die brüche zusammen gerechnet, weil er vermeynet, er wolte einen irthum finden; er hat sie aber müssen glauben, als er den success gesehen. Nicht nur Hr. Hugenius, sondern auch Wallisius in einem opere Anglico de Algebra haben meine quadraturam Arithmeticam approbiret, andere zu geschweigen.

Die Kunst ex data quadratura totius quadraturam partium zu finden, kan Hr. Tschirnhaus nicht, ist auch nicht müglich. Es gehören bissweilen gantz andere dinge dazu, quae in casu speciali, qualis est casus totius, evanesciren. Eben darüber war ein streit zwischen Hr. Tsch. und mir. Er hatte gesetzet in Actis, dass er hiemit einen Methodum gebe, damit quadraturae ausgemacht und sogar impossibilitas quadraturae circuli bewiesen. Der Methodus gienge aber nicht weiter an, als so weit er von mir gesetzet und ihm längst communiciret worden war, nehmlich per differentias, und das seinige folgte gar nicht daraus. Seine meynung war, quotiescunque in figura analytica pars per ordinatam absecta est quadrabilis seu segmentum, tunc figuram esse infinite quadrabilem, seu quodlibet ejus segmentum curva et recta vel rectis comprehensum esse quadrabile. Auf die instantiam de Cycloide, deren certa segmenta solis rectis et curva comprehensa Hugenius und ich quadriret, antwortet er, Cycloidalis linea sey nicht analytica, quod est verum; da erdachte ich ihm eine andere instanz; ich nahme die lunulam Hippocratis (fig. 106), applicirte alle deren ordinatas bc ad rectam, nempe transferendo in (b)(c), da kommt eine newe figur heraus, cujus totum AD(c)A aequatur lunulae, ideoque est quadrabile, sed partes quaelibet non item. Durch diese instanz war M. Tsch. embarassiret, zumahl weil ich ihm originem lineae A(c)D ex lunula nicht expliciret, und auch die quadraturam totius nicht expliciret habe. Endlich quod felix faustumque sit, war er endlich drauf ohngefehr gefallen, und hatte originem ex lunula gefunden, also auch quadraturam; da war nun quaestio de effugio; das bestund darinnen, er sagte, lunula sey auch indefinite quadrabilis, eo scilicet modo, wie M. Hr. in seinem brieff gesetzet; aber darvon war die quaestio nicht, lunula est composita ex duabus curvis, aber in der figura AD(c)A ist das totum quadrabile, und wird er doch nimmermehr indefinitam quadraturam partium finden. Daher fallet auch sein ratiocinium hin, damit er impossibilitatem quadraturae

totius circuli bewiesen zu haben vermeynte. Ich glaube, der modus secandi lunulam in partes quadrabiles oder dergleichen sey auch bey dem Vincentio Leotaudo in Amoeniore Curvilineorum contemplatione. Im übrigen zweifele nicht, dass ihn Hr. Tsch. de suo gefunden. Ist das Theorema richtig, so wird es M. Hr. per calculum leicht also finden. Demonstrandum est (fig. 107) ADEA esse =CAM. Ergo $d\overline{ADEA} = d\overline{CAM}$, hoc est DE(E)(D) = CM(M). Ob nun dieses wahr, wird der calculus analyticus zeigen. M. Hr. darff nur analytice determiniren aream elementarem DE(E)(D), quod fit quaerendo aream CD(D), atque inde detrahendo aream CE(E), concipiendo ipsas D(D) et E(E) ut rectas elementares; so wird sich die sache selbst weisen. Et haec est, ni fallor, clavis optima talium, ut ex areis rem transferamus ad earum elementa seu differentias, in quibus ut se veritas prodat necesse est, quoties de theorematibus talibus indefinitis demonstrandis agitur. Sed quando quis mihi proponit theorema definitum in quadraturis, non possum semper ejus promittere demonstrationem, quia tunc cessat hoc subsidium, et prius perficienda est ars quadraturarum. Ist Hr. Viviani discurs ein theorema indefinitum, so ist M. Hr. versichert, dessen veritatem per calculum finden zu können. Die definita aber, das kan nicht versichern, sondern nur dieses sagen, dass wenn die sache ad terminos calculi analytici methodo speciminis mei reduciret wäre, so könte ich sehen, was darinn zu thun.

Freylich ist es, wie M. Hr. saget, dass die theoremata circa ductus und dergleichen beim Gregorio a S. Vincentio sich methodo nostra gleichsam von selbsten ergeben, welches specimen nicht undienlich wäre Methodi meae utilitatem zu zeigen.

Ein Handwerks Man· hat diesen Sommer einen Spiegel gemacht, von harten Holtz, damit kan er an der Sonnen würste braten und dergleichen thun. Defectum politurae supplet magnitudo, adeoque copia radiorum. Man muss es aber noch nicht gemeine machen. M. Hr. könnte es als etwas rares dem GP. (Grossprinzen?) communiciren. Ist res facile parabilis; potest esse magnae utilitatis.

Circulus proprie loquendo non habet focum; interim pro succedaneo foco in reflexione est focus parabolae, in refractione focus Ellipseos vel Hyperbolae, quam circulus in vertice osculatur. Osculatur autem circulus curvam ille, qui est omnium circulorum intus tangentium maximus. Ich habe die Oscula zuerst in Geometriam introduciret in Actis Eruditorum. Ut recta tangens in puncto contactus habet eandem cum curva directionem, ita circulus osculans in puncto osculi habet eandem cum curva flexuram seu curvedinem. Recta mensurat directionem, quia ipsa est uniformis directionis; circulus mensurat curvedinem, quia ipse est uniformis curvedinis. Ex omnibus circulis angulum contactus cum curva in puncto proposito facientibus circulus osculans facit angulum contactus minimum, quem voco angulum osculi. Hinc circulus osculans quam proxime ad curvam accedit et cum ea quasi repit. Itaque si in axe parabolae intra parabolam sumas punctum quod a vertice distet magnitudine semilateris recti, et hoc puncto velut centro, distantia a vertice velut radio describas circulum, is parabolam in vertice osculatur, et hujus circuli focus vel potius quasifocus erit idem cum foco parabolae. Hinc jam patet punctum, in quo radii a longinquo puncto venientes adeoque pro parallelis habendi post reflexionem conjunguntur. Pro refractione, loco parabolae, adhibeatur Ellipsis quae in vertice suo circulum osculatur, vel Hyperbola, prout effectus est quem desideramus. Ita omnia quae Cartesius efficit Ellipsibus vel Hyperbolis, circulo praestantur practice seu succedanee pro radiis parallelis, convergentibus aut divergentibus. Also dass aus dieser einigen consideration alles leicht zu definiren, auch loca imaginum etc. zu haben: Lineae osculantes in praxi possunt esse succedaneae earum quas osculantur. Wenn man also locum repraesentantem punctum seu primum focum per primam refractionem gefunden, so consideriret man dieses punctum wieder ut radians, und findet dessen focum secundum, et ita si placet tertium.*)

---

*) Antwort auf die Frage de foco 3. lentium ultimo. Bemerkung Bodenhausen's.

