## XVIII.

## Leibniz an Wolf.

Verum est, quod theorema Harrioti non procedat nisi in radicibus realibus, quod jam notavit et Schotenius. Sed quia succedit ex solo numero radicum utcunque quantitas radicum varietur, utique necesse est dari modum demonstrandi theorema universale. Nec refert quod in ipsis cubicis non nisi per enumerationem eo pervenire potuisti. Fortasse enim res obtineri potest sine enumeratione. Fortasse etiam in ipso enumerandi continuato ad altiora progressu se deteget universalitas. Et perinde res est ac si quis Arithmeticus ex eo quod ipsi non apparet veritas alicujus theorematis nisi per inductionem, hinc sibi suspicionem subnasci diceret impossibilis demonstrationis universalis. Sed non est putandum, paulo profundiora tam facili negotio confici posse.

Vereor etiam ne solutio problematis Trivultiani majore attentione indigeat, quam nunc adhibere potuisti. Linea EK quantitas seu fili tensio nova non pendet a celeritate qua descenderet globus per CE, si tensio abesse poneretur, sed partim a declivitate ipsius EK, partim ab impetu globi a successu prioris tensionis collecto, partim denique a resistentia elastica fili contra novam tensionem, quae cum ipsa tensione perpetuo augetur. Nam si abstraheremus animum ab omni descensu fili (velut si filum semper perpendiculare esset horizonti), tamen peculiari progressu cresceret continue tensio fili et descensus globi ex hac tensione ortus, quem casum simpliciorem ubi prius accurate consideraveris, videbis quantum Tua solutio absit a composito, ubi descensus fili cum tensione ejus complicatur.

---



## XIX.

## Wolf an Leibniz.

Introductio mea finitis feriis facta est, quia Dn. de Dieskau
spem quidem certam, sed non satis propinquam salarii obtinendi
facere videtur, ut pessime rebus meis consulerem, si a collegiis
abstinere deberem, donec certitudinem obtinerem. Pessimus Halae
futurus videtur rerum mearum status; faxit Deus, ut sim vanus
vates. Multa recensere poteram obstacula, quae mihi undiquaque
ponuntur; sed nolo scribere, quae mihi ipsi taedio existunt. Ce-
terum quia ex litteris Haenischii, amici mei I. E. V. non ignoti, in-
telligo, litteras meas sub finem anni praeteriti ad I. E. V. per-
scriptas non fuisse traditas, culpa dubio procul Dn. Hofmanni, qui
jam Lipsiae animi gratia agit, earundem summam denuo hisce in-
serere placet.*) — Quaesivi etiam libellum illius Arithmetici, de quo
nuper dixi, et quaesitum inveni. Habet omnino regulam generalem
resolvendi aequationes gradus cujuscunque, et demonstrationem in
alio Tractatu promittit, qui num prodierit mihi non constat. Ra-
dices per eam inventae, bonae deprehenduntur per omnia examina,
quae vi naturae aequationum institui possunt. Ita ex. gr. aequa-
tionis $x^6 - 4x^5 - 16x^4 + 48x^3 + 57x^2 + 4x - 6 = 0$ radices repe-
riuntur $-2 + \sqrt{2}$, $-2 - \sqrt{2}$, $2 + \sqrt{7}$, $2 - \sqrt{7}$, $2 + \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{3}$. Si-
militer radices aequationis $x^7 - 8x^6 - x^5 + 132x^4 - 265x^3 - 64x^2$
$+ 377x - 92 = 0$ inveniuntur $2 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$, $2 +$
$\sqrt{2} - \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $2 + \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{3}$ et $-4$. Et radices aequa-
tionis $x^8 - 14x^7 + 6x^6 + 21x^5 + 441x^4 + 540x^3 + 412x^2 - 1547x$
$+ 588 = 0$ deprehenduntur $-1\frac{1}{2} + \sqrt{-1\frac{3}{4}}$, $-\frac{1}{2} - \sqrt{-1\frac{3}{4}}$,
$2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$, $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$, $\sqrt{15+3} + \sqrt{17 + \sqrt{540}}$, $\sqrt{15+3} -$
$\sqrt{17+\sqrt{540}}$, $-\sqrt{15+3} + \sqrt{17 - \sqrt{540}}$, $-\sqrt{15+3} - \sqrt{17 - \sqrt{540}}$.
Ipsam regulam, non admodum prolixam, ad examen revocare nondum

*) Es folgt hier der Brief vom 25 December 1706.

licuit, nec multum libuit, quia facilius hoc fieri posse confido, si demonstratio Autoris sit ad manus. Legi his diebus responsiones Cheynaei ad Animadversiones Moivraei in ipsius Tractatum de Methodo fluxionum inverva; sed miratus, Mathematicum tam scurriliter adversarium suum tractare tantumque in refutatione affectibus tribuere. Judicium I. E. V. de meis qualibuscunque meditationibus humillime expeto etc.

Dabam Halae d. 8 Jan. 1707.

Leibniz hat bemerkt: Ex responsione: Significa, quaeso, nomen autoris et regulam ex libro excerptam communica.

## XX.

## Wolf an Leibniz.

Quoniam ex litteris, quas nuper accepi, longe gratissimis conjicio, I. E. V. adhuc per aliquod temporis spatium Berolini commoraturam, exemplar Programmatis Lectionibus publicis ac privatis ex more praemissi mittere libuit. Quod vero regulam attinet generalem ex aequationibus altioris gradus radicem extrahendi, ea exstat in scripto Germanico Hamburgi 1694 in 8. edito sub titulo: Herrn Heinrich Meissners A. 1679 herausgegebener so genannter Arithmetischer Kunst-Spiegel. Daneben eine bequeme und leichte Kunstregel angewiesen, wie man aus den höheren cossischen Aequationibus die Valores Radicum, wenn solche auch in Irrational-Zahlen fallen, mit leichter Mühe finden könne, welchem noch beygefüget ein künstlicher Appendix, darinn die neu-erfundene General-Regul enthalten, durch welche man die cossische bilancen auf alle und ieden Zahlen ihre unendliche Aggregate fin-



den kann ....... Denen Kunstübenden zum ferneren Nachsinnen vorgestellet von Paul Halcken, Schreib- und Rechen-Meister in Buxtehude.

Regula, quemadmodum ex ipsius exemplo primo conjicere licet, huc redit: 1. Aequationem propositam ($x^6 - 4x^5 - 16x^4$ $+ 48x^3 + 57x^2 + 4x - 6 = 0$) mutat in aliam, ita ut radices falsae abeant in veras et verae in falsam (nempe in $x^6 + 4x^5 - 16x^4$ $- 48x^3 + 57x^2 - 4x - 6 = 0$); 2. Aequationem mutatam resolvit per aliquot numeros (4. 5. 6. 7.) sed tales, qui pro quantitate incognita substituti relinquunt numeros positivos (1914. 13524. 48678. 132756); 3. Facta haec resolvit in suos factores et a seriei primae singulis terminis subtrahit 0, in secunda quadratum 1, in tertia quadratum binarii 4, in quarta quadratum ternarii 9 etc.

