihil credo de iis habet, quod non ex Hugenio hauserit.

Quod tuam attinet dubitationem circa Specimen meum Dynamicum, ita sentio, nullum esse in materia nisum, nisi cum motu conjunctum, et ideo nullam esse dubitationem, quin corporum vis nisusque directionem certam habeat; nec omnia corpora in eandem plagam, sed alia in alias tendunt; nec virium incrementum concipio sine incremento motus. Haec autem intelligenda sunt de viribus derivativis, quae sunt primitivarum modificationes. Non est opus concipi hic aut annihilationem aliquam aut creationem, aut transitum accidentis de subjecto in subjectum, non magis quam cum figurae aut destruuntur aut producuntur, aut ex una materia in aliam transferuntur; nam vires derivativae ut dixi non minus quam figurae in rei alicujus perseverantis modificatione consistunt. Sed qui non distinxerunt vires derivativas a primitivis, motumque aut nisum instar rei alicujus substantialis concepere, non mirum est si in difficultates circa originem translationemque nisus inciderunt, cum tamen nisus non minus sit modificatio formae (seu virtutis primitivae) quam figura est modificatio materiae.

Illustris Viri Ehrenfridi Waltheri Tschirnhusii obitum non sine magno dolore meo intellexi. Utinam inventa ejus posthumae scripta serventur. Rogo igitur ut inquiras et mecum intellecta communices. Spero Regem et Principem Gubernatorem non permissuros, ut creditorum concursu memoriae ejus injuria inferatur. Vale etc.

Dabam Brunswigae 18 Novembr. 1708.

Beilage.

In der oben erwähnten Recension von Parent's Recherches de Mathematique ist der Anfang bis zu den Worten „et Hugeniana



inventa ignorantibus contigisse“ von Leibniz hinzugefügt; desgleichen hat Leibniz das Folgende am Schlusse bemerkt: Autor occasione harum meditationum Systema celebre Harmoniae praestabilitae impugnare aggreditur. Etsi nondum omnia satis in vulgus prostent quae ad ejus illustrationem pertinent, sane autor noster contendit, nihil in eo systemate dici quod non dictum sit a Cartesianis; sed inventor systematis hoc discrimen dedit, quod Cartesiani agnoscunt quidem ab anima vim corporum non mutari, quia eadem vis semper servatur in natura corporea, putant tamen secundum animae desideria mutari corporum directionem, sed inventor novi Systematis Harmoniae praestabilitae ne hac quidem mutatione opus habet, imo eam quoque non admittendam probat ex regulis motus, quae non solum eandem vim, sed eandem quoque directionem corporum summam manere confirmant. Quae res si tempore Cartesii explorata fuisset, haud dubie ipse Cartesius in systema harmoniae praestabilitae incidisset, ita enim agnovisset, animae causa corpus nullo modo mutari, sed suas perpetuo leges inviolatas sequi et tamen animae desideriis respondere, quia machina corporum ita a Deo in ipsa creatione ordinata sit, ut hoc praestet certo modo: quod magis sapientiae Dei conforme est, quam ut in progressu rerum continue violet leges corporum, ut ea miraculoso modo, id est operatione a legibus eorum diversa, animae accommodet. Interim inventor systematis harmoniae praestabilitae non negat immediatum Dei concursum (quod autor noster de eo suspicatur), sed potius diserte statuit omnes creaturarum perfectiones perpetuo a Deo produci, negat tantum in commercio animae et corporis explicando concursu miraculoso opus esse, ad quem auctores systematis causarum occasionalium confugere coguntur.

Wolf an Leibniz.