So viel ich dessen modum procedendi verstehe, so düncket mich auf diese weise wollen sich die areae oder summationes nicht finden lassen. Die ars ist noch nicht ausgemacht. Es gehören viel praeparatoria dazu; biss die fertig, muss man sich mit allerhand vortheilen behelffen. Mit dem exemplo proposito ist es leicht. Denn weil $xdx = \overline{dxx}:2$, so kann man anstatt xx setzen ay, und anstatt $\overline{dxx}:2$ setzen $\overline{day}:2$ oder $\overline{ady}:2$. Ergo kan anstatt $axdx:\sqrt{aa+xx}$ gesetzet werden $aady:2\sqrt{aa+ay}$, welches denn wieder leicht ad simplicius zu reduciren. Denn anstatt $a+y$ kan man setzen v, also anstatt dy bleibt dv; ergo anstatt $aady:2\sqrt{aa+ay}$ komt $aadv:2\sqrt{av}$. Nun ist bekandt ex nota quadratura Hyperboloeidum vel Paraboloeidum das $\overline{aa\int dv:2\sqrt{av}} = a\sqrt{av}$, ergo $= a\sqrt{aa+ay} = a\sqrt{aa+xx}$, hoc ergo $= a\int xdx:\sqrt{aa+xx}$. Man wird es auch in der Probe befinden, denn man darff nur differentiren $\sqrt{aa+xx}$, so wird man bekommen $xdx:\sqrt{aa+xx}$.

Mit peculiaribus hypothesibus, dass ich x zum exempel setze $\frac{4}{3}a$ oder dergleichen, gehen die summationes nicht an, glaube auch nicht solche gebraucht zu haben; omnis summatio tetragonistica comprehendit infinitas x diversas; darff ich also sie nicht auf die assumtionem unius certae x gründen; aber wenn ich einmahl die summationem per calculum indefinitum gefunden, da kan ich es denn ad casus speciales appliciren, und x oder y expliciren; vorhero aber ists nicht zugelassen und werden dergestalt freylich impossibilia mit hauffen herfürtreten; also in summatione darff man x pro constante nicht nehmen.

Der Regressus in Calculo differentiali a d ad $\int$, nehmlich dass man die quadraturas entweder absolute finde oder ad simpliciores v. g. circuli et hyperbolae etc. reducire, item dass man die curvas per proprietatem tangentium datas reducire ad quadraturas oder gar ad aequationes ordinarias: das sind dinge, so Kunst erfordern, und noch nicht ad perfectam methodum gebracht. Ich habe zwar die wege dazu, aber solche wege zu gehen und die nöhtige canones auszucalculiren, dazu habe ich keine Zeit; ich müste an einem orth seyn, da junge curiose leute wären, die sich auf diss studium rechtschaffen appliciren und etwas rechtschaffenes darinn thun wolten, die könten inter exercendum sese solche Dinge ausmachen; ich kan die Zeit auf lange calculos nicht wenden. Mir gehet es wie dem tiegerthier, von dem man sagt, was es nicht im ersten, andern oder dritten sprung erreiche, das lasse es lauffen.

Ich habe unlängst Actis Lipsiensibus inseriren lassen einen newen wunderlichen motum, der gantz richtig und regular, aber vor den in Geometria gebräuchlichen motibus gantz unterschieden, durch welchen ich per viam generalem alle quadraturas zu construiren auf einmahl weise. Die occasion dieses motus hat mir feu Mons. Perrault (Medicus zu Paris, so den Vitruvium edirel) gegeben, als er mir ein problema Mechanicum zu solviren proponiret. Ich habe also diese invention schon vor 20 Jahr. Weil aber unlängst auf affine aliquid gefallen, so habe ich gut befunden, damit herfür zu wischen, wiewohl ich nicht besorge, dass man leicht darauf solte kommen seyn. Allein aus dieser construction kan man eben nicht urtheilen, ob die quadratura quaesita nicht auch per Geometriam communem zu verrichten, welches wo es geschehen kan, braucht man die viam extraordinariam nicht.

Quaeritur mensuratio portionis Lunulae ADEA (fig. 108). Quod ut fiat, quaerendum est ejus elementum ac summandum. Id elementum est ED(D)E, id est Triang. CD(D)— triang. CE(E). Est autem $CD(D) = D(D)$ in $\frac{1}{2}CT$. AG sit x; GD, y; JF, z; FE, V. AB seu BC seu BD, a; CE, $\sqrt{2aa}$; D(D), dx a : y. Sit BL parallela et aequal. DT, patet triangula BLC et BGD congrua esse seu aequalia et similia. Itaque $CL = DG$. Itaque $CT = a + y (= DH)$. Ergo $CD(D) = \overline{a+y}, adx : 2y$. Sed $x = a - \sqrt{aa - yy}$, ergo $dx = ydy : \sqrt{aa-yy}$, et $CD(D) = ady\sqrt{\overline{a+y},:,a-y} : 2$. Quaeramus jam et $CE(E) = E(E)$ in $\frac{1}{2}CE$. Est antem $E(E) = dz\sqrt{2aa} : v$, ergo $CE(E) = dz\,aa : v$. Quaeramus ergo z et v per y. Nempe ob triangula similia DHC et EFC fiet EF (seu v) : DH (seu a + y) :: CE (seu $\sqrt{2aa}$) : CD. Est autem $CD^2 = DH^2 + CH^2$ seu $CD^2 = a^2 + 2ay + yy + aa - yy$, ergo $CD = \sqrt{2aa + 2ay}$; ergo fit $v = \sqrt{aa + ay}$. Jam $vv + CF^2 = 2aa$ seu $aa + ay + CF^2 = 2aa$, ergo $CF = \sqrt{aa - ay}$. Ergo z $(\sqrt{2aa} - CF) = \sqrt{2aa} - \sqrt{aa - ay}$, et hinc $dz = ady : 2\sqrt{aa - ay}$. Ergo CE(E) seu $dz\,aa : v = aa\,dy : 2\sqrt{aa - yy}$. Ergo $CD(D) - CE(E) = \overline{aa + aydy - aady}, : 2\sqrt{aa - yy} = ay\,dy : 2\sqrt{aa - yy} = ED(D)(E)$. Sed $\int \overline{ED(D)(E)} = ADEA$, et $\int, ay\,dy : 2\sqrt{aa - yy} =$

$\frac{1}{2}a, \overline{a - \sqrt{aa - yy}} = \frac{1}{2}ax =$ Triang. CAG; ergo $CAG = ADEA$, ut erat propositum. Si omnia fuissent explicata per x (loco y), facilior fuisset summatio: nam $aydy : 2\sqrt{aa - yy}$ dat $\frac{a}{2}dx$, adeoque ED(D)(E) aequ. triang. CG(G).