1914 F. 1 (2) 3 6 11 22 (29) 33 58 66 etc.

13524 F. 3 4 6 7 12 14 21 23 28 42 46 92 etc.
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

2 3 5 (6) 11 13 20 22 27 (41) 45 91

48678 F. 6 7 14 19 21 38 42 57 61 122 etc.
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4

2 3 (10) 15 17 34 38 (53) 57 118

132756 F. 13 23 26 37 39 46 52 69 74 78 92 etc.
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9

4 (14) 17 28 30 37 43 60 (65) 69 83

4. Ex seriebus residuis excerpit progressiones Arithmeticas, in quibus terminorum differentia major 1, nempe

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 6 | 10 | 14 | differ. | 4 |
| 29 | 41 | 53 | 65 | „ | 12 |
| 33 | 45 | 57 | 69 | „ | 12 |

5. Inde format aequationes quadraticas, quarum ultimi termini sunt termini primi progressionales, quantitates vero cognitae secundi termini differentiae terminorum progressionalium:

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$
$$x^2 - 12x + 29 = 0$$
$$x^2 - 12x + 33 = 0$$

6. Ex his aequationibus extrahit radices ($2+\sqrt{2}$ et $2-\sqrt{2}$, $6+\sqrt{7}$ et $6-\sqrt{7}$, $6+\sqrt{3}$ et $6-\sqrt{3}$), et ab iis subtrahit numerum (4), per quem prima facta est resolutio: residuas dicit esse radices desideratas ($-2+\sqrt{2}$, $-2-\sqrt{2}$, $2+\sqrt{7}$, $2-\sqrt{7}$, $2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$).

Ex altero tamen ipsius exemplo colligitur, ipsum hanc regulam non stricte observare in omni casu. Aequationem resolvendam $x^6 - 12x^5 + 47x^4 - 56x^3 - 41x^2 + 100x - 23 = 0$ mutat in hanc $x^6 + 12x^5 + 47x^4 + 56x^3 - 41x^2 - 100x - 23 = 0$, eamque resolvit per 1. 2. 3, ut relinquantur facta $-48$, $+1261$ et $+8272$, quae una cum termino ultimo $-23$ resolvit in factores et subtractione debita peracta,

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | F. | (1) | 23 | | | | | | | | |
| 48 | F. | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 12 | 16 | 24 | 48 |
| | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | (5) | 7 | 11 | 15 | 23 | 47 |
| 1261 | F. | 13 | 97 | | | | | | | | |
| | | 4 | 4 | | | | | | | | |
| | | (9) | 93 | | | | | | | | |
| 8272 | F. | 11 | 16 | 22 | 44 | 47 | 88 | 94 | 176 | etc. | |
| | | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | | |
| | | 2 | 7 | (13) | 35 | 38 | 79 | 85 | 167 | | |

inde elicit progressionem 1. 5. 9. 13, ubi terminorum differentia 4, quae suppeditat aequationem $x^2 - 4x + 1 = 0$, per quam dividit resolvendam $x^6 - 12x^5 + 47x^4 - 56x^3 - 41x^2 + 100x - 23 = 0$, ut prodeat $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 23 = 0$. Hanc tanquam quadraticam considerat et ex ea addita unitate utrinque extrahit radicem quadratam $x^2 - 4x - 1 = \sqrt{24}$, unde ulterius elicit radices



quadraticas $2+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ et $2-\sqrt{2}-\sqrt{3}$, item $2+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ et
$2-\sqrt{2}+\sqrt{3}$. Ex aequatione vero $x^2 - 4x + 1 = 0$ extrahit simi-
liter radices binomias $2+\sqrt{3}$ et $2-\sqrt{3}$. Sic radices ait esse in-
ventas, quia nimirum resolutio prima facta est per 1. Regulae
hujus inventor Halke ait, Meisnerum im Stern und Kern der
Algebra (cujus libri spes mihi quoque facta est) non multo dissimi-
lem proposuisse regulam, sed quae insigni aliqua praerogativa
gaudeat prae sua, et illius demonstrationem promittit in der drey-
fachen Schnur, quod scriptum an prodierit nondum constat. Si
ipse liber desideretur, copiam ejus facturus sum. Ceterum con-
stanter futurus etc.

Halae d. 22 Jan. 1707.

---

## XXI.

## Leibniz an Wolf.

Regula Halkii non nisi particularis esse potest et propria iis aequationibus altioribus quae deprimi possunt, et ex quadraticis aequationibus in se invicem ductis producuntur. Itaque ad id quod quaero non servit. Et idem per Huddenianas regulas obtineri potest. Si tamen vel in hoc casu satis apta et generalis esset, laudem mereretur. Vereri facit, quam ipse observasti, variatio. Noto, si aequationem datam $0 = x^6 - 4x^5 - 16x^4 + 48x^3 + 57x^2 + 4x - 6$ mutes ut jubetur, idem fore ac si facias $x = -z$, et fiet $0 = z^6 + 4z^5 - 16z^4 - 48z^3 + 57z^2 - 4z - 6$. Sit deinde $y = x + 4$, et tres aequationes ab Halkio assignatae scribantur secundum incognitam $y$, erunt $yy - 4y + 2 = 0$, $yy - 12y + 29 = 0$, $yy - 12y + 33 = 0$. His positis observo, si pro $y$ substituatur valor $x+4$, prodituras ex his tribus has sequentes $xx + 4x + 2 = 0$, $xx - 4x - 3 = 0$, $xx - 4x + 1 = 0$, quae sunt tres aequationes quaesitae, quibus in se invicem ductis prodit aequatio initio data. Hinc si quis porro inquirat, putem aditum ad originem regulae reperiri posse, si modo aliquid solidi ipsi inest, neque ad speciem tantum exemplis jam notis accommodata, ut non raro ab Arithmeticis minorum gentium fieri solet. Si saltem in multis succederet, posset fortasse prodesse sub quadam limitatione.