Prius ad litteras E. V. respondissem, nisi recensione Analyseos demonstratae una mittere constituissem. Opus profuturum iudico iis, qui ad utriusque Analyseos cognitionem via brevi pervenire cupiunt, quamquam tyrones plura desiderabunt exempla. Nihil autem in eo deprehendere potui, quod non ab aliis jam sit dictum. Nec quas novas praeceptorum Analyticorum demonstrationes attulerit reperio. Ego nuperrime in quendam hyperbolae aequilaterae proprietatem incidi, quam ab aliis hucusque (quantum publice constet) non animadvertam arbitror. Scilicet si semiordinatae sumantur pro tangentibus angulorum in serie naturali gradientium, et semidiameter curvae pro sinu toto, erunt abscissae portiones secantium eorundem angulorum extra circulum, seu differentiae secantium a sinu toto. Hinc 1. fluit genesis admodum facilis hyperbolae aequilaterae. Etenim semidiametro Curvae transversae AB (fig. 7) jungatur ad angulos rectos recta indefinita AT et ductae quotcumque BT applicentur normaliter ad rectam AT in punctis T, erunt puncta M in hyperbola aequilatera. 2. Loca ad Hyperbolam aequilateram reducuntur adeo ad circulum. Si enim fuerit $ax + xx = yy$, radio $\frac{1}{2}a$ describatur quadrans ACB (fig. 8), et ex B excitetur indefinita BT, erunt omnes $BT = y$, omnes $TM = x$. Si vero fuerit $xx - aa = yy$, fiat $BC = a$, erit $BT = y, TC = x$.

Similiter si in hyperbola aequilatera abscissae sumantur pro subtangentibus parabolae, cujus parameter est parametri illius dupla, erunt semiordinatae Tangentes respondententes. Possunt adeo loca, quae ad hyperbolam aequilateram existunt, etiam ad parabolam reduci. Sit enim $ax + xx = yy$. Describatur Parabola, cujus parameter $2a$, erit subtangens $= x$, tangens $= y$. Ast si fuerit $xx - aa = yy$, parametro $4a$ describatur parabola, eritque subtangens $= x - a$, tangens $= \sqrt{(xx - aa)}$.



Quae Cassinus junior in Commentariis Academiae Regiae Scientiarum de operatione sclopetorum tradidit, vulgaria sunt ex iis satis explorata, qui arma tractare solent. Praecipuum censi debet, quod, si plus pulveris pyrii supra quam infra globo extet, globi expulsi nulla sit efficacia. Eorum, quae Vaubanius de cuniculis subterraneis notavit, non satis recorder. Quare cum liber jam non sit ad manus, scribam de iis alio tempore.

Cum nuperrime Lipsiae essem, vidi Hipparchum Kepleri MSC. apud Hanschium, sed molem adhuc indigestam et rudem dixeris, cui efformandae alter Keplerus necessarius videtur. Miror Hanschium qui Astronomiae nondum limina salutavit, in se editionem hujus operis suscipere, quam epistola publice edita Astronomis significare non dubitavit. Vidi autem in iis tradi hypothesin Lunae physicam et doctrinam Eclipsium, optandumque foret ut Astronomiae ac Geometriae satis peritus meditationibus Kepleri in ordinem redigendis et hinc inde lacunis (quae in schedis conspiciuntur) supplendis operam impenderet. Sed aegre alteri MSC. tradet possessor qui, si aliquid praestare vellet, in Astronomicis ante erudiri deberet, quam labori adeo difficili vacaret, pro praesenti rerum statu ipsi utique insuperabili, cum ne communes quidem Astronomiae terminos satis norit.

Quae circa Anemometron meum moneri posse scribit E. V., dubio procul resistantiam machinae concernunt. Sed quae in axiomatibus dubia sint, conijcere nequeo. De iis itaque certior fieri opto.

Dabam Halae d. 5 Mart. 1709.

PS. Memini, E. V. aliquando dixisse, se non reperire in Newtoni Elementis Algebrae, quae maxime vellet. Quodsi mihi significare voluerit, quanam ea sint, quae in iis desideret, faciet mihi longe gratissimum. Pergratum enim mihi est ea cognoscere, quae in Scientiis adhuc desirantur ad earundem perfectionem a Viris summis.

XLII.

Wolf an Leibniz.