Itaque propositum Theorema succedit, nempe quod triang. CAG aequatur lunulae portioni ADEA, quod est specimen elegans Methodi nostrae, quae docet calculo invenire demonstrationes theorematum in curva ubique succedentium, etiamsi contineant quadraturas vel aliquid ejusmodi quod Cartesius sua Geometria vel analysi excluserat. Si ab alio propositum sit theorema, non opus est summatione, sed sufficit ipsius trianguli CAG elementum quaeri seu ipsius $\frac{1}{2}ax$, quod utique coincidit cum CD(D)(E) elemento Lunulae.

Die aequationem ad circulum pro aequ. 5 vel 6 dimensionum constituendis zu finden, solte ich eben vor so schwehr nicht halten. Cartesius hat ein gross wesen daraus gemacht; indem ich aber diss schreibe, versuch ich und finde die sache gar leicht. Zum Exempel, ich soll aequ. 5. vel 6. gradus per circulum et parabolam cubicam solviren, so nehme ich zwey aequationes locales an, eine ad circulum, nehmlich $xx + yy + cx + ey + f \overset{(1)}{=} 0$, die andere ad parabolam cubicam $x + s \overset{(2)}{=} hz^3$, und nehme dann $z \overset{(3)}{=} y + t$, so wird aus aequ. 2 per aequ. 3 entstehen $x + s \overset{(4)}{=} hy^3 + 3htyy + 3htty + ht^3$; wir nun per compend. (5) nennen $ht^3 - s = p$, $m = 3ht$, $n = 3htt$, so wird aus aequ. 4 werden $x \overset{(6)}{=} hy^3 + myy + ny + p$. Solchen valorem substituirt in der aequ. 1, so komt eine aequ. 6ti gradus:

$$\begin{array}{lllllll} hhy^6 + 2hmy^5 + 2hny^4 + 2hpy^3 + 2mpyy + 2npy + pp \overset{(7)}{=} 0 \\ \qquad\qquad mm.. \quad 2mn.. \quad nn..+ \;\; cn.+cp \\ \qquad\qquad\qquad\quad ch.. \quad\;\; 1..+ \;\; e.+f \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad cm.. \end{array}$$

Gesetzt nun aequatio data sexti gradus per circulum et parabolam cubicam construenda sey $y^6 + 5y^5 + 6y^4 + 7y^3 + 8y^2 + 9y + 10 \overset{(8)}{=} 0$, allda 5, 6, 7 etc. bedeuten so viel als literas coefficientes datas quales-cunque oder so viel als a, b etc. Diese aequ. 8 gemultipliciret durch hh, komt $hhy^6 + 5hhy^5 + 6hhy^4 + 7hhy^3 + 8hhyy + 9hhy + 10hh \overset{(9)}{=} 0$; diese aequ. compariret mit der aequ. 7, so haben wir 6 terminos comparandos (denn die ersten treffen ohne den zusammen) und also auch 6 aequationes comparatitias, quarum ope die literae quaesitae c, e, f, s, h, t zu finden, welche ad constructionem circuli et parabolae cubicae erfordert werden. Es ist aber dieses keine sache die meritire dass man sich damit aufhalte. Man braucht ja solcher constructionum wenig. Dass ich aber gesagt, Vietam vel Cartesium in *analysi* ordinaria nihil circa *radices* aequationum adjecisse majorum inventis, das verstehe ich nicht de constructione per lineas, sondern de expressione analytica per radices irrationales, gleichwie wir in gradu cubico et quadrato-quadratico haben ex inventis Scipionis Ferrei et Ludovici Ferrarii, jam superiore saeculo editis. Wenn einer diess promoviren wolte, müste er tales formulas radicum irrationalium geben pro aequationibus 5ti vel 6ti gradus.

Die difficultät die M. Hr. sich macht, dass man inter summandum arbitrariam als b addiren kan, wird sich selbst aufheben, wann er die mühe nehmen wil, figuram gegen den calculum zu halten. Zum exempel, wenn ich summiren soll dx, so kan ich schreiben $x+b$, weiln diese formula rursus differentiata ja gibt dx, indem das b verschwindet. Diss zeigt auch die figur 109. Gesetzet AB oder BC sey x, und D(C) sey dx, und EB sey b, so sieht man ja dass DC sey die differentz nicht nur zwischen BC und (B)(C), sondern auch zwischen EC und (E)(C) und wenn man alle dx will zusammen summiren zwischen C und A, so macht ihre summa so viel BC oder AB oder x; will man sie aber zusammen summiren von C an biss nacher K, so macht ihre summa EC oder KE oder $x+b$; liegt es also daran wo man anfangen und aufhören will. Eine gleiche bewandtniss hat es auch mit dem signo —; denn gesetzet KE oder EC heisse z, so wird D(C) heissen können dz, und die summa von allen dz von C an biss K ist z, nehmlich EC oder KE, aber von C biss A ist sie $z-b$, nemlich AB vel BC. Wenn man anstatt KE oder AB annehme QE und solches nennete v, und dv adhibirte, und QK nennete c, so würde auf gewisse masse (C)D seyn $-dv$, weil alle die EC wachsen wenn die QE abnehmen und die summa von $-dv$ würde seyn $c-v$; liegt also diese variation nur an dem modo incipiendi vel finiendi summationem, und daher ist bey $\int aadx:\sqrt{2aa-ax}$ nicht mehr schwürigkeit

als bey $\int aadx:\sqrt{2aa+ax}$, und wenn ich demnach gesaget, dass die Kunst noch nicht ausgemacht, so verstehe ich es von dergleichen nicht.

Quadratura Hyperbolae ope lineae logarithmicae ist ohne difficultät, und von P. Gregorio a S. Vincent. in effectu schon ausgemacht. Unser calculus aber gibt sie ohne caeremoni; denn es ist ja in Hyperbola $y=aa:x$. Sumamus a pro unitate, ergo quaeritur $\int dx:x=z=\int ydx$. Dico z esse ordinatam ad curvam logarithmicam, posito x esse abscissam; quod sic ostendo: $dz=dx:x$, ergo $xdz=dx$. Ponamus dz esse constantem, erunt z progressionis Arithmeticae seu uniformiter crescentes; at vero x erunt proportionales ipsis dx (ob aequ. $xdz=dx$, quia dz constans proportionem non mutat), ergo x sunt proportionales suis differentiis; sed termini proportionales suis differentiis sunt progressionis Geometricae; ergo si z sint progressionis arithmeticae, erunt x progressionis Geometricae, adeoque si x sint numeri, z erunt logarithmi. M. Hr. conjungire damit meine constructionem catenariam per logarithmos, wird er alles leicht finden. Es erfordern diese dinge nur attention, massen sie ausgemacht. Item in dem schediasmate, da ich zuerst Elementa calculi differentialis gesetzt, solvire ich eine curvam Cartesio nequicquam quaesitam, und weise dass es sey Logarithmica.