Pro eleganti et docto Programmate Tuo gratias ago. Quaedam annoto, pace Tua. Ad pag. 3: credo Veteres et ad Geometrica aliquid Algebrae simile applicasse, etsi dissimularint. Vieta jam ante Cartesium Algebram ad quaestiones pure geometricas resolvendas adhibuit, hoc satis ostendunt ejus Sectiones Angulares. Backerus, la Hire, Ozannam parum aut nihil ad constructiones contulere; minutula sunt et exigui usus quae de constructionibus aequationum solidarum per parabolam afferunt, cum et facillime inveniri potuerint, ego vix talibus chartam implessem, quae isti hic dedere. Incomparabiliter praestantiora Slusius adhibuit, cujus artes Parisiis Ozannamo miranti ostendi. Ad pag. 4 noto, principium meum de Circulis osculantibus Linearum Conicarum, quas in vertice osculantur, succedaneis Davidi Gregorio integri libelli dioptrici materiam dedisse, etsi me dissimularit. Ad pag. 5: circa leges virium in Astronomicis Dav. Gregorius tantum repetiit Newtono dicta. Leges virium centrifugarum Hugenio, non Hospitalio debentur. Nec Varignonium et multo minus Parentium (qui semper novitates jactat) circa leges motus generales aut frictiones machinarum aliquid admodum singulare praestitisse puto. Circa Leges propagati luminis majora Hugenio quam mihi debentur. Ad pag. 6: Pardiesius cum aliquid audisset de Hugeniana propagatione luminis per undas, praevenire eum speravit, sed frustra, nam profundiora erant Hugeniana, quam ut Pardiesius ea divinare posset, ut satis ex Angonis Optica patet, qui posthuma Pardiesii dedit. Microscopiorum globularium usum Leewenhoekius egregie promovit, quem Muschenbroek est imitatus; nescio an hic aliquid insigne a Bonanno (?). Hugenius et Reita et Divinus et Campanus et Borellus



egregios Tubos construxere, sed Hookius, Newtonus et Hartsoekerus quod sciam tantum spem fecere. Ad pag. 7: Dn. de Tschirnhaus observationes quas memoras communicari optarem. Observatores egregii Hevelius, Hugenius, Cassinius, Horroxius, Piccartus, Flamstedius, Römerus, Kirchius, la Hirius, addes et Blanchinum. Circa instrumenta promisit multa, sed vix quicquam praestitit Hautefeuille, ne Hookius quidem spei respondit. Ad pag. 8: Bullialdus, Paganus et Wardus conati sunt rem Ellipticam revocare ad circulos, non optime. Vereor ut sextus ordo Sturmii nomen inveniat. Ad pag. 9: non puto machinas Veterum bellicas nobis esse valde ignotas. De Frictione aestimanda non primus Parentius. Ego ipse eam rem alicubi attigi, alii alias.

---

## XXII.

## Wolf an Leibniz.

Cum ex litteris Dn. Hofmanni his diebus intellexerim, Excellentiam Vestram Berolini commorari, nec quae sub initium hujus anni Hannoveram per amicum misi Elementa Aërometriae in usum ....... Physicae a me edita, sed (quod denuo doleo!) ob absentiam meam vitiosissime impressa, adeo accipere potuisse, cum iis vero una miserim recensionem Historiae Academicae Regiae Scientiarum A. 1707, quam Dn. Menckenius mensi Martio inseri lubenter vellet; ideo in praesentibus litteris memoratam relationem denuo communicare volui, ut hora subcisiva eandem perlegere et si quae notanda occurrant, eidem adjicere non dedignetur. Praeterita hebdomade per studiosum quendam ab amico quodam Baruthi degente, sed ne nomine quidem adhuc noto oblata est schedula, in qua mihi dubia quaedam solvenda proponebat ipsi occasione cujusdam schediasmatis ab E. V. Actis Lipsiensibus inserti enata. Quaerebat scilicet, unde constet (quod E. V. a se primum detectum affirmet) $\int \frac{dx}{x^2+1}$ pendere a quadratura circuli, et quomodo inde series pro circuli $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$ etc. deducatur. Cum igitur variis modis formulam istam ex circulo elicere tentassem, tandemque in geminam (ut mihi videtur) viam incidissem, sequentia respondi. Dixi, $dx : (x^2+1)$ esse differentialem sectoris circuli, cujus dimidii arcus tangens sit x, radius vero 1. Si enim fuerit (fig. 3) tangens arcus dimidii $AB = x$, radius $AC = a$, fore tangentem arcus dupli $AD = \frac{2aax}{aa - xx}$, unde reperiatur secans $DC = a^3 + ax^2, :, aa - xx$ et hinc porro $DE = 2ax^2, :, aa - xx$; jam cum sit $DC : DA = EC : EF$, inveniri sinum $EF = 2a^2x :, a^2 + x^2$. Porro per theorema Pythagoricum elici Sinum complementi $FC = a^3 - ax^2, :, aa + xx$, et hinc tandem Sinum versum $AF = 2ax^2 :, a^2 + x^2$. Jam si differentialium ipsarum AF et EF, nempe $\frac{2a^4dx - 2a^2x^2dx}{(a^2+x^2)^2}$ et $\frac{4a^3xdx}{(a^2+x^2)^2}$ quadrata colligantur in unam summam $\frac{4a^8dx^2 + 8a^6x^2dx^2 + 4a^4x^4dx^2}{(a^2+x^2)^4}$ et ex ea extrahatur radix $\frac{2a^2dx}{a^2+x^2}$, fore eam differentialem arcus AE, quae ducta in $\frac{a}{2}$ seu semiradium producat differentialem sectoris circularis $ACE = a^3dx :, a^2 + x^2$. Quodsi jam ponatur $a = 1$, fore idem elementum sectoris circularis $dx : (1 + x)$. Patere adeo $\int dx : (x^2 + 1)$ pendere a quadratura circuli. Si ergo porro $1 : (1 + x^2)$ vel more Mercatoris per communem divisionem in seriem resolvat, reperiri $dx : (x^2 + 1) = dx - x^2dx + x^4dx - x^6dx + x^8dx - x^{10}dx$ etc., cujus integralis $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11}$ etc. exprimat aream sectoris, cujus arcus dimidii tangens sit x. Jam quamprimum tangens AB aequalis fiat radio BC, sectorem degenerari in quadrantem circuli tumque ex hypothesi assumta evadere $x = 1$, consequenter aream quadrantis $= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$ etc. Gratum faciet E. V., ubi corrigere dignata



fuerit, si quae in hac responsione non rite se habeant: ego autem constanter futurus etc.

Dabam Halae Saxonum d. 29 Jan. 1707.

P. S. Cum in aerario Academico nunc supersint 200 thaleri, quae per favorem aulae in augmentum salaris cedent uni ex ordine Professorio; scripsi nuper ad Dn. de Danckelman, ut mei Patronum ageret coram Rege: qui etsi aliqualem spem fecerit, credo tamen ut votis meis prorsus annuat, per commendationem Excellentiae Vestrae facile effici posse.