Ad iteratas litteras tardius respondit Menckenius, se responsorias ad Medicum Viennensem misisse et relationes Politicas mensi Majo destinasse, utrumque jam E. V. significasse: id quod in causa fuit, cur non citius ad binas recte traditas responderim? Adjungo hisce relationem de machina Melliana, E. V. dubio procul jam nota, si qua forte sint, quae circa eam moneri velit, cum Autor in titulo insinuet, dubia a Societatibus Anglicana et Borussia mota esse. Mihi quidem omnis illa disquisitio parum Mathematica videtur, nec augustum hoc saeculum satis decere. Newtoni judicium utique extemporaneum tanquam de re exigui momenti, si scilicet consideremus, eam tanquam ob difficultates insuperabiles dudum desertam. Sed Autor vim ejus non satis percipere videtur.

Cum occasione hiemis rigidioris praeterlapsae in actionem radorum solarium inquirerem, visi mihi sunt radii obliqui idem planum minus calefacere perpendicularibus, tum ob raritatem, tum ob ictus obliquitatem. In casu primo deduxi esse vires radorum obliquorum in idem planum exercitas in ratione duplicata reciproca Cosecantium seu (quod perinde est) Sinuum angulorum incidentiae, in posteriori autem in ratione eorundem sinuum, vel per prop. 64 Borelli de vi percuss. Unde tandem concludebam, vires radorum solarium in idem planum exercitas esse in ratione triplicata Sinuum angulorum incidentiae. Ergo determinatio actionis Solis per diem integrum pendet a quadratura unguulae, cujus basis est arcus diurnus, perpendicularares vero super eo erectae sunt ut cubi sinuum angulorum incidentiae. Sed cum in Actis evolverem, quae Hallejus de hoc argumento commentatus est, reperi eum tantum ad obliquitatem ictus respicere, adeoque actionem Solis diurnam



in calefaciendo plano ad quadraturam unguiae cylindricaе reducere. Quoniam vero mihi raritas radiorum minime negligenda videtur, E. V. ea de re iudicium experiri libuit, quod tanto gratius erit, quia in conscribenda dissertatione Physico-Mathematica hiemis praeterlapsae versor, a Studioso hinc propediem abituro sub meo praesidio publice defendenda. Ceterum favori ulteriori me commendo.

Dabam Halae d. 20 Apr. 1709.

XLIII.

Wolf an Leibniz.

Dissertationem de hieme proxime praeterlapsa reddet ipse Respondens cum hisce litteris, juvenis doctus et modestus, ad Batavos nunc excurrens. Villemotus de linea motus, quam Planetae describunt, non sollicitus, nullamque adeo elliptici rationem reddit. Plerumque in generalibus subsistit. Accepi heri librum cui titulus: Essay d'Analyse sur les jeux de hazard, in quo Autor Anonymus illud pensum absolvere satagit, quod sibi constituerat Bernoullus *ἄν' ἐν ἀγίοις* in Arte conjectandi, de quo proxime plura. Quod superest, me favori E. V. commendo.

Dabam Halae Saxonum d. 19 Jun. 1709.

XLIV.

Wolf an Leibniz.

Citius [responsurus eram, nisi addere hisce constituissem recensionem Analyseos de ludis fortunae Autoris Galli *]. Mihi quidem lemma Hugenianum (a quo totum negotium pendet, forsitan etiam tota Ars conjectandi Bernoulliana) supponere videtur, quod falsum deprehenderetur, si omnis causarum nexus perspectus haberetur. Quin imo ipsa experientia suppositi falsitatem loquitur. Etenim ludentibus notum est, intra horam, imo et intra diem eundem casum saepius occurrere et fortunam illi favere saepissime, cujus per calculum lemmati indicato superstructum casus sunt plures minus favorabiles quam favorabiles. Quare huic arti hactenus parum tribuo, nec quid in praxi negotiorum vitae humanae commodi ab ea expectari possit video. Lubenter tamen mentem meam mutabo, si contrarii convincar et me forte a vero aberrasse contigerit. Accepi hodie cum litteris Dn. Bernoulli dissertationem inauguralem a fratris ipsius Nicolai filio habitam de usu artis conjectandi in jure etc.