Weil sich M. Hr. so geneigt erbothen mit einigen inquisitionibns mir oder vielmehr der scientz zu assistiren, so habe ich beykommendes vorschlagen wollen. Es komt nehmlich alles darauff an, dass man die Aequationes differentiales von ihren differentialitatibus liberiren kann. Will demnach von denen anfangen, da dx oder dy nicht zur potenz steiget, sondern simplicis gradus bleibet, und diese aequationes haben wieder ihre gradus, nachdem x und y selbst hoch hinauff steigen. Der erste gradus ist da x und y selbst über den gradum simplicem nicht kommen, und wäre dessen aequatio generalis: $aadx+bbdy+c^3xdx+d^3ydy+q^3xdy+r^3ydx\overset{(1)}{=}0$, da dann aa, bb etc. sint quantitates datae. Solche zu resolviren, nehme ich eine aequationem differentialem resolubilem und zwar diese zureichende $dz:\overline{g+fz}\overset{(2)}{=}dv:\overline{l+ev}$, als welche per logarithmos zu solviren, denn $\frac{1}{f}$ logarith. $\overline{g+fz} \overset{(3)}{=} \frac{1}{e}$ log. $\overline{1+ev}$, es wäre denn dass e oder f wäre $=0$, so wäre der log. nur auf einer seite, als wenn $f=0$, so würde es heissen $\frac{1}{g}z \overset{(3)}{=} \frac{1}{e}$log. $\overline{1+ev}$ und dergleichen. Nun setze ich ferner, es sey $z \overset{(4)}{=} hx+ky$ und $v \overset{(5)}{=} nx+py$; als explicando wird aus aequ. 2 per 4 und 5 werden

$$\begin{matrix} +hldx & +kldy & +ehnxdx & +ekpydy & +eknxdy & +ehpydx & \overset{(6)}{=} 0. \\ +gn.. & gp.. & fhn.. & fkp.. & fhp.. & fkn.. & \end{matrix}$$

Solche aequ. 6 comparirt mit der aequ. 1 data finden wir die valores literarum l, g, h, p, kn, e:f. Dann aus denen Terminis dx und dy wird $g \overset{(7)}{=} aak-bbh,:,nk-hp$ (oder $g=\frac{aak-bbh}{nk-hp}$ vel $g=\frac{bbh-aak}{hp-nk}$) und $l \overset{(8)}{=} aap-bbn,:,-nk+hp$ (vel $l=bbn$ $aap,:,nk-hp$). Ferner aus den terminis xdx und ydy wird man bekommen, aus xdx zwar $h \overset{(9)}{=} c^3:,ne+nf$, aus ydy aber wird man bekommen $p \overset{(10)}{=} d^3:,ek+fk$. Folgt endlich xdy und ydx: aus xdy, wenn man h und p vermittelst der valorum 9 und 10 abschaffet, komt $kn \overset{(11)}{=} q^3:2e+\sqrt{q^6ee+2q^6ef+q^6ff-4efc^3d^3}:,2ee+2ef$; aber aus ydx komt auf gleiche weise $kn \overset{(12)}{=} r^3:2f+\sqrt{r^6ee+2r^6ef+r^6ff-4efc^3d^3}:,2ff+2ef$. Wenn man nun diese beyde valores aus den aeqq. 11 und 12 mit einander vergleichet, so komt $q^3ff-r^3ee+q^3fe \overset{(13)}{=} e\sqrt{r^6ee+\text{etc.}}-f\sqrt{q^6ee+\text{etc.}}$ Wenn man nun diese aequationem evolviret und die irrationales abschaffet, wird man endlich finden valorem $\overset{(14)}{\text{ipsius}}$ e:f oder rationis e ad f, also dass wenn man f und n pro arbitrio annimt oder unitati gleichschätzet, oder wie es sich sonst am besten schicket, so kan man ope aequ. 12 haben k und ope aequ. 14 haben e, und sind also alle literae quaesitae ad construendum necessariae in aeqq. 2, 4, 5 gefunden, und wäre also die aequatio data 1 solviret. Wäre also gut, dass der calculus gantz ausgemacht und ab ovo (damit nicht etwa ein irrthumb einschleiche) resumiret, und sonderlich die aequ. 13 evolvirt würde, da ich dann ferner anweisen köndte, wie höher hinauff zu steigen.

Weil ich dabey bin, so will ich noch einen Calculum vorschlagen, der sehr nützlich seyn würde, weil M. Hr. ja die gütigkeit haben will sich damit zu exerciren. Es läufft in die Methodos Diophanteas hinein, hätte aber auch grossen usum in unserer Geometria altiore, wie ich zeigen werde. Gesetzt es sey $\odot\odot + ab\rightmoon\rightmoon \overset{(1)}{=} \mercury^4$, und $\odot$ sey $\overset{(2)}{=} ac+ex+\frac{f}{a}xx$, $\rightmoon \overset{(3)}{=} g+\frac{h}{a}x+\frac{k}{aa}xx$ et $\mercury \overset{(4)}{=} m+\frac{n}{a}x$. Solche valores nun aus den aeqq. 2, 3, 4 substituirt in der aequ. 1, so komt aequ. (5) welche zu identica zu machen oder in welcher die termini lateris unius seu valoris $\odot\odot+ab\rightmoon\rightmoon$ mit den terminis respondentibus des andern lateris seu valoris ipsius $\mercury$ zu compariren, und mit hülffe dieser comparationen die valores literarum quaesitarum c, e, f, g, h, k, m, n zu suchen, weilen ich supponire, dass a und b allein datae; da dann nichts nachzufragen, ob die valores rationales oder irrationales seyn, worumb man sonst in methodo Diophantea sich bekümmert.

Was $\int,axdx:\sqrt{aa+xx} \overset{(1)}{=} az$ betrifft, wenn M. Hr. belieben wird die figur aufzureissen, wird er besser sehen, worumb die cautiones nöhtig so ich gegeben, dass man nemlich zusehe, wo man in summando anfange. Sit $xx \overset{(2)}{=} ae$ et $a+e \overset{(3)}{=} v$, fit $de \overset{(4)}{=} dv$, $xdx \overset{(5)}{=} \frac{1}{2}ade$ et $z \overset{(6)}{=} \frac{a}{2}\int dv:\sqrt{av}$. Gesetzt y sey $\overset{(7)}{ax}:\sqrt{aa+xx}$, und ω sey $\frac{1}{2}aa:\sqrt{av}$, so ist zwar $\int\omega dv=a\sqrt{av}$, aber das ist zu verstehen, wenn man die v anfanget zu nehmen ab initio wenn die kleinste v ist 0, allein hier fangt man an da die kleinste x ist 0 oder da die kleinste e ist 0, und per consequens da die kleinste v ist a. Gesetzt CA (fig. 110) sey e, so würde FA seyn v, posito FC esse a. Daher wenn man aus $\int\omega dv$ finden will $\int ydv$, muss man von $a\sqrt{av}$ abziehen $a\sqrt{aa}$ oder aa, nehmlich das theil von von $\int\omega dv$, welches zwischen F und C oder über CD fället. Und solches giebt jedesmahls der Calculus selbst, weil man ja daraus siehet, ob beyde als e und v oder x und e zugleich verschwinden oder zu nichts werden, oder was dem einen überbleibt, wenn das andere zu nichts wird. Diese Dinge einmahl vor allemahl gründlich zu fassen, muss man die calculos gegen die figuren halten; wenn man aber den grund einmahl hat,

ists weiter eben nicht von nöthen, als in einigen schwehren fällen.
Wird also hier seyn $d,a\sqrt{av}-aa = d,a\sqrt{aa+xx}-aa = axdx:\sqrt{aa+xx}$.