---

## XXIII.

## Wolf an Leibniz.

Nullus dubito, quin I. E. V. litteras meas una cum Programmate Lectionibus publicis praemisso acceperit, in quibus nominavi Autorem regulae universalis pro extrahenda radice ex aequatione quacunque. Copiam libri faciet amicus meus Hoenischius ex Silesia propediem redux, qui eundem nactus est. Mihi accuratius in regulae fundamentum inquirenti visus est Autor ex quibusdam exemplis (quoad radices irrationales) eam deduxisse, in quibus radices aequationis jam ante constabant, tanquam arbitrario assumtae; minime autem promiscue omnibus aequationibus applicari posse judico. Cum in Lectionibus publicis per aestatem Hydraulicam interpretari constituerim, calculum Analyticum ad problematum quorundam Hydraulicorum solutionem applicare libuit, in quorum solutione duo lemmata suppono, alterum ex Mariotto, alterum ex Commentariis Academiae Scientiarum.

Lemma 1. Si nulla spectetur resistentia tuborum fuerintque diametri eorundem aequales, quantitates aquae per eos effluentis sunt in ratione duplicata altitudinum; si altitudines fuerint aequales, in ratione duplicata diametrorum; si nec altitudines, nec diametri aequales, in ratione composita duplicatae altitudinum et duplicatae diametrorum.

Lemma 2. Resistentiae, quas aqua per canales fluens experitur, consequenter diminutiones aquae effluentis, sunt in ratione superficierum.

Scholion. Equidem non ignoro, Mariottum quoque diminutionem aquae effluentis ab affrictu in orificio tubi facto et resistentia aëris externi petere; cum vero ipse fateatur, has causas esse admodum irregulares, nec multum mutationis inducere, eas in praesente non considerabo.

Problema 1. Datur longitudo canalis cujusdam; quaeritur quanta esse debeat longitudo alterius eandem cum priore diametrum habentis eandemque aquae quantitatem eodem tempore effundentis.

Sit altitudo unius canalis $a$, alterius x, aqua effluens ex uno y, erit per Lem. 1. $aa . xx :: y . \frac{yxx}{aa} =$ quant. aquae per tubum alterum effluentis. Sit imminutio aquae in Tubo uno $\frac{y}{n}$, erit vi Lem. 2. $a . x :: \frac{y}{n} . \frac{xy}{an} =$ diminut. aquae in tubo altero. Quare $y - \frac{y}{n} = \frac{yxx}{aa} - \frac{yx}{an}$; reductione facta, reperietur $x = \frac{a}{2n} + \sqrt{aa - \frac{aa}{n} + \frac{aa}{4nn}}$. Quodsi desideretur, ut ex Tubo altero effluat multiplum vel submultiplum aquae ex dato uno effluentis, erit $my - \frac{my}{n} = \frac{yxx}{aa} - \frac{yx}{an}$; reductione facta reperietur $x = \frac{a}{2n} + \sqrt{maa + \frac{aa}{4nn} - \frac{maa}{n}}$.

Problema 2. Dantur diametri duorum canalium una cum unius longitudine; quaeritur quanta sit alterius altitudo, ut aequali tempore aequalis quantitas aquae per utrumque effluat.



Sit diameter unius $a$, alterius $b$, altitudo unius $d$, alterius x, quantitas aquae ex uno effluens y, reperietur quantitas aquae ex altero effluentis $\frac{bbyxx}{aadd}$, et posita diminutione aquae in Tubo uno $\frac{y}{n}$, diminutio aquae in Tubo altero $\frac{byx}{adn}$, ut adeo sit $y - \frac{y}{n} = \frac{bbyxx}{aadd} - \frac{byx}{adn}$; reductione facta, reperietur $x = \frac{ad}{2nb} + \sqrt{\frac{aadd}{bb} + \frac{aadd}{4nnbb} - \frac{aadd}{nbb}}$. Quodsi desideretur, ut ex Tubo uno effluat mutiplum aquae ex altero effluentis seu submultiplum, erit $my - \frac{my}{n} = \frac{bbyxx}{aadd} - \frac{byx}{adn}$, reperietur $x = \frac{ad}{2nb} + \sqrt{\frac{maadd}{bb} + \frac{aadd}{4nnbb} - \frac{maadd}{nbb}}$.

Problema 3. Dantur altitudines duorum canalium una cum diametro unius; quaeritur quanta sit diameter alterius, ut aequali tempore aequalis aquae quantitas per utrumque effluat.

Sit altitudo unius $a$, alterius $b$, diameter unius $d$, alterius x, denuo reperietur $x = \frac{ad}{2nb} + \sqrt{\frac{aadd}{bb} + \frac{aadd}{4nnbb} - \frac{aadd}{nbb}}$.

Problema 4. Data diametro unius canalis, invenire alios quotcunque minores isti longitudine aequales, per quos eodem tempore eadem quantitas aquae effluat, quae per majorem effluit.

Sit diam. maj. $a$, diameter unius ex minoribus x, numerus minorum p, quantitas aquae ex majore effluens y, erit $y - \frac{y}{n} = \frac{pyxx}{aa} - \frac{pxy}{an}$; reperietur $x = \frac{a}{2n} + \sqrt{\frac{aa}{p} + \frac{aa}{4nn} - \frac{aa}{pn}}$, vel si multiplum desideretur $x = \frac{a}{2n} + \sqrt{\frac{maa}{p} + \frac{aa}{4nn} - \frac{maa}{pn}}$.

Problema 5. Datur diameter unius canalis cum longitudine ejus; determinare longitudines aliorum quotcunque eandem diametrum habentium et eandem aquae quantitatem aequali tempore cum dato effundentium.

Sit diameter can. $a$, long. can. max. $b$, minimi x, different. long. $d$. Crescant longitudines in ratione Arithmetica, erit ultimi $x + md - d$, posito numero canalium $m$. Sit quantitas aquae effluentis ex maximo y, erit quantitas aquae effluentis ex reliquis

$$\frac{y}{bb} \times mxx + dx \times \overline{2 + 4 + 6 + 8 + \text{etc.}} + dd \times \overline{1 + 4 + 9 + 16}\ \text{etc.}$$

Sit imminutio aquae in maximo $\frac{y}{n}$, erit diminutio aquae in reliquis simul sumtis $\frac{myx}{bn} + \frac{mmdy}{2bn} - \frac{mdy}{2bn}$; quare $y - \frac{y}{n}$

$$= \frac{y}{bb},\ mxx + dx \times, 2 + 4 + 6 + 8\ \text{etc.} + dd \times, 1 + 4 + 9 + 16\ \text{etc.}$$

$$- \frac{myx}{bn} - \frac{mmdy}{2bn} + \frac{mdy}{2bn},$$ reperietur $$x = d \times \overline{1 + 2 + 3 + 4}\ \text{etc.}$$

$$- \frac{mb}{2n} + \sqrt{d \times \overline{1 + 2 + 3 + 4\ \text{etc.}} - \frac{mb^2}{2n} + \frac{bb}{m} - \frac{bb}{mn} - \frac{dd}{m} \times \overline{1 + 4 + 9 + 16}\ \text{etc.} + \frac{mbd}{2n} - \frac{bd}{2n}}.$$