Dabam Halae d. 17 Aug. 1709.

XLV.

Leibniz an Wolf.

(Im Auszuge)

Aestimatio qualis Hugeniana non de rerum veritate, sed de verisimilitudine seu iudicandi prudentia accipienda est. Ita pru-

*) Essay d'Analyse sur les jeux de hazard, par Remond de Montmort.



denter judico facilitatem duobus cubulis aleae conficiendi 7 puncta triplam esse ejus, quae conficeret 12 puncta, quia confici potest tribus modis, per 6 et 1, per 5 et 2, per 4 et 3; at 12 non nisi uno modo, per 6 et 6. Etsi enim forte per rerum connexiones eventurum sit, ut nunc etiam saepius ludendo non cadat 7, sed 12, verisimilius tamen est casurum 7, et si pignore certandum sit, potius pro eo aliquid deponi posse, qui 7nario indiget, quam qui 12nario. Revera quoque, si diu continuaretur alea, nempe multis millibus jactuum computatis, numerarenturque septenarii contra duodenarios, circiter illi tandem horum triplum futuri essent; eoque propior futurus esset eventus aestimationi, quantum ratione judicare fas est. Itaque in hac conjectandi ratione perinde se res habet, ut in omnibus incertis, velut in bello, in medicina, in ludo conversionum (verkehren), ubi ratio casusque miscentur, ut aliquando prudenter agendo fallamur et imprudenter agendo successum habeamus. Interim crebrius contingit, ut successus ejus sit, qui prudenter agit.

Dn. Bernoullii juvenis dissertatio non inelegans etiam ad me transmissa est. Talia a me agitata sunt non pauca ante annos complures, cogitavique de Logica verisimilium excolenda, quae maxime in deliberationibus necessaria est, imprimis in re politica, militari et medica, saepe etiam in juridica, ubi probationes, praesumptiones et indicia, et probationes plenae, semiplenae, et plus minusve quam semiplenae merito distinguuntur. Sed haec video Dn. Bernoullium non attigisse, cum tamen imprimis tractari mereantur.

XLVI.

Wolf an Leibniz.

Accepi his diebus litteras a Johanne Keilio ex Anglia ad Menckenium missas, sed ad me directas. Respondet in iis, ut ex acclusa scheda liquet, ad objectionem, quam in Elementis Aërometriae contra ipsius demonstrationem pro existentia vacui formaveram. Theorema, quod pondus sit massae seu quantitati materiae proportionale, de materia cohaerente seu corpori propria interpretatus fuero, neque enim aliud evincit ipsa Autoris demonstratio. Quare cum in corollario idem ad materiam quoque interlabentem poris applicet, in illatione paralogismum committi asserueram, qui ut clarius eluceret, ostendi quod materia interlabens pondus nequidem augere possit, etiamsi gravis esse ponatur, cum simul corpus circumfluat. Ipse vero nunc ex aequali descensus corporum velocitate in medio non resistente adstruere conatur, materiam quoque interlabentem gravitare debere, si quidem talis detur. Supponit vero, eam cum corpore una moveri, quod quidem mihi manifesto falsum videtur. Etenim experimenta syphonum tam capaciorum, quam capillarum abunde me docuerunt, eaque in variis fluidis sumta, ipso etiam argento vivo, positis reliquis ad motum requisitis, nec ductuum obliquitatem et curvitatem, nec eorundem quencunque motum, fluidorum per eos motum impedire. Cum adeo materia interlabens libere circulari possit per corpora quomodocunque mota, nec motum eorundem participabit, nec quoniam ipsa gravis non est, pondus eorum ullo modo augebit. Ut vero haec mihi satis evidenti videantur, placet tamen E. V. de iis experiri judicium, antequam per ferias subsecuturas responsionem mediter. Imprimis nondum succurrit evidens satis demonstratio, quod gravitas non sit vis primitiva, sed ex motibus nascatur. Autor quoque Anglus mensuram virium facit communi errore factum ex celeritate in massam, non ex quadrato celeritatis in massam, unde