Was den andern calculum*) belanget, so komt es darauf an,
dass ope aequationum comparatitiarum ob x^4, x^3, x^2, x^1 auch 5 li-
terae gefunden werden vor deren assumtitiis c, e, f, g, h, k, m, n;
daraus zu sehen, dass deren 3 übrig, so indeterminat bleiben und
selbst pro arbitrio commode zu determiniren. Nun m et n sind be-
reits depechiret, dieweil wir haben valorem m:n und valorem mn,
positis reliquis; oder wir könnens bey valoribus ipsorum m^4 et n^4
lassen; haben hierinnen die wahl. Sind also damit duae aequatio-
nes comparatitiae depechiret, und bleiben noch 3 zu solviren; aus
so vielen kann man 3 der bequemsten wehlen; ich solte fast weh-
len $3\gamma\gamma = 2\beta\delta$ oder $3,\overline{aef+bhk}^2 \overset{(1)}{=} 2,aff+bkk, 2acf+aee+2bgk+bhh$
$3\zeta\zeta = 2\Theta\delta$ oder $3,\overline{aec+bhg}^2 \overset{(2)}{=} 2,acc+bgg, 2acf+aee+2bgk+bhh$
$\gamma\zeta = 4\beta\Theta$ oder $aef+bhk, aec+bhg \overset{(3)}{=} 4,aff+bkk, acc+bgg$;
denn aequ. 3 ist justitiaria per se und aequ. 1 et 2 sunt justitia-
riae si simul sumantur. Mit hülffe der 3 aequationen könten glaub
ich zuförderst e und h gesuchet werden; denn darinnen observiret
man abermahls justitiam, denn die beyden allein haben eine prae-
ferentz vor den andern incognitis, als welche aus den mittel; ja
findet sich auch dass sie am wenigsten steigen, nemlich nur auf
den quadratum, da sonst f, k, item c, g ad cubum kommen. Wenn
man nun der literarum e und h valores hat, und solche aus der
letzten aequation weggebracht, bleibt eine aequatio ultima, so ziem-
lich hoch seyn muss, darinnen sind literae f, k, item g, welche die
justitz observiren müssen und zwar auf eine doppelte Weise: nem-
lich wie sich c verhält respectu f; g, k, so muss sich f verhalten
respectu c; k, g, und wiederumb wenn man fingiren wolte b=a
(ob es schon nicht ist) so müssen c und f stehen wie g und k
respective, welches pro examine calculi dienet, wozu ich considera-
tionem justitiae vel homoeoptoseos nützlich finde, ander nutzen zu
geschweigen. Weilen aber die letzte aequation nur eine incogni-
tam erfordert, und doch 4 arbitrarias hat, so kan man das übrige
pro arbitrio, doch mit vortheil annehmen, die aequationem dadurch
zu deprimiren und eine von den literis also zu erlangen, dass also
allem eine gnüge geschehe. Besser wäre es wenn man ein baar

*) Siehe oben.

von den arbitrariis c, f, g, k in antecessum mit nutzen determiniren
könte, umb dadurch den calculum altiorem zu praecaviren. Also
stünde zu untersuchen, ob man nicht mit nutzen assumiren könte
$2,aff+bkk \overset{(4)}{=} aef+bhk$, et $2,acc+bgg \overset{(5)}{=} aec+bhg$. Denn per 4 et 5
invicem ductas redit aequ. 3; daher es schon scheinet, als ob wir
zwey sumtiones gethan, ist es doch reapse nur eine, denn die an-
dere folget per aequ. 3 von sich selbsten, und bleibt also die ju-
stitz; und aus aequ. 1 wird per 4 entstehen: $3,aef+bhk \overset{(6)}{=} 4,2acf$
$+aee+2bgk+bhh$, und aus der aequ. 2 wird per 5 entstehen:
$3,aec+bhg \overset{(7)}{=} 4,2acf+aee+2bgk+bhh$. Daraus wird per 6 et 7
werden: $aef+bhk \overset{(8)}{=} aec+bgh$, und folglich per 4, 5, 8 wird:
$aff+bkk \overset{(9)}{=} acc+bgg$. Hat also diese eintzige supposition grosse
depressiones gemacht, wenn wir nur nicht dadurch zuletzt in in-
commoda verfallen. m wird dadurch $\overset{(10)}{=}$ n, welches noch thunlich.
Hat man also simplicissimas aequationes 6, 8 et 9, quae sufficiunt
quaesito absolvendo, si modo sic licet. Ex aequ. 8 haberi potest
valor ipsius e vel ipsius h; eligatur h, fiet $h \overset{(11)}{=} e,a\overline{c-f}:b\overline{k-g}$. Hic
valor ipsius h in aeq. 11 substituatur in aequ. 4 et fiet: $e \overset{(12)}{=}$
$aff+bkk, k-g,:a\overline{ck-fg}$. Unde ex lege justitiae pare jure absque
calculo praevidemus fore $h \overset{(13)}{=} aff+bkk, f-c,:b\overline{fg-ck}$, quanquam
hoc et prodeat ex aequ. 11 per 12. Hos valores e et h ex 12 et
13 substituamus in alterutra aequ. 6 vel 7; eligamus 6 et evolu-
tionibus factis oportet destrui quaecunque impediunt justitiam, et
prodibit aequatio (14), in qua a, c, f; b, g, k sibi respondebunt, quem-
admodum et c ipsi f et g ipsi k; quemadmodum talis justitia du-
plicata etiam observatur in aequ. 9. Jam habemus duas residuas
aequationes, nempe 9 et 14, in quibus extant literae c, g, f, k, qua-
rum ope si inveniamus valorem unius literae veluti k per ipsas
c, g, f, et ejus ope tollamus k ex alterutra aequatione, prodibit
aequ. (15) in qua extabunt solum c, g, f. Ubi alterutra ex ipsis c
vel g videtur adhuc determinari posse, ut contrahatur calculus, vel
assumi potest quaecunque nova determinatio apta. Sed hoc jam
dissimulato, sufficit nos habere jam aequ. 15, cujus ope habetur
f ex a, c; b, g; unde ex lege justitiae similiter habetur (16) k per
b, g; a, c, ita ut aeqq. 15 et 16 non differant nisi hac transpositione.
Assumta ergo relatione aliqua inter a, c; b, g, quae et ipsa legem
justitiae servet, qua contrahatur alterutra aequ. 15 vel 16, contra-

hetur et altera similiter. Et tandem inventi valores substituentur
in ☉ et ☽ et ☿, et postremo instituetur comprobatio, id est, sub-
stitutis valoribus in ☉☉ + ab☽☽ = $☿^4$, explorabitur an omnia suc-
cedant, qui erit finis finalis.