Cum nuper Status convenissent, statutum mihi est salarium ducentorum thalerorum, immediate ex ipsorum aerario ab auspicio Professionis solvendum. Caeterum cum Sturmianos libellos scopo meo in collegiis non satis idoneos judicem, ipse de conscribendo compendio aliquo Mathematico in usum Auditorum meorum meditor, in quo omnium disciplinarum palmarias praxes cum debitis theoriis clare ac perspicue exponam, Matheseos applicationem ad disciplinas Philosophicas reliquas et usum vitae humanae constanter commonstrem, et quae ex Mathesi pro cultura ingenii petere licet, ubique fideliter annotem. Sub finem Analyseos utriusque compendium addam, in quo per omnes disciplinas iturus ostendam, quomodo ejus ope, jactis levibus fundamentis, ad altiora progredi detur. Gratum erit cognoscere, num E. V. talem laborem necessarium judicet et quid ipsamet de forma talis compendii statuat. etc.

Dabam Halae d. 20 Maji 1707.

---



## XXIV.

## Wolf an Leibniz.

Litterae E. V. praeterlapso die Jovis ad me fuerunt allatae Merseburgo; quare nunc demum respondere datur. Hofmannus noster jam sibi satisfactum credit per experimentum, de quo nuper coram dixit, nullo alio opus judicet. Semel assertis pertinaciter inhaeret. Finito jam Pro-Rectoratu de Urinae specifica gravitate et pulsus celeritate se observationes consignaturum ait; sed vellem ego, ut ne memoriae omnia tribueret, quam tantum non quotidie infidam experitur. Fortassis nec fructu careret, si suas de pulsu observationes cum observationibus Abercrombii de variatione pulsus Londini 1685 editis conferret. Sed talia ipsum monere non audeo, cum aliorum labores spernat, per quos ipsemet profecit, ne per eos profecisse videatur: quemadmodum jam me praesente pro suo invento jactitare nullus dubitat, febrim esse affectum generis nervosi, quod tamen ex I. E. V. auditum cum primus ipsi referrem, falsum pronunciare non verebatur. Ego per aliquot hebdomades ope microscopiorum Muschenbroekianorum aliorumque magis adhuc exactorum tum ad lucem Solis primam et secundam, tum ad lumen lunae atque candelae vapores in aëre agitatos observavi: unde multa theoriam vaporum explanantia consequuntur. Observationes ea cum circumspectione institui, ut ex ipsis historicae relationis earundem circumstantiis colligi possit, omnem abesse visus fallaciam. In singulis casibus per 16 lentes gradu inter se differentes observationes reiteravi, inter quas minima vix milii granulum adaequat et institutas extemplo consignavi, sed integras ob prolixitatem litteris inserere non licet. Dicam in compendio, quae observata sint. Semper in aëre deprehenduntur globuli et tubuli. Globuli vel ex asse pellucidi sunt, vel nonnisi pellucidum habent nucleum, eumque exiguum, zona latiore ac obscuriore cincti, quam extus zona alia contractior et magis perspicua ambit. Duplicem hanc differentiam ipsi etiam tubuli admittunt. Sed utrumque tubulorum genus aut insertos habet hinc inde globulos plerumque pellucidos, rarissime compositos, aut nullis globulis interstinctum. Praeterea situs tubulorum vel ad Horizontem parallelus, vel perpendicularis. Constanter vero varie inflexos et in miros gyros contortos deprehendi. Illud quoque notatu dignum, quod circa candelam nonnisi globulorum compositorum congeriem, rarissime globulos pellucidos intra flammam agitatos observaverim. Ast multo magis notatu dignum existit, quod nudis etiam oculis vapores in aëre volitantes observare liceat. Geminam hactenus expertus sum methodum. Una in vulgus nota et ideo insuper mihi habita, inprimis cum ad certum unice tempus restringatur. Una intra paucos admodum dies animadversa semper succedit et pleraque detegit, quae microscopiis pervia existunt. Majore tamen industria observationes per eam instituendae et accurate annotandae sunt, antequam plura de eadem dicam.

Novorum librorum nihil ad me perlatum, excepto compendio Matheseos Universae Sturmiano, quod nonnisi maxime vulgaria continet eaque non satis accurate tradita. Multa ex parentis Mathesi Juvenili transscribuntur. Praefationes duae, quas promittit Autor, ipsius animi interiora sensa manifestant, in Mathesi profectus candide exponunt, affectum dominantem palam faciunt. Unum pro reliquis notatu dignum, quod, cum ingenue fateatur, se Opticam scientiam, quia non est de pane lucrando, semper hucusque neglexisse, Mathematicos tamen carpat, quod demonstrationes opticas juxta rigorem Geometricum concipiant, quoniam rigor demonstrandi Geometricus perperam adhibeatur, ubi natura in effectibus producendis eum non observat. Ipse igitur illis praefert, quae per nudum schematismorum delineatorum intuitum, facta, si opus fuerit, instrumentorum Geometricorum applicatione, addiscere licet. Paucula illa praecepta, quae parens ipsius in Mathesi Enucleata de Algebra tradit, exscribit cum nonnullis aequationum simplicium et quadraticarum exemplis, et multum gloriatur, quod duo ipsemet proprio Marte invenerit.

Halae d. 3 Jul. 1707.

---



# XXV.

## Leibniz an Wolf.

Quae de globulis et tubulis in aëre volitantibus habes, valde probo. Et licet non possent animadverti oculis, tamen ratione colligentur. Fluida ex partibus flexilibus et quasi membranulis persaepe constare easque persaepe cavas esse, et alia fluida subtiliora continere, naturae ipsorum consentaneum est. Habent enim semper aliquid tenacitatis. Itaque olim bulbulis usus sum in ratiocinando, quae non semper sunt rotundae, nec semper ubique clausae: sufficit foramina esse arctiora, quam ut inclusum facile exire possit. Et fieri potest, ut inclusum frigidiore tempore facilius exeat, quam calido, si inclusum calore intumescit: aut ut contra facilius exeat calido si includens calore diducatur. Si certas reddere potes observationes Tuas, poteris amplum habere campum eas variandi, observando scilicet vapores non tantum temere in aëre volantes, sed etiam ex corporibus prodeuntes vel per se vel calore aut alio adjumento. Id serviet ad melius cognoscendas corporum emittentium particulas.