et theorema ipsius secundum, et calculus de velocitate vasis aqua pleni descendens fallit; sed is error in praesentem controversiam non influat. Sub finem objicit, me non rite aestimare vim ad 2 hemisphaeria cuprea evacuata divellenda requisitam. Fateor equidem communiter tantum rationem haberi columnae ABCD (fig. 9), quod quidem valeret, si fluidum sola vi gravitatis premeret, quamquam et in hoc casu justo major foret calculus ordinarius, quia plerique radii in superficiem sphaerae oblique incidunt, adeoque non eadem sit vis pressoriorum (ut sic loquar) radiorum, quam si perpendiculariter inciderent. Puto enim in pressione quoque, non modo in ictu, obliquitatem lineae directionis attendendam esse. Ego vero considerans aërem esse elasticum, adeoque non modo se applicare ad singulae superficie sphaerae puncta, sed et vi elateris premere juxta quamlibet directionem quae conceditur; in singulis punctis contactus pressionem fieri supposui versus centrum, consequenter moleculas aëris tota sua vi premere versus centrum hemisphaeriorum undiquaque. Et huic supposito calculum superstruxi. Quodsi E. V. mihi significare voluerit, quidnam de meis hypothesebus sentiendum sit, infinitis modis me devinctum profitebor.

Dabam Halae Saxonum d. 14 Decembr. 1709.

XLVII.

Leibniz an Wolf.

Gratum est quod Dn. Keilii responsonem ad objectionem tuam contra demonstrationem vacui mecum communicas. De re ipsa sic mihi videtur dupliciter Keilianae ratiocinationi responderi posse. Unus modus est ad hominem, quem ex parte videris secutus, concedendo materiam poris interlabentem etiam esse gravem,

veluti si aër aliquis poris corporum insit. Hoc posito aër ille posset esse tantae tenuitatis, ut ejus gravitas specifica nihil sensibile a gravitate corporum in eo versantium detraheret, atque ita corpora in eo perinde ac in vacuo nobis descendere viderentur, et hoc puto etiam ad Dn. Keilii replicationem duplicari posse. Altera responsio est negando gravitatem esse primitivum materiae datae attributum, eamque qualitatem in ea derivando a motu materiae gravificae data subtilioris, quae sane gravitatem quam ipsa efficit non habebit. Itaque etsi omnia plena essent, non tamen omnia, quae in poris corporis continentur, ad ejus gravitatem conferrent. Asserentium est demonstrare materiam ex se gravem esse, sed illi ni fallor ea sententia magis ut hypothesi utuntur. Ego vero talem hypothesin non admitto, quae in prima principia rationis offendit. Licet enim ex principiis mathematicis refutari non possit, pugnat tamen cum magno illo Principio Metaphysico (si ita lubet appellare), quod nihil sine ratione sive causa fiat, nempe necesse est ut ratio sit, cur corpora sint gravia aut cur multa ad unum aliquod corpus tendant; quae etsi a nobis inveniri non posset (quanquam non spernendae conjecturae habentur), talis tamen esse debet, ut a nobis intelligi posset, si ab aliquo genio eam nobis explicari fingeretur, quod ille non praestaret, nisi per ea quae in corpore nobis notiora sunt distinctiusque concipiuntur, nempe magnitudinem, figuram, motum. Hoc principio sublato, reducentur qualitates occultae eaque perpetuae et necessariae occultationis, et omnis sublata erit causas quaerendi necessitas, et pari jure fingere licebit, planetas sponte sua et primitivo quodam instinctu libero coelo orbitas describere, aliaque id genus, et quidvis cuius attribui fas erit. Unde etiam sunt hodie qui materiae cogitationem affingunt. Quod superest vale etc.

Dabam Hanoverae 23 Decembr. 1709.