Quodsi res succederet, nec forte occulto naturae eludentis
artificio incongrua emergant, quae Hypothesin **4.** non permittendam
ostendant, vel etiam sine hypothesi **4**, si saltem solvi possent
aeqq. **1**, **2**, **3**, licet prolixius, haberetur res maximi post quadratu-
ram Circuli et Hyperbolae in Geometria Tetragonistica seu subli-
miore momenti, nisi me omnia fallunt. Denn ich habe Mittel aus-
gefunden, dass die applicatio Calculi Diophantei ad Geometriam
treffliche bisher unbekandte vortheile brächte, und ist bey dieser
applicatione Calculi Diophantei die bequemlichkeit, dass man quoad
valorem quantitatum determinatarum als c, e etc. an rationales nicht
gebunden, sondern wohl zufrieden, ob man sie schon in surdis er-
langet, wenn nur die indeterminatae als x, y und similes extra vin-
cula oder irrationalitates bleiben.

Es ist in effectu dasjenige, was ich hier suche, nichts anders
als ☉ et ☽ ita explicare per x, ut ☉☉ + ab☽☽ aequetur quadrato-
quadrato. Ebenmässig wäre mir folgendes problema trefflich nütz-
lich, wenn ichs dicto modo solviren könte: Ipsi x talem dare valorem
rationalem per y, ut $x^4 + abxx + a^3c$ aequetur quadrato. Ex. gr.
fiat $x = \frac{amy + a^2n}{py + aq}$, et hic valor substituatur in $x^4 + abxx + a^3c$,
desideratur ut reductis omnibus ad communem denominatorem qui
est quadratus ab $yy + py + ay$, fiat et numerator quadratus, id est,
assumtitiae m, n, q sic explicandae sunt ut hoc succedat. Nam
unam ut p omitto, quia non auget libertatem, sed tantum adhibita
est aequilibrii causa. Quodsi valor assumtus non sufficeret, assur-
gendum esset ad $\frac{x}{a} = \frac{lyy + amy + a^2n}{pyy + aqy + aar}$. Haec si haberi possent,
essent maximi momenti inter omnia, quae hactenus in negotio Te-
tragonistico quaesivi, si nempe semper sic applicari posset Metho-
dus quasi-Diophantea, et haberemus novum plane Analyseos ut sic
dicam genus ad determinandum quae in quadraturis sunt possibilia.
Nam Diophanteae Methodi ad Geometriam applicationem excoli in-
primis optarem. Quaeruntur autem hic semper solutiones indefi-
nitae, sed vicissim in ipsis definitis literis non moramur aut refu-
gimus irrationalitates, quod secus est apud Diophantum.

Hieraus siehet M. Hr. was an den überschickten Calculis ad analysin sublimiorem gelegen; der eine dienet ad Methodum Tangentium inversam und gibt deren ersten gradum, der andere dienet ad Analysin Tetragonisticam promovendam, welches erwehne nicht nur, weil es an sich selbst considerabel, sondern auch damit Sie sehen, dass ich nicht ohne wichtige ursach auf Dero so gütiges erbieten beruhen wollen, und noch ferner die freyheit genommen de perficiendo calculo zu consultiren, welches dafern ichs temere gethan habe, würde ich, der so viel in diesem brieff de justitia Algebraica in calculis servanda, und mehr als vielleicht davon in einigem buch gedacht werden, geschrieben, in der that eine injustitiam moralem begangen haben.

Es ist gantz nicht nöthig ad summandum, dass die dx oder dy constantes und die ddx=0 seyen, sondern man assumiret die progression der x oder y (welches man pro abscissa halten wil) wie man es gut findet. Und das ist eben auch eines der avantagen meines calculi differentialis, dass man nicht sagt die summa aller y, wie sonst geschehen, sondern die summa aller ydx oder $\int\overline{ydx}$, denn so kan ich das dx expliciren und die gegebene quadratur in andere infinitis modis transformiren und also eine vermittelst der andern finden. Als gesetzt x sey gleich zz:a, so ist dx=2zdz:a, also auch ydx wird 2yzdz:a, und aus $\int\overline{ydx}$ fit $2\int\overline{yzdz:a}$. Es hat sich auch schon der Gregorius a S. Vincentio dieses vortheils bedienet, denn indem er in Hyperbola die abscissas partes asymptoti in progressione Geometrica angenommen, hat sich ergeben, dass die quadratura Hyperbolae sich reduciret auf die logarithmos, welches auch unser Calculus zeiget, wie M. Hrn. bereits bewust.

Ich bin selbst derjenige der die relation von des Osanna Dictionario Mathem. in die Acta zu Leipzig setzen lassen und entworffen, und als ich Hrn. Tschirnhaus theoremata extemporaneo calculo wahr gefunden, solches dabey notiret. Da hingegen der gute Osannam daran gezweifelt, als der einer von den gästen ist, die was sie nicht verstehen, gern eleviren.

Hr. Bernoullius junior, nunmehr Prof. Mathes. zu Gröningen, hat ein aus der massen schön Problema proponirt und ausgefunden ope Methodi nostrae: Datis duobus punctis A, B (fig. 111) invenire lineam ADB, per quam grave C ab A ad B brevissimo tempore pervenire potest. Denn es ist zu wissen, dass die via directa per rectam AB bey weitem nicht facillima oder promtissima sey, und habe ich ea occasione dieses leichte, doch (meines ermessens) schöne Theorema gefunden: In Triangulo rectangulo Pythagorico (fig. 112) (ut quidam κατ᾽ ἐξοχὴν sic vocant) id est, cujus latera uti 3, 4, 5, ita erecto ut latus minus sit verticale, grave eodem tempore perveniet ab A ad C, sive tendat recta per hypotenusam AC sive per AB, BC latera circa rectum; in praxi tamen, ne grave descendens in B impingat et repercutiatur, debet angulus B nonnihil intus rotundari, interposita portiuncula quantulacunque curvae cujus tangentes sint AB, CB; ita sine ulla resistentia transibit ex AB in BC. Utile etiam erit, angulum ABC tantillum fieri obtusum, ut globulus descendens innitatur inter descendendum nec cadendo impingat. Die demonstration ist leicht: Producatur BC in E, ut BE sit aequ. duplae AB; ergo tempus quo grave descendit per AB, est aequale tempori quo motum continuat (quaesito in B impetu) per BE. Jam tempus per BC est ad tempus per BE seu per AB, ut BC ad BE, seu ut 4 ad 6 seu ut 2 ad 3. Ergo tempus per AB + temp. per BC est ad tempus per AB ut 3+2 seu 5 ad 3. Sed tempus per AC est ad tempus per AB ut AC ad AB, seu etiam ut 5 ad 3. Ergo aequalia sunt tempora per ABC et per AC. Quodsi BC ad AB majorem habeat rationem quam 4 ad 3, tunc promptior erit via per latera quam per hypotenusam, sin minorem, contra.