Suaserim ut celeberrimo Dno. Hofmanno nostro demonstres experimentum quale jam proponam. Est enim simplicissimum et facile ejus praejudium absterget. Sumi poterit Tubus vitreus capax et longiusculus quantum haberi poterit ad manus, uno extremo apertus, altero clausus. Is aqua impleatur, et plumbum vel globi vel potius cylindri forma in eo demittatur, quod panni vel corii frustulo muniri poterit, ne impetu suo fundum vitri frangat. Cylindrum talem manu formare licet plumbi laminam convolvendo; porro antequam immittatur plumbum, Tubus aqua plenus librae bilancis uni lateri appendatur, alteri lanci imponatur pondus aequale. Tum immisso plumbo res ipsa monstrabit, aequilibrium parum mutari durante descensu (nisi quantum aqua nonnihil resistit et impetum aliquem a descensu impressum recipit), donec plumbum ad fundum perveniat. Manifestum autem est, si plumbum initio appensum fuisset vitro (quod perinde est ac si in eo ope alterius corporis sustinentis natasset), aequilibrium valde fuisse immutaturum, non minus ac tunc facit, cum fundum attingit. Ita intentum consequimur, sine machinamento innatantis et mox fundum petentis.

---

## XXVI.

## Wolf an Leibniz.

Quin E. V. litteras meas, in quibus de quibusdam vaporum observationibus scripsi, acceperit, nullus dubito. Sine microscopiis illi observantur, si per exiguum foraminulum ope acus in charta efformatum versus aërem liberum aut candelam accensam respiciatur. Varia meditatus sum circa aequationes curvarum ex quadraturis datis eruendis, ubi duplicem deprehendi casum. Aut enim problema est determinatum, ex. gr. si detur $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, aut indeterminatum, ex. gr. si detur $\frac{m}{n}xy$. Ast ea jamdudum ab aliis exposita satis arbitror. Praeterea inveni regulam, ex qua punctum O (fig. 4) determinare licet, in quo recta EO cum Tangente TM ex dato puncto E parallela ducta Curvae occurrit. Scilicet puncti O determinatio a quantitate rectae AR tota pendet. Haec vero inveniri potest, quia pervenire datur ad aequationem, applicatae OR valorem bis inveniendo, nempe ex similitudine $\Delta\Delta$ EOR et TMP, et ex



data per naturam Curvae ratione Potentiarum PM et OR. Ex. gr. sit in Parabola $AP = x$, $AR = v$, $EA = b$, erit $TP = 2x$, $PM = \sqrt{ax}$, $\overline{OR}^2 = av$, et propter $\Delta\Delta$ similitudinem $TP(2x) . PM(\sqrt{ax}) :: ER(b+v)$. $OR = \frac{b\sqrt{ax} + v\sqrt{ax}}{2x}$. Habetur itaque $4vx = bb + 2bv + vv$. Unde valor ipsius v non amplius latere potest.

Videbatur mihi quoque in promptu esse regula, data quadratura ex Curva data resecandi segmentum OMS, quod habeat ad Curvae aream rationem datam. Etenim ob datam quadraturam et rationem segmenti OMS ad aream Curvae datur valor Trapezii AOSQ. Sed idem resolvitur in trilinea AOR, OSW et OQ, quae, posita $AR = v$, singula nominetenus dantur. De spatiis OSW et OQ satis constat, nec minus manifestum est, data quadratura Curvae indefinita dari etiam quadraturam spatii OSW. Pervenitur itaque ad aequationem, in qua nulla est incognita praeter v. Eam tamen talem non deprehendi, ut simplicem puncti O determinationem exhiberet.

Incidit hisce diebus in manus meas Papini Ars nova ad aquam ignis adminiculo efficacissime elevandam. Describit machinam, qualem jam ante dedit Savery Anglus, sed quam Saveriana praestantiorem judicat. An vero eum in praxi habitura sit usum, quem ille intendit, de eo valde dubito. Descriptionem ejus exactam Lipsiam misi, ut Actis inseratur.

Pervenerunt quoque ad me Cluveri Disquisitiones Philosophicae, quarum singulae plagulae singulis anni praeteriti hebdomadibus sub titulo: Historische Anmerkungen über die nützlichsten Sachen der Welt, editae. In iis Mathematica nonnulla habentur, sed pleraque admodum obscura. Invehitur in calculum differentialem, et suam praedicat Analysin infinitorum similium, quam in rationum compositione ac divisione consistere ait, aequationibus multum praestante. Video in Actis Lipsiensibus dudum hujus Analyseos principia promissa esse, nec tamen rescire licuit, num ab Autore unquam edita fuerint. Quaedam ipsius theoremata per

Analysin communem erui, eamque satis brevem ob artificium quoddam in reductione observatum, ab omnibus Analystis in casibus similibus dudum usurpatum. Reliqua quin similiter per vulgarem Analysin exerceri queant, non dubito. Methodos Tangentium receptas carpit, quod in iis non simul secantium, istis ad angulos rectos insistentium, habeatur ratio. Singularia quaedam habet de primis notionibus Metaphysicis ex numerorum Scientia eruendis.

Dabam Halae d. 24 Jul. 1707.

---

## XXVII.

## Leibniz an Wolf.

Non satis intelligo, qualesnam velis aequationes eruere ex datis quadraturis. Res applicanda esset exemplo alicujus problematis.

Problema Tangentium est quodammodo casus problematis rectae quae curvae bis vel etiam pluries occurrat. Nam cum puncta concursus coincidunt, recta fit tangens. Et hac Methodo usus est Cartesius, ita enim fiunt radices aequales. Caeterum problema inveniendi puncta, quibus recta datae Tangenti parallela occurrat curvae, sic etiam proponi poterit: A curva data ABC abscindere arcum talem DBE per rectam FG ex dato puncto F eductam, ut sagitta BH (seu maxima latitudo segmenti DBED) cadat in punctum curvae datum B. Nam patet rectam FE tantum esse debere tangenti in B parallelam. Problema autem Tuum ad hoc reducitur: Inveniri puncta D, E, quibus recta data FG occurrat curvae; nam FG parallela tangenti datae, transiens per punctum datum F, est data. Quae de abscindendo segmento datae ad aream curvae generaliter quadrabilem rationis habes, dubitatione carent.



Cluverius doctrina et ingenio non caret, sed interdum mire sibi indulget, vel singularitate sententiarum, vel etiam sesquipedalibus verbis in rebus parvi momenti. Si tangentes habemus, facile etiam secantes ad angulos rectos habebimus, mirumque est quod peculiarem in ea re difficultatem collocat. Vale.