Ich hatte fast lust dieses Theorema mit der demonstration im fall es nicht etwa schon bekandt, mit sambt dem problemate welches wohl gewiss von niemand bissher resolviret, den Hrn. Welschen communiciren zu lassen, so in dem Diario Mutinensi vielleicht geschehen köndte; habe auch gegen Hrn. Magliabecchi darvon gedacht. M. Hr. (nach dessen bekandten gütigkeit zu mir) würde vielleicht nach gutbefinden belieben es zu entwerffen und mit Magliabecchi zu concertiren, wie die sache in ihr Giornale zu bringen. Inzwischen könte man doch ihre Hrn. Florentiner und Pisaner darüber vernehmen. Haec omnia tuo judicio et benignitati committo.

Meine philosophica abstractiora, dergleichen ich mit Hrn. Arnaud, Hrn. P. Malebranche, Hrn. Sturmio zu Altorff und einigen andern agitiret, theils auch etwas davon in das Journal des Sçavans zu Paris setzen, weil die Frantzosen von dingen etwas mehr werks machen als zumahl die teutschen, werde ich einmahl wils Gott zusammenfassen, zumahl wenn ich zeit hätte meine Theodicaea auszuarbeiten, darinnen ich die Knoten de fato et contingentia, gratia et libertate, et jure Dei aufzulösen vermeyne, und weisen werde, wie sogar die Mathematick in dergleichen zwar analogice, doch also helffe, dass man von den Dingen genauere notiones bekommt.

Was ich de justitia Analytica gedacht, ist zwar nicht eben de necessitate, aber vielleicht ad melius esse, wie man redet, dienlich. Diese arth von justitz inzwischen in etwas zu erklären, so verstehe solche: wenn gleichwie in der justitz gegen Menschen kein acceptio personarum, also hier die literae auf gleichen fuss tractirt werden, und zwar zu zeiten ohne unterschied, zu zeiten etliche mit ihres gleichen und andere wieder mit ihres gleichen.

Repetamus tres aequationes ex tuis, quibus justitiae quiddam inesse notaveram:

$$3(aef + bhk)^2 \overset{(1)}{=} 2{,}aff + bkk,\ 2acf + aee + 2bgk + bhh$$
$$3(aec + bhg)^2 \overset{(2)}{=} 2{,}acc + bgg,\ 2acf + aee + 2bgk + bhh$$
$$aef + bhk,\ aec + bhg \overset{(3)}{=} 4{,}aff + bkk,\ acc + bgg.$$

(1mo) in aequ. 3 habent sese a, e, f, ut b, h, k respective
(2do) a, e, c, ut b, h, g
(3tio) f, k, ut c, g.
(4to) in aequatione 1 singulatim sumta, vel in aequ. 2 singulatim sumta habent locum tam habitudo articuli 1 quam articuli 2, sed non articuli 3.
(5to) itaque aeqq. 1 vel 2 non sunt perfecte justitiariae, quia non eodem modo tractant f, k, ut c, g.
(6to) sed aequ. 3 est perfecte justitiaria, quia hunc defectum supplet, cum calculus integer ostendat f, k; c, g debere pari jure uti.
(7mo) aeqq. 1 et 2 simul sumtae etiam sunt perfecte justitiariae, ut ipse calculus integer, velut aequ. 3 quae calculo integro justitia non cedit.

(8vo) Et si nova aequatio ex ipsis 1 et 2 inter se eodem modo
conjunctis fiat, ea erit etiam perfecte justitiaria.

Nachdem ich aber dergestalt wieder etwas tieff in die schrifft dieser aequationum kommen und mich mit meditiren so weit dar- inn eingelassen, so habe versuchen wollen, ob ich uns ein vor allemahl davon erlösen könte, welches auch endlich, doch nicht ohne mühe und zeit, folgender massen angangen. Compendii causa scribam (1mo) $3\odot\odot = 2\mars,\overline{\jupiter+2\saturn}$, et (2do) $3\rightmoon\rightmoon = 2\venus,\overline{\jupiter+2\saturn}$, et (3tio) $\odot\rightmoon = 4,\mars\venus$, ubi patet quid $\odot$, $\rightmoon$, $\mars$, $\venus$, sed per $\jupiter$ intelligo aee+bhh, et per $\saturn$ intelligo acf+bgk. Post multas autem ambages reperi tandem (4to) fg=ck seu k=fg:c, qua explicatione ipsius k satis- fit aequationi 1, ut haberi possit pro expedita; eo ipso enim re- ducitur ad aequationem 2. Restant ergo solvendae aeqq. 2 et 3. Ob 4 fit (5to) $\odot = \rightmoon f:c$, et (6to) $\mars = \venus ff:cc$, hinc sublatis $\odot$ et $\mars$ aequ. 3 fit (7mo) $\rightmoon = 2\venus\sqrt{f:c}$. Rursus per 4 sublato k ex valore ipsius $\saturn$, fit (8vo) $\saturn = \venus f:c$, ergo ex aequ. 2 et (9mo) $3\rightmoon\rightmoon = 2\venus,\jupiter$ $+2\venus f:c$, unde per aequ. 7 tollendo $\rightmoon$ et explicando $\jupiter$, fiet (10mo) $4\venus f:c = aee+bgh$, sed ex aequ. 7 pro $\rightmoon$ ponendo ejus valorem initialem, fit ace + bgh = (11mo) $2\venus\sqrt{f:c}$. Unde per aeqq. 10 et 11 calculo vulgari et facili nec ultra planum assurgente, habentur e et h per a et b datas et ipsas e, f, g, k (quae etiam latent ex parte in $\venus$) pro arbitrio assumendas, modo fiat k:f=g:c seu fg=ck. Et hoc modo tribus aequationibus propositis est satisfactum.

Es wäre auch gut, wenn der valor ipsarum e et h ex aeqq. 10 et 11 evolutus dazu käme. Er ist leicht zu finden. Ich habe nicht wenig mühe gehabt, zumahlen weil ich wegen distraction des gemühtes meinem löblichen gebrauch nach etlichmahl falsch gerech- net, biss ich den clavem, nehmlich fg=ck gefunden, durch dessen herausbringung aber ist alle schwührigkeit gehoben gewesen.

Ich*) hoffe es werde Hrn. Viviani sonderlich wohl gefallen haben, wenn er wird erfahren haben, dass die vulgaris linea Cy- cloidalis selbst die linea brevissimi descensus sey. Wir haben es alle (die wir nemlich Calculum differentialem gebrauchen) uno con- sensu gefunden, doch haben Hr. March. Hospitalius und Hr. Prof.

*) 30. September 1697.