---

## XXVIII.

## Wolf an Leibniz.

Quae nuper de natura Curvarum ex quadraturis eruenda scripsi, huc redeunt. Sit ex. gr. invenienda aequatio curvam definiens, cujus area $\frac{x^2+a^2}{3}, . \sqrt{xx+aa}$. Ejus differentialem $\frac{1}{3}x^3dx + aaxdx, : \sqrt{xx+aa} + \frac{2}{3}xdx\sqrt{xx+aa}$ divido per dx, erit $\frac{1}{3}x^3 + a^2x, : \sqrt{x^2+a^2} + \frac{2}{3}x\sqrt{x^2+a^2} = y$, hoc est, $x^4 + a^2xx = yy$, quae est aequatio quaesita. Exemplum hoc facile. Ceterum me fugit, utrum jam data sit a quoquam methodus in differentialibus tollendi quantitates irrationales, ut integrabiles evadant, necne. Mihi innotuit particularis, sed ad multos omnino casus accommodanda, cujus simplex admodum propono exemplum. Sit ex. gr. differentialis $dx\sqrt{xx+ax}$. Pono $x = \frac{zz}{2z+a}$ et rursus $2z + a = v$, indeque reperio $dx\sqrt{xx+ax} = \frac{vdv - 2aav^{-1}dv + 4a^4v^{-3}dv}{4}$. Quodsi cognovero, me non inanem operam sumere, eum ulterius excolere non pigebit etc.

Dabam Halae d. 31 Aug. 1707.

---

## XXIX.

## Wolf an Leibniz.

Mitto ex nundinis Lipsiensibus programma Germanicum, quod more nostro Hallensi Collegio Mathematico per hiemem habendo praemisi. Dn. Wagnerus, Excell. Vestrae non ignotus, hic commoratur et scriptum acerrimum contra Dni. Thomasii Tentamen de Spiritu edidit idiomate vernaculo consignatum. Miror vero, quod animam rationalem pro vi habeat ex combinatione plurium potentiarum materialium oriunda et in doctrina de Deo cum Spinosa sentiat, utut se eum nunquam vidisse affirmet. Caeterum cum hactenus in publicis Lectionibus Hydraulicam explicaverim, continuationem fluxus aquae per syphones a nemine eorum, quos evolvere licuit, rite demonstrari animadverti. Videor vero mihi veram invenisse demonstrationem huc redeuntem. Suppono 1. gravitatem atmosphaerae esse vim determinatam adeoque et producere effectum determinatum, vim ex. gr. imprimendo aquae ad altitudinem 31′ ascendendi. 2. Vim impressam decrescere in ratione partium spatii, per quod ascendit, ita ut, si aqua ad altitudinem 11′ ascenderit, restet adhuc vis ad 20′ ascendendi. 3. Aquam, dum delabitur, acquirere vim reascendendi ad eam altitudinem, a qua descendit. Ponamus itaque syphonis crus minus esse 11′ altum. Aqua igitur cum polleat vi ad altitudinem 31′ ascendendi per supp. 1, ubi ad summitatem cruris minoris pervenit, praedita adhuc est vi ascendendi ad 20′ altitudinem per supp. 2. Jam cum ad orificium cruris longioris atmosphaerae gravitate sua resistat, quae aequipollet vi, per quam aqua ad 31′ altitudinem ascendere valet per suppos. 1, ut resistentia superetur, per altitudinem 11′ paulo majorem aqua adhuc descendere debet per suppos. 3. Quare cum crus majus superet minus, aqua per syphonem continuo fluit. Ex his principiis optime reddere licet rationem, cur si aqua per attractionem elevetur ex vase A in B (fig. 5), altitudo tubi CD,



per quem aqua ex vase C defluit, aequari debeat altitudini tubi AB: immo aliarum quoque machinarum hydraulicarum, quarum effectus insufficienter vulgo demonstrantur.

Halae Saxonum d. 11 Oct. 1707.

---

## XXX.

## Wolf an Leibniz.

Quod responsionem diutius distulerim, quam par erat, non in malam partem interpretabitur Excellentia Vestra. Causa fuit, quod structuram mobilis alicujus perpetui mihi adinvenisse videar, cumque in demonstratione nullum deprehendere queam paralogismum et nactus sim nonneminem in machinarum ideis elaborandis optime versatum, nunc demum scribere decreveram, ubi idea perfecta successum ad oculos demonstraret. Enimvero cum vix spes supersit, ut ante festum Nativitatis Christi machina absolvatur, propositum meum mutandum esse censui.

Quod itaque Dn. Schurtzfleischium attinet, totum illi salarium B. Cellarii oblatum fuit: neque enim id fuit nisi 400 thalerorum. Hofmannus de Academia nostra magnifica mihi loquebatur, quae alia prorsus deprehendo, postquam ejus statum intimius introspicere datum. Experimentum controversum ipse instituere non vult, nec mecum communicare cupit idonea quae possidet instrumenta. Equidem ipse globum cereum aliquot drachmarum addita paucula arena in aqua descendere feci, eandemque inter descensum in vitro sesquipedali gravitationem ad bilancem notavi, quam cum in fundo quiesceret. Enimvero cum globus eandem fere cum aqua gravitatem specificam obtineret adeoque vim insensibilem ad descendendum per demonstrationes hydrostaticas adhiberet, reperi omnino ex hoc experimento dirimi non posse, utrum corpora inter descendendum gravitent, necne. Nempe quia saltem eam vim ad descendendum adhibet, qua fluidi gravitatem specificam superat, assumi debebat globus aquae gravitatem notabiliter superans. Ast tum decrat vitrum sufficientis longitudinis. Caeterum notabile est experimentum, quod Dn. Hofmannus his diebus in cane instituit, ad refellendam vim balsami Dippeliani in vulneribus lethalibus sanandis. Etenim clavum per totum caput ipsumque cerebrum adegit, ac per integrum horae quadrantem mensa affixum detinuit canem; vulnus tamen intra paucos dies sanatum, pauculo vini Rhenani nonnisi semel infuso, nec ullum in cane laesionis vestigium superest.

Cum nunc in lectionibus publicis hydrostaticam interpreter, generale commentus sum theorema, ex quo omnes propositiones hydrostaticae facillime eruuntur. Sit scilicet massa unius corporis P, alterius p; moles unius M, alterius m; densitas unius D, alterius d; erit $P . p :: MD . md$, adeoque $Pmd = pMD$. Unde deducitur $M . m :: Pd . pD$. Sit jam ulterius densitas unius fluidi F, alterius f; pars ponderis a corpore P in fluido F amissa A, pars ponderis corporis p in fluido f amissa a, erit

$$M . m :: Pd . pD$$
$$M . m :: Af . aF$$

adeoque $M^2apDF = m^2APdf$. Q. e. i.