Bernoullius zu Basel etwas mehr mühe gehabt als ich, ehe sie dazu gelanget, denn es mir nur etliche stunden gekostet; sie hatten viele Monath gewartet, biss sie endlich dahinter kommen. Doch ist des Hrn. Jacobi Bernoullii methodus, so er in den Actis er- kläret, von der meinigen nicht viel entfernet, wiewohl er etwas mehr umbschweiff nimt. Ich schicke M. Hrn. das fragmentum Actorum selbst, weilen es von importanz.

Was die demonstrationes syntheticas betrifft, so bestehet freylich des Vietae weg öffters darinne, dass er per substitutiones und viele Lemmata der sache hilfft; doch ist einige Kunst gleich- wohl darinnen, dass man so viel thunlich immer per propositiones elegantes procedire, oder doch deren underschiedene einmische, und das pflegte Vieta zu thun. Schotenius hat etwas de syntheticis demonstrationibus ex Analysi eliciendis, ist aber nicht viel beson- ders. Unsere Calculos infinitesimales ad demonstrationes rigorosas zu bringen, darff man nur meine Lemmata incomparabilium con- sideriren, die ich einsmahls in Actis gegeben; bestehet nehmlich in der gemeinen Geometria, nur dass man in unserm calculo aus- lässet, was in der construction inconsiderabel oder unvergleichlich klein, als dasjenige, so man stehen lässet; denn man kan allezeit weisen, dass solches elidendum minus quovis dato more Archimedeo.

Es soll Hr. la Hire ein buch de Epicycloidibus vel lineis quae describuntur circulo voluto super circulo herausgegeben haben, darinn er einige dinge, so Hr. Hugenius, Hr. Tschirnhaus und ich gefunden, more Veterum demonstriret; ich wil ihm die ehre gern gönnen, und mag wohl leiden, dass jemand die mühe mit unsern inventis nehme, inzwischen so hat Hr. la Hire nicht unrecht einige fehler des Hrn. Tschirnhaus geahndet, welcher bisswweilen ein wenig zu geschwind gehet und doch dabey gar hoch spricht; ich möchte ihm aber candorem dabey wündschen, den er zwar offt recommen- diret, aber nicht allemahl selbst übet.

Es*) wird gewiss Hrn. Viviani nicht übel gefallen, dass die linea cycloidalis diese schöne proprietät hat, ut sit tam brachisto-

*) 6. Decbr. 1697.

chrona wie hier erwiesen, quam tautochrona, wie von Hugenio erwiesen worden. Vielleicht gefället ihm auch nicht weniger, dass die Cycloidalis zugleich sey linea segmentorum circuli, wie die Quadratrix ist linea sectorum seu arcuum. Das würde Keplero wohl angestanden haben, wenn ers gewust, denn er viel mit dem problemate zu thun gehabt, wie man datae magnitudinis segmentum vom Circkel abschneiden solle und folglich Ellipsis portionem magnitudine datam pro motu planetarum, weilen sich ziemlich findet, supposito motu Elliptico, esse tempora ut areas Ellipticas, dessen rationem physicam ich in Actis ex Circulatione Harmonica illustriret.

Mit dem calculo der 3 aequationum evolvendarum halte sich M. Hr. nicht länger auf, ich habe ihn längst ausgemacht. Der andere (aequationum differentialium) meritirte es vielleieht mehr, weilen dadurch viel aequationes differentiales primi gradus seu Tangentium universae ad quadraturas zu reduciren, und solcher methodus ad altiores zu prosequiren; doch alles bei M. Hrn. guter gelegenheit.

Es ist mir lieb dass des Hrn. Marquis de l'Hospital buch zu handen kommen, und wird es nicht wenig dienen zu erläuterung dessen so in Actis Eruditorum enthalten. Dass er aber de Summis nicht gedacht, ist die ursach, weilen er nur partem primam Calculi nostri, nemlich differentiationem illustriren wollen, wiewohl ex differentiis die summa allein zu finden, eben wie analysis potestatum ex genesi zu deduciren.

Mein buch de Scientia infiniti ist noch zur zeit ein blosses project; ich hätte wohl materi es anzufüllen; es gehet mir aber wie dem Hrn. Viviani. Wenn in der nähe ein wackerer Kopf wäre, der sich zu diesen meditationibus schickte, so wäre viel thunlich, allein ich weiss noch keinen in gantz Teutschland. Hr. Tschirnhaus hat genug mit seinen eigenen erfindungen zu thun, die aber bey ihm gar zu fest sitzen und nicht heraus wollen. Ich weiss von keinem methodo locorum die er mir communiciren zu haben sagt. Als er einsmahls durchreisete, erzählte er mir allerhand theoremata specialiora die er hoch hielte, ich kondte aber deren sonderbaren Nutzen nicht sehen, weniger einen methodum locorum daraus finden. So hat er auch die Curvas a Dn. Joh. Bernoulli propositas gar nicht finden können, die doch Hr. Jac. Bernoulli und andere mit mir gefunden. Meine Methodus ist viel weit aussehender und wichtiger, als die deren die Hrn. Bernoullii sich bedienet,

wie Hr. Joh. Bernoullius selbst bekennet. Entstehet ex consideratione radicum diversarum ejusdem aequationis, und darff ich nur eine curvam finden, deren aequationem secundum x et y conjungendo cum aequatione secundum x et y curvae problematis propositi localis, quae quaesitam in punctis desideratum effectum praestantibus secare debeat, prodeat aequatio unius incognitae talis, ut in ea radices habeant inter se relationem propositam, v. g. ut earum summa sit aequalis datae quantitati etc. Dergestalt gehet es an nicht nur vor 2 puncta, wie mit Hrn. Bernoulli, sondern auch pro punctis quotcunque. Diss Artificium ist mir schon vor vielen Jahren beygefallen occasione cujusdam loci Fermatii in Epistolis Cartesii, da Fermatius aliquid tale zu praestiren gedencket, aber nicht sagt, wie; ich habe es aber nie practiciret, biss mir Hr. Bernoullius gelegenheit dazu geben. Dadurch ist auch die Analysis communis umb ein grosses promoviret.

Was meinen Calculum situs betrifft, so kan er von mir ja nicht ediret werden, so lange er auch nur in Idea bestehet, und nicht appliciret worden. Wolte Gott, dass ich mit jemand coram davon conferiren könte; per literas ist es etwas schwehr; denn die sach ist allzu weit von den gemeinen weisen entfernet.

Was die Loca Veterum plana et solida betrifft, so haben meines ermessens Fermatius und Cartesius und andere dabey nicht gethan was ich verlange, nemlich haben wohl gewiesen, dass dasjenige, was Pappus erzehlet, wahr und von ihnen zu demonstriren, haben aber ferner nicht gewiesen, wie die Veteres darauf kommen. Denn obschon ingenii vis viel thut, so steckt doch gemeiniglich ein principium inveniendi analyticum darinn, so diejenigen offt selbst nicht observiren, die es doch brauchen, so ich auch vom Hrn. Viviani sagen möchte.