Quodsi enim hanc aequationem in analogias resolvo, totidem habentur theoremata casuum compositorum, ex quibus derivari possunt simpliciores, ponendo primos analogiae terminos aequales, donec tandem ad simplicissimum omnimodae scilicet aequalitatis perveniatur. Successum machinae meae referam, quam primum potero.

Dabam Halae d. 20 Nov. 1707.



# XXXI.

## Wolf an Leibniz.

Credo E. V. Manfredii de calculo integrali scriptum accepisse. Misit etiam ad me exemplar unum Dn. Menckenius, ut ejus in Actis mentionem facerem. Si quae igitur sint, quae in recensione libri moneri velit E. V., ut ea mihi perscribat est quod rogo. Caeterum quod modos attinet, quibus utuntur artifices ad diversas formas aquis salientibus induendas, de iis quaedam meditatus sum, cum praeterlapsa aestate Hydraulicam in lectionibus publicis interpretarer. Vidi autem omnia, quae hic fieri possunt, redire partim ad figuram et magnitudinem, partim ad situm luminum seu aperturarum per quas aqua prosilit. Aqua enim prorumpens luminum assumit figuram eorumque sequitur directionem. Si lumina circularia nec nimis exigua, aqua figuram assumit cylindricam; si circularia eaque valde exigua, pluviae subtilis (eines Staub-Regens) formam aemulatur; si linearia eaque recta protensa, veli expansi figuram induit; si linearia in gyros contorta, flammam fluctuantem repraesentat. En quasi Alphabetum Hydraulicum, quorum combinatio, accedente inprimis diverso situ, varios fontium ornatus parit.

Contra Varignonii Manometron dubia quaedam moveri ab E. V. memini. Alius mihi succurrit densitatem aëris aestimandi modus, qui iis, ni fallor, caret. Scilicet assumantur duo globi cuprei mole aequales, quorum interior cavitas $1\frac{1}{2}$ circiter pedem cubicum capiat. Ex uno educatur aër, eoque educto ipse globus contra novi accessum cum cura muniatur. Suspendantur hi globi ex communi jugo ac aequilibrentur. Evidens est, densitate aëris aucta globum apertum graviorem fieri, consequenter praeponderare. Erunt vero incrementa ponderis notabilia. Etenim cum pondus unius pedis cubici aërei sit $1\frac{1}{18}$ unciae, erit pondus aëris in globo contenti $1\frac{1}{2}$ circiter unciae, h. e. 3 *L.* *Ergo* si densitas augeatur parte una vigesima quarta, incrementum ponderis erit $\frac{3}{24}$ h. e. $\frac{1}{8}$ L. Si jam jugo affigatur semicirculus metallicus, poterit ita fieri divisio, ut index monstret, quanta sui parte aucta fuerit densitas aëris vel imminuta: quae ut clarius explicem non opus est.

Denique mentionem nuper injeci theorematis Hydrostatici generalis a me detecti. Quoniam vero id gravitationem corporum in fluidis specifice levioribus unice respiciebat, simile excogitavi pro gravitatione corporum specifice leviorum in fluidis specifice gravioribus.

| Sit scilicet unius corporis | alterius corporis |
|---|---|
| Massa $= G$ | massa $= g$ |
| Moles $= M$ | moles $= m$ |
| Densitas $= D$ | densitas $= d$ |
| Pars fluido immersa $= P$ | pars fluido immersa $= p$ |
| cujus densitas $= F$ | cujus densitas $= f$ |

erit $G.g::Md.md$
$G.g::PF.pf.$

Consequenter

$G^2g^2::MDPF.mdpf$

adeoque $G^2mdpf=g^2MDPF$.

Ex hoc theoremate non solum eruere licet, quidquid de gravitatione corporum in fluidis specifice gravioribus cogitari potest, sed non minus, quam theorema nuperum praesentissimi usus existit, quotiescunque hoc argumentum concernens quidpiam sciri desideratur. Ex. gr. quaeratur ratio partium immersarum, si duo corpora aequiponderantia eidem fluido specifice graviori immitantur. Quoniam est $G=g$ et $F=f$ per hypoth., erit $mdp=MDP$. Et quia quaeritur ratio ipsius $P$ ad $p$, reperitur $P.p::md.MD$. Aliis theorematis usibus recensendis nunc supersedeo: id adhuc noto, me animadvertisse, quod hydrostatica non inelegantem suppeditet regulam ex duabus massis, quarum una tertia quadam specifice levior, altera specifice levior, componendi massam, quae sit dati ponderis et eandem cum tertia habeat gravitatem specificam, vel sit ad datam in data ratione. Quod superest, favori E. V. me commendo.

Dabam Halae d. 9 Febr. 1708.



## XXXII.

## Wolf an Leibniz.

Urget Dn. Menckenius recensionem scripti Manfrediani de constructione aequationum differentialium primi gradus, quia Autor petiit, ut eadem quantocyus Actis insereretur; eandem tamen inseri nolo, antequam intellexero, num I. E. V. quaedam sint, quae circa eruditum Autoris laborem moneri velit. Mearum igitur partium fuit efflagitare, ut I. E. V. mecum communicare velit, quae monenda duxerit.

Nuper ex me nonnemo per litteras quaesivit methodum dolia non plena dimetiendi, seu potius inveniendi soliditatem liquoris in dolio non pleno, quam Autores negligunt, qui de Geometria practica scribunt. Equidem geminam a Keplero descriptam reperio, alteram in editione Latina, alteram in Germanica Stereometriae Dolii Austriaci; sed quemadmodum prioris defectum in editione Germanica fol. 95 ipse agnoscit, ita valde vereor, ne et posteriorem in eundem cum priore censum referant Geometrae rigidiores, utut ille nimis confidenter fol. 86 pronunciat: ich wil erwarten, ob iemand mir den Grund hierzu umstossen oder einen gewissern fürbringen wolle. Utramque vero capacitati practicorum non satis respondere nimiumque intricata prolixitate taediosam esse fatebitur. Rem igitur ipse de ovo, quod ajunt, agressus facile vidi, totum negotium huc redire ut inveniantur segmenta conica per sectionem axi paralleliter facta prodeuntia, si assumatur (id quod vulgo assumi solet) dolia esse corpora ex duobus truncis conicis composita, vel segmenta conoidica aut sphaeroidica per similem sectionem orta, si vel cum Oughtredo truncorum Sphaeroidicorum, vel cum Keplero subinde Hyperbolicorum ac fusi parabolici, vel denique cum aliis Conoeidium Parabolicorum figuram aemulari dolia ponantur. Illorum igitur segmentorum cubationem investigaturus deprehendi, cubationem segmentorum conicorum haberi non posse, nisi per quadraturam